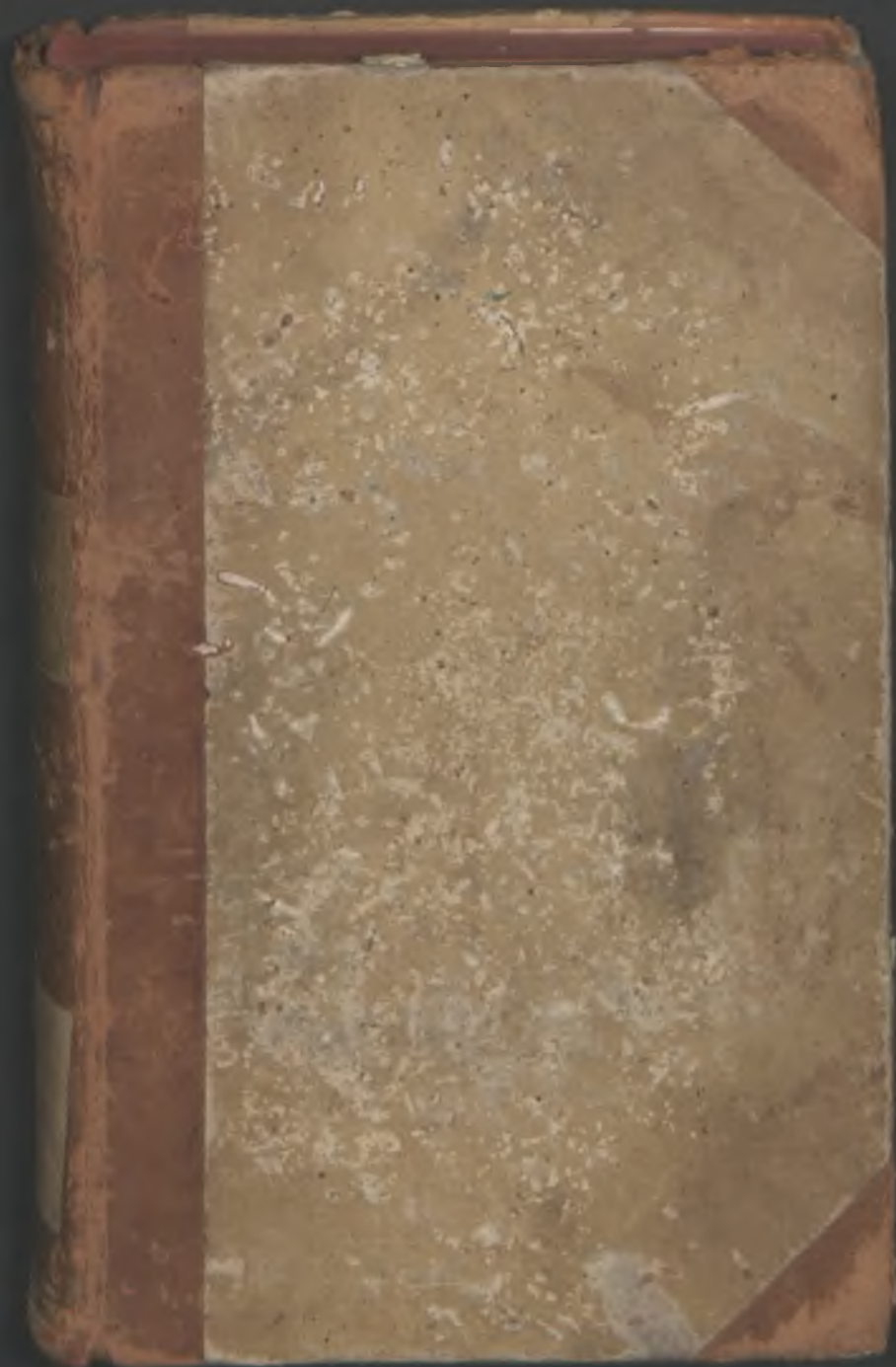
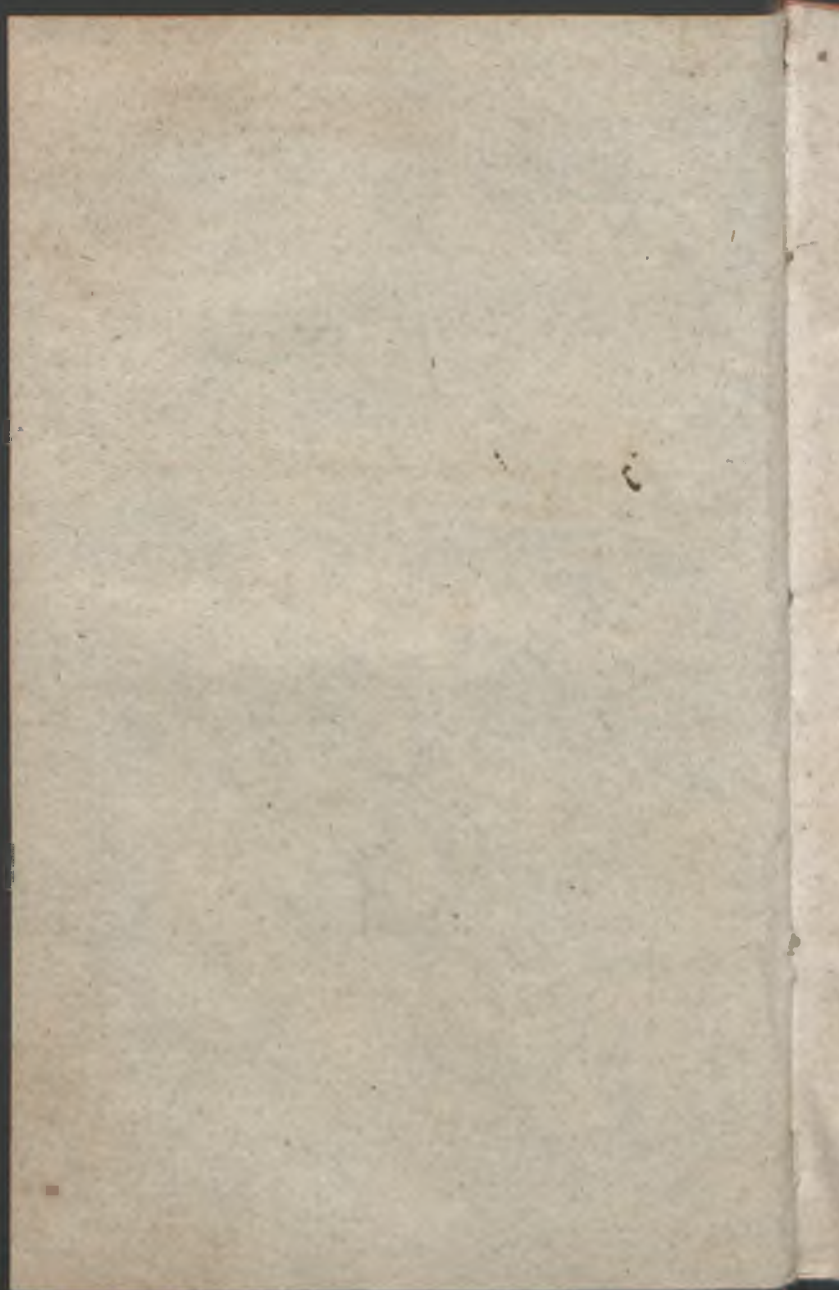




17505

THE UNIVERSITY OF
CHICAGO
LIBRARY

Manuscript N.
100.1.1.1.1.1.
100.1.1.1.1.1.



Gründlicher *N. 17*
und
ausführlicher Unterricht
zur
praktischen
G e o m e t r i e
Prof. Wilh. Albrecht Rud. mienst
von Plarum.
M. Johann Tobias Mayer,
Prof. der Mathemat. und Naturlehre
zu Altdorf.



Dritter Theil,
mit 8. Kupfertafeln.

Göttingen,
im Verlage der Wittve Vandenhoeck. 1783.

1750513

17505



[Faint, illegible handwritten text in Arabic script]



Vorerinnerung.

Die Herausgabe des dritten Theiles dieser praktischen Geometrie, den ich gegenwärtig dem Urtheil der Kenner unterwerfe, ist durch die Veränderung meiner Lage, und durch allerley damit verbundene Geschäfte etwas verzögert worden. Daß ich aber mit diesem Theile das ganze Buch beschliese, davon ist die Ursache diese. Ich hatte anfänglich auch die Absicht, das Praktische der körperlichen Geometrie, und die Markschneidekunst in einem 4ten Theile abzuhandeln. — In Ansehung der erstern fand ich

aber

aber bey näherer Untersuchung, daß ich sehr viele Gegenstände, ohne einige vollständigere Kenntniss der Analysis des Unendlichen, nur sehr mangelhaft würde behandeln können, und da ich doch gleich anfänglich die Absicht hatte, Kenntnisse der höhern Analysis möglichst zu vermeiden, um dadurch nicht vielen unverständlich zu werden; so glaubte ich besser zu thun, mit dem eigentlichen Feldmessen zu schliesen, als durch einen 4ten, vielleicht minder brauchbaren Theil, die Kosten des Buches zu erhöhen. — Es kan indessen seyn, daß ich das Praktische der körperlichen Geometrie etwa einmal in einem besondern Buche abhandle. — In Betracht der Marktscheidkunst glaubte ich, daß meine Abhandlung davon durch die neuern vortreflichen Arbeiten Herrn Hofr. Kästners *) und Herrn Lempens **) für entbehrlich gehalten werden mochte. — Also wird hiemit gegenwärtiges Buch geschlossen, und ich freue mich, daß es von vielen Kennern nicht ganz ohne Beyfall aufgenommen worden, ob ich gleich wohl einsehe, daß besonders der Vortrag an manchen Orten anders seyn dürfte; doch

•hoffe

*) Anmerkungen über die Marktscheidkunst 1c. 1c. Göttingen 1775.

**) Gründliche Anleitung zur Marktscheidkunst von J. F. Lempe. Leipz. 1782.

hoffe ich, daß die Leser an Gründlichkeit nicht viel vermissen werden. — Eine zweite Auflage, die vielleicht bald zu erwarten steht, kan zu allerley Verbesserungen Gelegenheit geben.

Von der Geschichte und der Litteratur einzelner Gegenstände ist gehörigen Ortes so viel beygebracht worden, daß ich es für unnöthig erachtete, das Buch durch eine zusammenhängende Geschichte der praktischen Geometrie noch um ein Kapitel zu vermehren.

Was mir in dem ganzen Buche eigen ist, werden Kenner schon von selbst finden, ohne daß ich es gerade an jedem Orte angezeigt hätte. So viel kan ich indessen behaupten, daß ich eigene Vorschläge allemal auch durch die Ausübung vorher zu prüfen gesucht habe.

In dem XXXII. Kapitel kommen unterschiedene Lehnsätze aus der Astronomie vor, eine Ausschweifung, die man nach der Beschaffenheit der dort behandelten Gegenstände nicht für überflüssig halten wird. — Von Messungen, die ins Groesse gehen, und den Karten einer ganzen Provinz ist daselbst das wichtigste gesagt worden. Daß ich dabey überall den bereits in den vorhergehenden beyden Theilen beschriebenen Winkelmesser zum Grunde gelegt habe, wird der Methode im Ganzen nicht entgegen stehen. Bey an-

ders eingerichteten Werkzeugen werden sich leicht die erforderlichen Abänderungen treffen lassen. Aus der Beschaffenheit der Umstände und der Wichtigkeit einer Vermessung wird übrigens die Grösse des Werkzeugs zu beurtheilen seyn. Meiner Meinung nach dürfte ein Winkelmesser nach der von mir beschriebenen Einrichtung von etwa $1\frac{1}{2}$ pariser Fuß im Durchmesser schon zu der geometrischen Aufnahme einer ansehnlichen Provinz zureichen, wenn einem Manne von gehörigen Einsichten das Geschäfte übertragen wird.

Von dem Nivelliren habe ich im XXXIII. Kapitel das brauchbarste gesagt. Verschiedene dahin gehörige Gegenstände habe ich der Kürze halber übergehen müssen.

Altdorf, im März 1783.

Johann Tobias Mayer.

Inhalt des dritten Theils.

XX. Kapitel.

Vermessung der Wiesenstücke §.245. Wie man die Messung fortsetzt wenn ein Ueberzug des Meßtischs vollgearbeitet ist (das.XII). Ueber die Eigenschaften der Verbindungslinien, das Auftragen, und Zusammenhängen der einzeln Entwürfe §.246. Pentberg's Verfahren, Messungen fortzusetzen das.V. Erinnerungen dagegen (VI). Es ist vortheilhaft, zwei Reissbretter, als Meßtische mit sich zu führen (VII). die Leinwand zum Auftragen der Platten zuzubereiten (VIII). Andere Methoden die Messungen miteinander zu verbinden (XI).

Von Vermessung der Felder und Aecker §.247. Es ist dabei vortheilhaft, wenn das Stück, das man jedesmal auf den Meßtisch bringt, in natürliche Grenzen eingeschlossen ist, und man immer von grössern Stücken auf kleinere fortgeht, um die Folgen der Fehler möglichst zu vermindern.

Vermessung der Wälder §.249. werden am besten aus der Peripherie entworfen (I), wie man zu verfahren habe, wenn der Umkreis eines Grundstücks nicht zugänglich ist (IV).

Vermessung bergigter Gegenden §.250. Entwerfung der Flüsse und Ströme §.251. Vorthelle, wenn man an zweien Standpunkten zugleich, einen Beobachter mit einem Meßtische haben kan, (IV). Ein Verfahren, einem Gehülfsen in der Ferne einen gemessenen Winkel kund zu machen (V). Ausmessung der Garten §.252. der Städte §.253. Dörfer §.254.

XXI. Kapitel.

Vermessung einer ganzen Flur §.255. wird auf gewisse Linien gegründet, die man durch die Flur absteckt. (IV). Vorthelle davon (V). Wie einzeln gemessene Stücke einer Flur in eine richtige Verbindung können gebracht werden (VII), Beispiel an einer

erdichteten Feldmark (VIII). Einige Anmerkungen das Auftragen betreffend S. 256. Berichtigung einer Flurkarte S. 267.

XXII. Kapitel.

Von der Ausarbeitung einer Flurkarte. Dabin gehörige Werkzeuge (II), Farben (III), und deren nöthige Eigenschaften S. 258. Ueber die Schönheit eines illuminirten Kiffes S. 259. (I). Schatten und Licht, (II). Auftragung der Farben S. 260. Von den unterschiedenen Bezeichnungsarten einzelner Gegenstände in einer Flur, und deren Illuminirung S. 261. Ausarbeitung der Wiesenplätze, (I) Aecker, (II) Walder, (III) Flüsse, (IV) Berge, (V) Gebäude, (VI) Wege und Gränzen, (VII) Anmerkungen über die bengebrachten Bezeichnungsarten S. 262.

XXIII. Kapitel.

Nähere Beschreibung einer Feldkarte, nebst der Einrichtung eines Vermessungsregisters S. 263. Saalbücher, Lagerbücher S. 264. Man kan die Entwürfe einzelner Stücke einer Feldmark zum Gebrauche der Saal- und Lagerbücher auch bequem in ein Buch zusammenbinden und die Art wie diese Stücke zusammen hängen, in einem kleinern Haupttrisse darstellen. S. 265.

XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren. — Ein Stück einer Flur nach einer gegebenen Verhältniß zu verjüngen S. 266. Reze dabei (VIII). Penthers Verfahren S. 267. Andere Verjüngungsmethoden S. 268. Der Storchschnabel (I). Der Verjüngungszirkel (II). Zum Kopieren bedient man sich mit Vortheil auch der Kopiernadel S. 269.

XXV. Kapitel.

Von unterschiedenen in der practischen Geometrie und im gemeinen Leben üblichen Flächenmaassen S. 270. Die Quadratruthe an jedem Orte hängt von der Menge der Längenfüsse ab, die auf eine Längs

Längenruthe gerechnet werden (I). Eine Tafel dazu für unterschiedene Gegenden (II). Wie man das absolute Verhältniß der Längen- und Quadratruthen findet (III. IV). Tafel für untersch. Feldmaasse (XII). Eine Aufgabe, über die Vergleichung derselb. §. 271.

XXVI. Kapitel.

Ausrechnung des Quadratinhalts der Felder durch Dreiecke §. 272. Aus den 3 Seiten eines Dreiecks den Inhalt zu finden §. 273. Anwendungen und Vortheile davon §. 274. Wenn alle 3 Seiten einander gleich sind §. 275. Die Fläche eines Trapezii zu finden §. 276. Anwendung auf Vielecke; deren Inhalt durch Formeln ausgedrückt. §§. 277. 278. 279. 280. Die Fläche einer krummlinigten Figur durch Zerlegung in Trapezien §. 281. Wie man gleich auf dem Felde die Trapezien bestimmt §. 282. Vortheile wenn die Trapezien durchaus einerley Höhe bekommen können §§. 283. 284. Practische Vortheile §. 285. Die Formel für die Bestimmung des Inhalts durch Trapezien, noch einfacher einzurichten, so daß man dabey aller weilt. Rechnungen überhoben ist. §. 286. Gebrauch der Rege zur Bestimmung der Fläche einer Figur. §. 287. Sie geben nicht viel Genauigkeit (III). Noch ein Verfahren. §. 288. Korrektion einzeln berechneter Stücke einer Feldmark, damit deren Summe vollkommen genau mit dem ganzen übereinkomme §. 289. Vortheile davon (IV). — Eine andere Berechnungsart §. 290. Wie man bey Feldern mit parallelen Scheidungsgränzen den Inhalt einzelner Stücke leicht durch eine Regel Detri finden könne §. 291.

XXVII. Kapitel.

Verwandlung der Figuren in gleich groſſe Dreiecke. — Ein gegebenes Viereck in ein Dreieck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer gegebenen Ecke der Figur befinde, und die Grundlinie längſt einer gewissen Seite des Vierecks falle §. 293. Eben die Aufgabe auf ein Fünfeck angewandt §. 294. Ein allgemeiner

Lehrsatz, zur Verwandlung der Figuren §. 295. Anwendung davon §. 296. Fernere Anwendung auf Figuren mit lauter auswärtsgehenden Winkeln §. 297. Die Aufgabe aufzulösen, wenn das Verfahren (§. 297.) Unbequemlichkeiten hätte, besonders bey Figuren mit einwärtsgehenden Winkeln. §. 298. Das Verfahren, überhaupt einwärtsgehende Winkel wegzuschaffen (II), oder eine gebrochene Gränze in eine geradlinigte zu verwandeln, (VIII). Anwendungen davon in einer Aufgabe §. 299. Vergleichen des Verfahrens (§. 297.) mit dem (§. 298), nebst den Vortheilen, wenn sich beyde bey der Verwandlung anbringen lassen §. 300. Die gewiesene Methoden sind von Joh. Mayer zuerst allgemein behandelt worden §. 301. Ein Verfahren, sehr bequem jede Figur in ein gleichgroßes Rechteck zu verwandeln. Die Gründe dazu §. 302. Anwendung davon in einem Beispiele §. 303. besonders die Vortheile desselben bey der Verwandlung krummlinigter Figuren §. 304. Konstruktion der Formel (§. 283. IV) — §. 305.

XXVIII. Kapitel.

Theilungen der Felder durch bloße Rechnung §. 307. Von einem Trapezio ein beliebiges Stück abzuschneiden §. 308. Formeln dazu (V) (IX). Verzeichnung dieser Formeln §. 309. Ein dreieckiges Feld durch parallele Linien in beliebige Theile zu theilen §. 310. Jede Figur so zu theilen, daß die Scheidungslinien mit einer beliebigen Richtung parallel laufen §. 311. ein Beispiel das. XII. Anmerkungen über gewisse Unbequemlichkeiten dieser Theilungsart §. 312. Eine krummlinigte Figur durch Parallellinien zu theilen §. 313. Die Theilungen so zu bewerkstelligen, daß die Theilungslinien alle an eine gewisse Seite der Figur anstoßen §. 314. Anwendung davon §. 315. Ein vorgegebenes Feld so zu theilen, daß alle Theilungslinien nach einem innerhalb der Figur liegenden Ort hinlaufen §. 316. Anwendung davon nebst der Art wie überhaupt den Bedingungen der Theilungs-

lungslinien gemäß, bey der Berechnung des Inhalts verfahren werden müsse §. 317. Eine andere Aufgabe bey Theilungen.

XXIX. Kapitel.

Theilungen der Felder bloß durch Zeichnung. — Die Aufgabe des 310 §. durch Zeichn. aufgelöst §. 319. Wie zu verfahren sey, wenn alle Theilungslinien ausgegebenen Punkten in der Seite eines Dreiecks ausgehen sollen §. 320. Die Aufgabe des 311 §. durch Zeichnung §. 321. Einige Anmerkungen darüber. Ein Lehrsatz §. 322 analytisch erwiesen. Geometrischer Beweis desselben §. 322. XVIII. 1. Die Aufgabe des 314 §. durch Zeichnung §. 323. Anmerkung darüber, Figuren mit einwärtsgebenden Winkeln betreffend §. 324. Die Aufgabe des 316 §. durch Zeichnung §. 325. Eine andere brauchbare Aufgabe, woben man die Verwandlung der Figur in ein Dreieck durch Zeichnung, ersparen kan §. 326. Schriftsteller über die Theilung der Figuren §. 327.

XXX. Kapitel.

Ein Grundstück dessen Güte durchaus einerley ist, gehört mehreren Interessenten; man soll es so theilen daß jeder Besitzer seine zerstreut herumliegenden Stücke beisammen erhalte §. 328. Wie die Theilungslinien abgetragen werden (IV). Landvertauschungen §. 329. Wenn durch eine Flur eine Chaussee geführt worden, und verschiedene Besitzer von ihren Grundstücken dadurch verlohren haben, zu finden, wie ein anderes Stück Landes ihnen zur Entschädigung getheilt werden müsse §. 330; Ein Stück Feldes, auf welches von zweyen dabey befindlichen Bauerhöfen keine bequeme Karth gehet, dergestalt zu theilen, daß jeder das seinige gleich unmittelbar hinter seinem Hofe bekommt §. 331. Wie ferner dabey zu verfahren sey, wenn die Bonität der Grundstücke dabey in Betrachtung kommen muß (das. .) Eine andere Repartitionsaufgabe §. 332. Ferner Theilungen, woben die Güte der Grundstücke erwogen wird §. 333. Eine brauchbare Anwendung davon

davon auf die Vertheilung der Kuppelweiden, in einem Beispiele §. 334. Allgemeine Bemerkungen über die Zusammenziehung der in einer Feldmark unordentlich herumliegenden Grundstücke §. 335. Was eine Wanne sey das. II. nebst den Eigenschaften derselben; Bonitirung und Taxation derselben. Wie die Wannen vertheilt werden müssen III (IV) 2c. 2c. Eine unordentliche Gränze zweyer Felder in eine geradlinigte zu verwandeln §. 336. Theilung der Inseln nach den Vorschriften der Rechtslehrer §. 337.

XXXI. Kapitel.

Von Anlegung und Leitung der Strassen §. 339. Nothwendigkeit einer Kenntniß der Gegend I) Man ist genöthigt meistens von der kürzesten Richtung eines Weges abzuweichen (IV). Was aber dabey zu beobachten sey (IV). Wie man Hindernissen nach den Gesetzen des kürzesten Weges auszuweichen habe (VII), und wie man vorzüglich dabey auf die Kosten des Wegbaues sehen müsse. Wie ein Weg am sichersten durch einen Wald einem bestimmten Orte zugeführt werde (X). Wie man von einem gewissen Punkte aus, nach mehreren Orten die vortheilhafteste Kommunikation erhalten könne (XI) (XII). Eine mechanische Auflösung dieser sonst schweren Aufgabe (XIV) (XV). Man kan zwischen mehreren Orten eine noch vortheilhaftere Strasse durchziehen, wenn die Seitenswege nicht alle durch einen gemeinschaftlichen Ort der Hauptstrasse gehen dürfen. XVI. Aber die Auflösung dieser Aufgabe erfordert Kenntnisse aus der Analysis des Unendlichen. XVII. Noch einige Anmerkungen über die Leitung der Strassen, und den Umständen, unter welchen sie vortheilhaft seyn kan, wenn sie gleich nicht nach den Gesetzen des kürzesten Weges geführt würde. XVIII.

XXXII. Kapitel.

Von den Karten eines ganzen Landes. Untersuchungen über den Einfluß der Krümmung der Erde auf geographische Messungen §. 342. Wie groß die Karte

Karte seyn darf, um den in §. 342. untersuchten Fehler für einen physikalischen Punkt anzunehmen. XIII. XVII Gebrauch der Astronomie zum geographischen Landmessen. §. 343. Die Höhe eines Sternes über dem Horizont zu messen. §. 344. Einrichtung des Winkelmessers dazu (II). Die Polhöhe eines Orts zu finden. §. 345. Gebrauch mehrerer Sterne dabei (XII). Den Unterschied der Mittagskreise zu finden. §. 347. Schwierigkeiten dabei. §. 348. Ein Stück der Erdoberfläche zwischen zweien Mittagskreisen und Parallelen zu entwerfen. §. 349. Die Grade der Parallelkreise aufzutragen, XIV. und ein Netz zum Auftragen der Orter zu verfertigen. (XV.) Kreisbogen von sehr grossen Halbmessern zu ziehen. (XVIII.) Orter nach den gegebenen Breiten und Längen derselben in das Netz einzutragen. §. 350. Erläuterung des bisherigen, nebst Anmerkungen darüber. §. 351. Bestimmung der Lage der Orter durch geometrische Vermessungen. §. 352. Nothwendigkeit einer vorläufigen Kenntniss des Landes §. 353. und der unmittelbaren Messung sehr langer Grundlinien. §. 354. Netze von Dreiecken, wodurch man die Lage der Orter bestimmt. §. 355. Ueber den Einfluß der Krümmung der Erde auf die drei Winkel eines Dreiecks. §. 356. Wie die Winkel ins Manual getragen werden. §. 357. Verbesserung der Winkel, die man nicht am wahren Stationspunkte hätte messen können. §. 358. Signale an den Stationen. §. 359. Hindernisse bei Messungen der Winkel an manchen Stationen (II. III. IV.). Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwerfung der Hauptstandlinien. §. 360. Anzustellende Berechnungen in Aufsehung des genauern Auftrages derselben. §. 361. Völlig genauer Auftrag der Standlinien. §. 362. Hieher gehörige Bemerkungen die Genauigkeit des Auftrages betreffend. §. 363. Verzeichnung der Orter, die man durch andere Dreiecke mit den Hauptstandlinien verknüpft hat. §. 364. Nothwendig-

wendigkeit einer Mittagslinie bey den bisherigen Aufgaben, nebst Methoden, sie genauer zu ziehen. §. 365. Das Detail einer Messung geschieht mit dem Meßtische, und der Boussole. §. 366. Gebrauch der Boussole zu Gränzvermessungen II. Die Weite zweener Orter, die man aus einer einzigen Standlinie nicht finden könnte, zu bestimmen. §§. 367. 368. Bestimmung der Länge eines Grades des Mittagskreises. §. 369.

XXXIII. Kapitel.

Vom Wasserrwagen. — Die Rothische Bergwaage. §. 370. Nähere Bestimmung des Nivelirens. §. 371. Bestimmung des Abhangs von einem Orte zu einem andern, ohne dabey die Weite derselben, die Höhe des Werkzeugs, das Gefälle u. dgl. erwägen zu dürfen. §. 372. Fehler dabey sind für die Sinne unmerklich. §. 373. Werkzeuge zum Wasserrwagen §. 374. sind in 3 Klassen zu ordnen. Vitruvs Chorobates. §. 375. (I) Mariottens Wasserrwaage. (II) Eine andere Einrichtung von Wasserrwaagen, wobey man sich zurückgeworfener Strahlen von der Oberfläche des Wassers bedient. (III) De la Hirens schwimmendes Fernrohr, als Wasserrwaage. (IV) Kühns Wasserrwaage. (V) Die Liesgäugische Wasserrwaage. §. 346. Die Siffonsche, das. (II) Die Brandische und Eckströmsche. §. 377. Herrn Sieberschlags Wasserrw. (das.) Die Picardische Wasserr. §. 378. (I) Die Zugenische, (II) Römers, (III) nebst Erwähnung einiger andern, Sebur's u. dgl. Signale an den Abwägungspunkten. §. 379. Prüfung der Wasserrwaagen. §. 380. Das Wasserrwagen selbst. §. 381. Das Barometer als Wasserrwaage. §. 382.



Der practischen Geometrie III. Theil.

XX. Kapitel.

Anwendung der bisherigen Lehren auf die
Vermessung einzelner Stücke einer
Feldmark.

§. 244. **E**in Feldmesser, der sich unter-
fängt, auch nur einen mäs-
gen Theil einer Flur in Grund
zu legen, sollte doch wohl die unterschiedenen
Vermessungsarten kennen, die ich besonders
im XVIII. Kapitel vorgetragen habe. Denn
sich blos auf ein einziges Werkzeug, auf eine
bestimmte Messungsmethode einschränken, wie
das häufig der Fall bey denen ist, die das
Feldmessen wie ein Handwerk treiben, heist
Dritter Theil. auf



auf dem Felde nur immer einerley Hindernisse und Schwierigkeiten antreffen, oder oft mit grosser Weitläufigkeit nur sehr mittelmäßig das leisten, was mit beträchtlicher Ersparung der Kosten, theils genauer, theils in kürzerer Zeit geschehen könnte.

Ich dürfte wohl die Ausübung der bisherigen Lehren dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen. Da aber besonders Anfänger, auf die ich doch vorzüglich Rücksicht nehmen, etwas umständlichere Anwendung der bisherigen Entwerfungsarten auf einzelne Fälle wünschen mögten, und ich auch selbst noch manches in Rücksicht des Ganges und der Ordnung, die man unter diesen oder jenen Umständen bey einer Messung zu beobachten hat, vermisse, so werde ich nun im gegenwärtigen Kapitel das noch Fehlende ergänzen, und die Entwerfung der gewöhnlichsten Gegenstände einer Flur, z. E. der Wiesenstücke, Aecker, Waldungen, Flüsse, Dörfer u. d. gl. als lauter einzelner Fälle, von denen ein Feldmesser seine Praxis anfangen muß, ehe er sich an zusammengesetzte Fluren wagen darf, zu erläutern suchen und dabey unterschiedene Vortheile und Erinnerungen beybringen, welche im Vorhergehenden noch nicht erörtert werden konnten, und die Manchem nach Verhältnis seiner Kenntnisse mehr oder minder interessant scheinen werden.

Ich

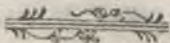
Ich werde mich aber bey gegenwärtigen Aufgaben vorzüglich des Meßtisches bedienen. Von den Vortheilen dieses Werkzeugs bey Messungen, wo vieles anzumerken vorkommt, habe ich bereits im 238 §. und an andern Orten geredet.

Vermessung der Wiesenstücke.

§. 245. I. Da diese gewöhnlich ohne beträchtliche Abweichung in einer Horizontal-Ebene liegen, und meistens eine freye Aussicht verstatten, so kan man ihre Grundlegung unter die leichtesten Fälle rechnen, wo sich die Lehren des XVIIIten Kapitels anwenden lassen.

II. Vorläufig ist nun sowohl hier als künftig das eine der ersten Vorschriften, daß ein Feldmesser, ehe er zur wirklichen Aufnahme schreitet, vorher genau den Umfang und das Innere des zu vermessenden Places in Augenschein nehme, alle Hindernisse und Schwierigkeiten genau aufzeichne, und daraus die den Umständen gemäße Entwerfungsart beurtheile.

III. Kleine Wiesenstücke, worauf keine beträchtliche Hindernisse vorkommen, lassen sich bequem und am richtigsten mit der blossen Kette vermessen (§. 114). Krümmungen werden dabey durch Abscissen und Ordinaten be-



stimmt, von denen es aber nöthig ist, ein Diarium zu halten.

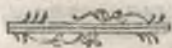
IV. Größere Plätze lassen sich vorzüglich aus ihrem Umfang entwerfen, woben man denn theils nach einem beständigen Faden fortmisset, das heist, alle Winkel und Seiten unmittelbar bestimmt, theils sich der Methode des 229 §. bedient, wie es die Umstände zu erfordern scheinen.

Im letztern Falle können abgesteckte Stäbe innerhalb der Figur, in Ermangelung anderer kennbaren Objekte, zu Richtpunkten angenommen werden. §. 229. I. II.

V. Das Verfahren §. 229. wird man besonders in dem Falle sehr brauchbar finden, wenn in den Umfangslinien einer Figur Hindernisse vorkommen, die dieser Linien unmittelbare Messung erschweren.

Der Magnetnadel kan man sich dabey bedienen (§. 233.) aber das nur in solchen Fällen, wo man den dadurch festzulegenden Ort des Meßtisches nicht mit äußerster Schärfe zu bestimmen für nöthig erachtet.

Soll aber ein festzulegender Standpunkt des Meßtisches in der Folge zu weitem Bestimmungen und zu einem neuen Richtpunkt dienen, so wird man nach §. 235. verfahren müssen.



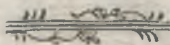
müssen. Man wird aber alsdenn noch einen Meßtisch mit sich führen müssen, worauf man die Lage eines solchen Standes gegen einige andere bereits festliegende erst nach der Branderischen Methode entwirft, ehe man ihn in gehöriger Verbindung mit der übrigen Messung auf den ersten Meßtisch trägt.

VI. Oft kan man aus einer angenommenen Standlinie nach §. 231. viele Punkte am Umfange und innerhalb des Wiesenstücks zu Papiere bringen.

Ueberhaupt finden die Entwerfungsarten im XVIII. Kapitel bey Vermessung der Wiesenstücke fast alle ihre Anwendung. Nur ist man oft, vorzüglich bey grössern Plätzen, genöthigt, nach Verhältnis der Umstände, der Bequemlichkeit, der mancherley Arten von Hindernissen u. s. w. mehrere Methoden mit einander zu verbinden.

VII. Zur Erläuterung diene der Wiesenplatz (Fig. 1), davon A, B, C, D, E, F, einzelne Stücke vorstellen, deren richtige Gränzen und Besitzer man von erfahrenen Leuten, die man als Gehülfsen mitnimmt, angeben und gehörig mit Pfählen versehen lassen muß.

VIII. Gleich Anfangs, ehe man zur Messung schreitet, muß man den ganzen Wiesenplatz umgehen, und einige kenntliche Objekte,



3. E. a, b, c, d, e, f, auswählen, die künftig sowohl zur Prüfung der Messung, als auch zu Richtpunkten dienen, nach denen man den Mestisch stellet, und durch Hülfe deren man Standpunkte des Mestisches auf ihm festlegen kan.

IX. Auch ist es sehr vortheilhaft, einige durch die Figur gehende Linien, und besonders auch die längste, 3. E. von i nach x, abzuschreiben, und den verjüngten Maasstab darnach zu proportioniren.

Gesetzt man fände $i x = 2000$ Schritte, also ohngefähr 333 Ruthen.

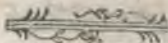
Schon daraus würde sich einigermaßen beurtheilen lassen, ob sich der ganze Wiesenplatz auf einem Ueberzuge des Mestisches entwerfen läßt, oder ob mehrere dazu nöthig sind.

Sollte der Mestisch von gewöhnlicher Grösse, also etwa von 18 Zollen seyn, und setzte man, daß eine Ruthe des verjüngten Maasstabes nicht kleiner als den 10ten Theil eines Zolles genommen werde, (wie solches in der That auch wohl nicht rathsam wäre) so betrügen die 333 Ruthen etwa 33 Zoll auf dem Papier, und der Mestisch müste also gewiß mehrere male überzogen werden, um den Wiesenplatz mit dem nothigsten Detail zu entwerfen; das heist: man müste die Messung theil:

theilweise vornehmen, und nachher auf Mittel denken, die Entwürfe einzelner Stücke zu Hause mit einander zu verbinden. Wie viel Ueberszüge des Meßtisches überhaupt aber erfordert werden, ergiebt sich benläufig aus einem rohen Entwurfe des ganzen Plakes; meistens wird sich aber solches schon aus einigen andern abgeschritteten Linien der Figur beurtheilen lassen.

X. Oft ist aber die Grösse des verjüngten Maasstabes schon vorgeschrieben. In diesem Falle dienet das vorläufige Abschreiten sowohl der längsten als auch einiger andern Linien, auch dazu, bequemer den Punkt auf dem Meßtische auszuwählen, von dem man die Messung anzufangen gedenkt. Während der Arbeit findet sich denn schon selbst, wie viel man von dem ganzen Wiesenstück auf jeden Ueberszug Meßtisches bringen kan.

XI. Ich will sehen, bei gegenwärtigem Wiesenstück habe man unter den angenommenen Umständen, daß nemlich die längste Linie durch die Figur ohngefähr 2000 Schritt betragen, und eine Ruthe des verjüngten Maasstabes nicht grösser als den 10ten Theil eines Fusses genommen werden sollte, nach dem Augenmaasse und mit Beyhülfe eines etwa schon vorhandenen rohen Entwurfs gefunden, daß sich ganz bequem erstlich die drey einzel-



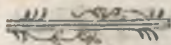
nen Stücke A, B, C, zusammen auf einem, und dann die andern drey D, E, F auf einem zweiten Ueberzuge des Meßtisches bringen lassen, ohne befürchten zu dürfen, daß bey einer geschickten Wahl des ersten Punktes auf dem Papiere, von dem man jedes Stückes $h a i b c v d n z k h; n x y k z n$ Messung anfängt, Theile davon zu nahe an den Rand des Meßtisches kommen, oder gar darüber hinausfallen mögten.

XII. Nun bringe man aus einer bequemen Standlinie, z. E. a h vor allen Dingen erst einige von den angenommenen Richtpunkten z. E. c, d, m auf dem Meßtisch, nach (§. 231.); vergesse auch nicht die Richtung der Magnetnadel zu ziehen.

XIII. Hierauf würde man etwa nach der Richtung a i b c d n den äußern Umfang der drey an einander hängenden Stücke A, B, C auf den Meßtisch bringen.

Zwischen a, i, wo weiter keine sonderlichen Hindernisse die Messung unterbrechen, könnte man nach (§. 222.) verfahren, oder auch, um selbst die Messung der Linien a g, g r, r i zu ersparen, nach (§. 229.), wobei denn der Nutzen, der aus der Standlinie a h bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m, erhellen wird.

Zwi:



Zwischen i und b ist eine Anhöhe vorhanden, die das Visiren und Messen von i nach b verhindert. — Hier würde also, um die Winkelpunkte von i nach b zu erhalten, die Stellung des Meßtisches nach der Magnetnadel, und der Gebrauch einiger der bereits festgelegten Punkte a, h, c, d, m zu empfehlen seyn (§. 233.).

Den Punkt c, folglich bc hat man schon, sobald man bis b mit der Messung gekommen ist. Nämlich c aus XII.

Von c nach n sind Krümmungen zu entwerfen.

Um dazu nicht gar zu viel Stände nöthig zu haben, so stecke man längst der Krümmung so lange Linien ab, als es angehet, doch so, daß die zu messenden Ordinaten nicht zu lang werden, und verfare nun nach (§. 222 c.).

Von c würde ich aber, nm die längst der Krümmung abgesteckte gerade Linie cv, auf dem Meßtische richtig zu erhalten, letzteren nicht durchs Zurückvisiren nach b einrichten, weil b durch die Magnetnadel bestimmt worden.

Sicherer würde ich ihn durch Hilfe anderer bereits festliegenden Objekte, z. E. m, zu dessen Bestimmung keine Magnetnadel gebraucht wurde, in die gehörige Lage bringen.



XIV. Nachdem man bis n gekommen ist, so wird die Lage der beyden Gränzlinien $n3$ und $3k$ anzugeben seyn. Diese finden sich durch Bestimmung des Punktes 3 , den man entweder durch Hilfe der bereits festliegenden Punkte (XI) nach §. 235. bestimmen, oder durch Visiren längst $n3$, und durch wirkliches Messen und Auftragen der Länge $n3$ erhalten könnte. Letzteres würde ich vorziehen, weil sich hier auf $n3$ ein Gränzpunkt 5 befindet, dessen Entfernung $n5$ man zugleich auch messen und auftragen könnte.

XV. Nachdem bey 3 der Meßtisch nach n oder einem andern schicklichen Punkt zurückgerichtet worden, so ziehet man auf ihm die Richtung $43k$, misst die Entfernungen von 3 nach 4 und von 3 nach 7 , und bestimmt dadurch die Gränzlinien von 4 nach k , von 1 nach 4 , von n nach 3 , und es ist nun nichts mehr übrig, als noch die Krümmung zwischen h und k zu entwerfen.

In die gemessenen Wiesenstücke A, B, C , setzt man Zahlen oder Buchstaben herein, und bemerkt in dem Manuale neben diesen Zahlen die Eigenthümer dieser Stücke, und da die auf den Linien $n3, 3k$ bemerkten Punkte $5, 7$, Gränzpunkte solcher Stücke D, E , die man erst auf dem folgenden Ueberzuge des Meßtisches erhält, bezeichnen, so kan man
deren

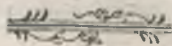


deren Bedeutung auch einstweilen dabey schreiben, wenn es, Verwirrung zu vermeiden, nöthig scheinen sollte.

XVI. Nun würde ein Ueberzug des Meßtisches, oder eine Platte, vollgearbeitet seyn. Auf ihr befänden sich die drey an einander hängenden Stücke A, B, C, ohngefähr wie Fig. II. Nro 1.

Man überziehe den Meßtisch von neuem, und schreite zur Aufnahme der folgenden drey Stücke D, E, F.

Um sowohl die Messung da fortsetzen zu können, wo man auf der ersten Platte aufgehört hat, als auch die folgenden Stücke D, E, F, mit den erstern A, B, C, in eine richtige Verbindung zu bringen, so fasse man die Weite zwischen ein Paar Punkten, z. E. n und k, die man auf der erstern Platte schon hat, und die nahe genug an den Seiten liegen, wo man die Messung fortsetzen will, und trage solche auf den frisch überzogenen Meßtisch Nro 2. an eine schickliche Stelle von x nach v, bringe alsdann den Meßtisch Nro 2. über n oder k Fig. I. und richte vx längst nk oder kn zurück, je nachdem man von n oder von k an, längst des Umfanges der drey Stücke D, E, F, zu arbeiten anfangen will, und schreite nun zur
Aufs



Aufnahme derselben, woben man denn, nach Verhältnis der Umstände, wie vorhin zu verfahren hat.

Zum Behufe der Arbeit wird es gut seyn, etwa aus der Standlinie $n k$ sogleich einige Objekte e, f , als neue Richtpunkte festzulegen, denn die erstern, als c, m, u . dgl. werden nun nicht mehr gebraucht werden können, sie müßten denn etwa so nahe an der Verbindungslinie $n k$ liegen, daß man sie auch auf den frischen Ueberzug des Meßtisches bringen könnte, und doch noch für die drey Stücke D, E, F , Raum genug bliebe.

Hat man nun endlich D, E, F , vermessen (woben man denn immer erst den ganzen äußern Umfang bestimmt, ehe man die innern Scheidungslinien, z. E. von 7 nach 6 u. s. w. entwirft), so wird das Wiesenstück $D E F$, an das erstere $A B C$, mittelst der angenommenen Verbindungslinie $n k$ gehörig angehängt, und so ist die ganze Wiesenflur vermessen.

XVII. Gienge durch diese Flur ein Fußsteig, ein Wassergraben, oder so etwas, wie die punktirte Linie ausweist, so wird es, im Fall diese Dinge nicht besondere Gränzen abgeben, zureichend seyn, nur deren beträchtlichste Krümmungen zu entwerfen, woben man denn

denn vieles nach dem Augenmaasse, oder durch blosses Abschreiten der Abscissen und Ordinateen, in Rücksicht einer zu deren Bestimmung gezogenen Abscissenlinie, verzeichnen mag. Vorzüglich bemerke man die Punkte, z. E. 2, 8, 9, wo der Fußsteig in wirkliche Gränzlinien einschneidet.

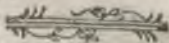
Wo man solchergestalt hin und wieder sich der Schritte bedient, da wird es bequem seyn, auf dem Meßtische zween Maassstäbe zu haben, einen, um die Ruthen selbst, und dann einen andern, die gefundenen Schritte in gehörigem Ruthenmaasse darzustellen.

Sieben muß man nun wissen, wie viel Schritte z. E. auf 5 Ruthen gehen. Gesezt 30 Schritte betragen 5 Ruthen.

Man theile also 5 Ruthen des verjüngten Maassstabes in 30 gleiche Theile, so hat man die einzelne Schritte.

**Ueber die Eigenschaften der Verbindungs-
linien, das Auftragen und Zusammen-
hängen der einzelnen Platten.**

§. 246. Damit verschiedene Entwürfe, die man nach und nach auf einzelnen Ueberzügen des Meßtisches bekommt, ihre erforderliche Genauigkeit erhalten, und auch nach-
her



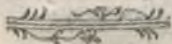
her in eine richtige Verbindung gebracht werden können, so sind dabei einige Vorrichtungen zu beobachten.

I. Müssen zu Verbindungspunkten, dergleichen k, n , im vorhergehenden §. waren, immer solche gewählt werden, die auf dem Felde mit vorzüglicher Genauigkeit und Schärfe bestimmt worden sind.

Es würde nicht rathsam seyn, solche dazu zu nehmen, zu deren Bestimmung man sich etwa der Magnetnadel bedient hätte.

Am sichersten ist es, wenn k, n , unmittelbar aus der Standlinie $a h$ oder einer andern schicklichen festgelegt sind.

Solche Punkte, durch Hülfe deren eine Messung fortgesetzt, und demnächst eine Platte mit der nächst vorhergehenden verknüpft wird, trage man von der zuletzt vollgezeichneten Platte auf den frisch überzogenen Meßtisch an einen schicklichen Ort (z. E. $k n$ von der ersten Platte Fig. II. Nro 1. an die Stelle xv der zweiten Nro 2.), oder man lege auch die vollgearbeitete Platte Nro 1. auf den neuen Ueberzug des Meßtisches Nro 2. und steche die Punkte k, n , vermittelst einer Kopiernadel durch; so kan man alsdann von $xv = kn$ die Messung auf der zweiten Platte anfangen und fortsetzen, so wie auch hernach, vermittelst



telst dieser durchgestochenen Punkte, beide Entwürfe Nro 1. und 2. richtig an einander hängen.

II. Müssen die gebrauchten Verbindungslinien, wie kn Fig. 1. eine schickliche Lage gegen diejenigen Linien haben, längst denen man auf der zwoten Platte zu arbeiten anfängt, d. h. kn muß mit ihnen nicht zu stumpfe oder spizige Winkel machen.

Gesetzt, man wollte die Messung der drey Stücke D, E, F , von k längst ky anfangen, so würde es besser und schicklicher seyn, den Meßstisch bey k längst der Verbindungslinie, wie kn , als $z. E.$ längst hk , zurück zu richten, also k, h , zu Verbindungspunkten anzunehmen. Denn 1) liegen hier k, n , im gemeinschaftlichen Umfange der zu vermessenden Stücke $k h a i b c n$; $n z k y x n$, welches Bequemlichkeiten am Schlusse der Figur hat, und schicklicher den Ort auszuwählen verstatet, wo man kn von der ersten Platte auf den frisch überzogenen Meßstisch hinzutragen hat, damit nichts von dem Stücke $n z k y x n$ bey dem Fortgang der Messung ausserhalb des Tisches falle. 2) hat kh wegen des gar zu stumpfen Winkels hky keine schickliche Lage gegen ky , längst der man die Arbeit auf der folgenden Platte anfängt, und es mögte daher auch von kh keine recht bequeme und



und genaue Verbindung beider Entwürfe khaiben, n3 kyx n zu erwarten seyn.

III. Müssen die Verbindungslinien so lang als möglich seyn, oder wenigstens muß man durch die abgetragenen Verbindungspunkte x, v , über den ganzen Meßtisch eine gerade Linie ziehen, um hernach beym Einrichten desselben eine gute und lange Auslage des Diopterlineals zu erhalten.

Man thut am besten, wenn man auf dem frischen Ueberzuge des Meßtisches erstlich eine gerade Linie $\alpha\beta$ zieht, und darauf $xv = kn$ abträgt.

IV. Wenn ein Meßtisch vollgearbeitet ist, so halte ich es immer für das beste, den Ueberzug ganz herunter zu nehmen, und einen frischen Bogen aufzuspannen.

V. Penther (Praktische Geometrie §. 471.) verfährt anders: Verschiedene schon an einander geleimte Bogen werden über einander gelegt, und durch Schraubstöcken auf den Meßtisch befestigt. Ist nun ein Bogen vollgearbeitet, so wird er umgebogen, damit nun der zunächst daran geleimte oben auf den Meßtisch zu liegen komme. — Alles wird alsdann wieder durch die Schraubstöcke gezogen. Auf diesem zweiten Bogen wird nun die Messung fortgesetzt, woben aber zu
mer.

merken ist, daß der erste vollgearbeitete Bogen nicht ganz untergeschlagen, sondern der Bug so getroffen werden muß, daß von der erstern Arbeit noch etwas sichtbar bleibe, wovon man wieder anfangen, und die Messung fortsetzen kan.

VI. Gegen dieses Verfahren ist aber manches zu erinnern: 1) liegt schon das Papier nicht fest auf, weil man es nur durch Schraubstöckgen anziehet und befestiget, und wird daher durch die geringste feuchte Luft ausgedehnt und schlaff gemacht. 2) Verunzert das mannichfaltige Umbiegen die einzelnen Entwürfe, und schadet ihrer Richtigkeit. 3) Ist das an einander heften mehrerer Bögen aus der Ursache überflüssig, weil man doch gewöhnlich die einzelnen Entwürfe zu Hause wieder ins Reine bringen muß.

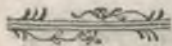
VII. Eine Ersparung der Zeit scheint das freulich zu seyn, daß man nicht, wie beim gewöhnlichen Ueberziehen des Meßtisches nöthig hat, auf das Abtrocknen des angefeuchteten Papiere zu warten. Allein dem wäre leicht abgeholfen, wenn man zwei überzogene Reisbretter, als Meßtische, mit sich führte, damit, wenn das erste vollgearbeitet wäre, man sogleich das zweite auf das Stativ setzen, und darauf die Messung fortsetzen könnte, während dessen alsdann von einem



Gehülfsen wieder das erste Reissbrett überzogen würde u. s. w. Sind die Reissbretter mit feinen Rahmen versehen, in die man das Papier spannet, so muß man einen guten Mundleim mit sich führen, womit man das Papier an den Rand des Meßtisches anklebt.

VIII. Wenn alle einzelne Entwürfe oder Platten zu Hause aufgetragen, ins Reine gebracht, und mit einander verbunden werden sollen, so kan es geschehen, daß der größte Regalbogen sie nicht alle fassen würde. — In diesem Falle muß man mehrere Bogen vorher auf Leinwand leimen, woben denn Penther auf folgende Art verfährt:

Man lasse ein recht glatt gehobeltes Brett von Linden- oder anderm weichen Holze mit Leisten einfassen, damit es sich nicht werfe, und von einer solchen Grösse verfertigen, daß alle einzelne Platten, gehörig an einander gefügt, nicht nur vollkommen Raum darauf haben, sondern das Brett selbst noch wenigstens einen halben Schuh an allen 4 Seiten über sie hinaus reicht. Dieses Brett überziehe man mit einer dichten Leinwand, die ohne Knoten ist, und in Ermangelung zunehmender Grösse, aus mehreren Stücken zart zusammengeñahet seyn muß. Man bedienet sich blos eines gewöhnlichen Buchbinderkleisters,



sters, womit man den Rand der Leinwand ohngefähr ein Paar Zoll breit bestreicht, und sie auf das Brett klebet, auch sie dabei so viel als möglich anziehet. So bald der Kleister trocken geworden ist, beschneide man einige Bogen des größten holländischen Papiers an ihrem Rande, bekleistere sie ganz auf der einen Seite, und lege sie mit dieser Seite auf die gleichfalls mit Kleister überzogene Leinwand, so, daß jedes Blatt Papier das neben daran liegende ohngefähr eines Strohhalms breit bedeckt, ziehe hierauf das Papier allerwärts aus einander, so viel sich thun läßt, drücke es mit einem zarten Tuche an, und vertreibe die runzlichen Stellen durch gelindes Reiben auf einem andern trockenen darauf gelegten Papiere, bis der Ueberzug vollkommen trocken ist. Glätte ihn endlich mit einem Salzbeine, dergleichen die Buchbinder haben, so wird er wie ein sauberes Pergament aussehen, und zum Auftragen der einzelnen Entwürfe zubereitet seyn.

IX. Das Auftragen und Zusammenhängen der einzelnen Platten, auf dieser mit Papier überzogenen Leinwand geschieht nun am kürzesten und besten auf folgende Art.

Erstlich lege man die erste Platte Nro 1. Fig. 11. auf die überzogene Leinwand, steche die merkwürdigsten Punkte des Entwurfs mit einer



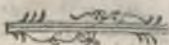
einer feinen Kopiernadel durch und zeichne ihn hierauf mit Bleystift ins Reine. An diesen durchgestochenen Entwurf lege man die zwote daran zu liegen kommende Platte Nro 2. dergestalt, daß die Verbindungslinien oder Punkte, z. E. v, x, wodurch beyde Entwürfe, ihrer Lage auf dem Felde gemäß, an einander gefügt werden sollen, gerade über dieselben Punkte n, k, des bereits durchgestochenen erstern Entwurfs zu liegen kommen, schlage durch die über einander gelegten Punkte v, n; x, k, wie auch durch einige andere, zarte Stecknadeln ein, damit die abzukopirende zwote Platte, neben der bereits ins Reine gebrachten erstern in unverrückter Lage erhalten werde, steche nun vermittelst der Kopiernadel abermals die merkwürdigsten Punkte der zwoten Platte durch, und hänge sie wieder sowohl unter sich, als auch mit der Zeichnung der ersten Platte durch Bleystiftlinien bis zu weiterer Bearbeitung zusammen.

X. Während des Durchstechens selbst muß man die etwaigen kleinen Beulen auf dem abzukopirenden Platte, durch einen gelinden Druck oder Zug eben machen, und hernach beim Zusammenziehen der durchgestochenen Punkte immer auf das Original selbst fein Augenmerk richten, damit die vielen Punkte keine Irrung verursachen, und indem man
etwa

etwa einen für den andern hielt, unrichtig zusammen gehängt werden. Durch einige Uebung wird man es hierinn bald zu einer Fertigkeit bringen.

Sollten einige Punkte vergessen worden seyn, so muß man sie durch Durchschnitte zweener Kreisbogen aus bereits durchgestochenen Punkten bestimmen.

XI. Manche Feldmesser verfahren, um Messungen fortzusetzen und nachher an einander zu hängen, auf eine etwas andere Art als bisher gezeigt worden. Anstatt nemlich einige Punkte von einem bereits vollgearbeiteten Meßtisch auf den nächst folgenden zu tragen, um von da die Messung wieder anfangen zu können §. 245. XVI., ziehen sie von einigen Ständen der ersten Platte gleich Visirlinien nach solchen Punkten, die man erst auf dem zweiten Ueberzuge des Meßtisches bekommen würde, und verlängern sie, um nachher eine bessere Anlage des Lineals zu erhalten über den ganzen Meßtisch. — Weil sich aber diese Visirlinien auf dem ersten Ueberzuge des Meßtisches nicht schneiden, und die entsprechenden Punkte bestimmen, so leimet man, nachdem die erste Platte vollgearbeitet und von dem Meßtische herunter genommen worden ist, ein Blatt Papler von der Größe des Meßtisches an sie, verlängert hierauf die



erwähnten Visirlinien, bis sie sich auf dem angeleimten Blatt Papiere durchschneiden, und bedienet sich der dadurch festgelegten Punkte zur Fortsetzung der Messung und zur Verbindung der zweiten Platte mit der ersten. — Man steche nemlich die auf dem angeleimten Papiere gefundenen Durchschnittpunkte zusammen gehöriger Visirlinien auf den folgenden Ueberzug des Meßtisches durch, und fange von diesen Punkten die Messung an. Wenn der Meßtisch wieder vollgearbeitet ist, so nimmt man die Zeichnung herunter, legt sie wieder auf das erwähnte Blatt Papier, so daß die vorhin durchgestochenen Punkte nunmehr als Verbindungspunkte wieder über einander liegen, und kopiret nun vermittlest einer Nadel das, was man auf dem zweiten Ueberzug des Meßtisches erhalten hatte. — Und so sind nun beide Platten in richtiger Verbindung neben einander. Auf ein ähnliche Art wird mit dem folgenden verfahren.

Anderer Feldmesser bedienen sich noch anderer Methoden, die Messungen mit einander zu verbinden, und man kan umständlicher das darüber nachlesen, was Herr Hogerwe (Landesvermess. IX. Abschn.) davon gesagt hat.

Ich muß aber gestehen, daß ich es immer für rathsamer halte, zu Verbindungspunk-

punkten einer folgenden Platte mit einer vorhergehenden lieber solche zu wählen, die man schon unmittelbar auf der vorhergehenden erhalten hat, als solche, die man erst auf einem Blatt Papiere erhält, das man an die vorhergehende Platte klebt. Letzteres scheint mir oft Unbequemlichkeiten zu haben, selbst ungleich mehrere Irrthümer zu veranlassen.

XII. Das Kopieren übrigens mit einer zarten Nadel zu bewerkstelligen, ist ohnstreitig die beste Art, die sich gedenken läßt. Wollte man z. E. einen Entwurf auf einem Meßtische durch Dreyecke abkopieren, so wäre dieses nicht nur äußerst mühsam und langweilig, sondern die dabei zu ziehenden Kreisbogen machen den Riß unsauber, und veranlassen mancherley Arten von Unrichtigkeiten, gewiß grössere, als solche, die man beim Gebrauche der Kopiernadel etwa daher befürchten mögte, daß das obere Blatt Papier über dem untern nicht recht genau und scharf angezogen läge, oder man die Kopiernadel nicht recht senkrecht einsetzte u. dgl. Bei gehöriger Vorsichtigkeit darf man von einer zarten Kopiernadel gewiß alle erforderliche Genauigkeit erwarten, und eine Verückung der abzukopirenden Platte ist übrigens nicht zu befürchten, wenn sie an mehreren schicklichen Orten mit senkrecht eingeschlagenen Stecknadeln befestigt wird.

XIII. Die Platten selbst, verwahrt und trägt man auf dem Felde am besten in einer sogenannten Portefeuille. — Das Aufrollen derselben ist ihrem nachherigen Kopiren nachtheilig.

Von Vermessung der Felder und Aecker.

§. 247. I. Hieben kan man in der Hauptsache so verfahren, wie vorhin bey Wiesenstücken umständlich gezeigt worden. Nur muß ich in Absicht des Ganges, den man bey der Messung zu befolgen trachten muß, noch einige Erinnerungen beybringen.

II. Gewöhnlich stossen alle Aecker unmittelbar an Fuhrwege, welches denn Hauptstraßen, oder andere Feldwege seyn können. Die einzelnen Felder selbst sind ferner durch Raine, Scheidewege u. dgl. von einander abgesondert. — Mehrere einzelne Felder, die ohngefähr nach einerley Richtung liegen, wie z. E. die innerhalb des Raumes A. Fig. III. machen eine sogenannte Verainung. Um nun eine ganze Flur von Aeckern richtig zu vermessen und alle Verwirrungen zu vermeiden, die die vielen Scheidungen und Gränzlinien einzelner Aecker gar zu leicht veranlassen, so verfährt man am besten auf folgende Art.

III.

III. Man gedenke sich die Art, wie die erwähnten Feldwege, z. E. g c b a, a h f, g e f, u. dgl. in einander laufen, und wie mehrere derselben immer einen gewissen Theil der Flur in sich einschließen. Innerhalb eines solchen Theiles liegen eine oder mehrere Verainungen A, B, C, D, und jede Verainung ist wieder durch Scheidungslinien in einzelne Aecker getheilt.

IV. Da ist es nun, wenn es angehet, sehr bequem, eine ganze Flur nach solchen Theilen zu vermessen, wie sie sich unmittelbar auf dem Felde durch den Zusammenlauf der nach verschiedenen Richtungen gehenden Feldwege, oder anderer kennbarer Gränzen, bilden. Z. E. d g b a f e d, d e f k i l d u. dgl.

V. Entweder gehet nun ein solches gleichsam durch natürliche Gränzen eingefasstes Stück der ganzen Flur, wie d g b a f e d ganz auf den Meßtisch, oder nicht. Beides läßt sich ohngefähr nach dem Augenmaasse oder nach (§. 245. IX.) beurtheilen. Gesetzt, der Theil d g b a f e d der Flur gehe ganz auf den Meßtisch.

In diesem Falle umgehe man die ganze Figur d g b a f e d und bringe erst ihren Umfang zu Papier, ehe man die in sie fallenden einzelnen Aecker hinein zeichnet.

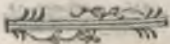


Während dieser Arbeit kan man durch Abseifen und Ordinaten zugleich anmerken, wo theils die Gränzlinien ganzer Verainungen, theils auch die einzelnen Scheidungslinien der Aecker, z. E. bey 0, 1, 2, 3, u. s. w. in den Umfang b g b a f e d eintreffen.

Auch den in die Figur hineinlaufenden Weg e g würde man hier erst zu verzeichnen haben, ehe man an die einzelnen Aecker schreitet, weil an e g Gränzlinien einzelner Felder anstossen. Längst e g könnte man zugleich die Punkte O. I. II. III. u. s. w. auf dem Meßtische andeuten, wo diese Scheidungslinien an e g anstossen.

Nachdem nun der ganze Umfang d g b a f e d entworfen, und alle Scheidungspunkte der einzelnen Verainungen und Aecker darauf angemerket worden sind, so sucht man die Punkte innerhalb der Figur zu bestimmen, wo mehrere einzelne Verainungen an einander stossen. Hier ist z. E. y ein solcher Punkt. Die Bestimmung seiner Lage ist nothwendig, um die Verainungsgränzen z. E. h y ziehen zu können.

VI. Ehe man nun alle einzelnen Aecker zeichnet, so müssen vorher die Verainungen richtig bestimmt seyn. Sind deren Gränzen lauter gerade Linien, so ist die meiste Arbeit geschehen, wenn ausser den Punkten wie y
inner,



innerhalb der Figur, auch die Punkte, wie $o, 3, O, III, h$, wo die Berainungslinien in den Umfang der Figur eintreffen, richtig angegeben worden sind. Man darf alsdenn nur zusammengehörige Punkte, wie 3 und III ; o, O ; h, y , durch gerade Linien zusammenhängen, um die Berainnungen A, B, C, D , zu erhalten.

Natürlich wird man, da man längst des Umfanges arbeitete, auf dem Risse, bey $o, 3$; O, III ; angemerkt haben, daß daselbst Berainungsgränzen von A anstossen, so daß es demnächst keine Schwierigkeiten haben wird, auf dem Meßtische zu wissen, welches zusammengehörige Punkte sind.

VII. Sind die Gränzen wie $3, III$, oder h, y nicht gerade, sondern, wie fast meistens der Fall ist, etwas gebogen, so muß man ihre Krümmung durch Abscissen und Ordinaten bestimmen. Man misst in gerader Linie von h nach y , und bemerkt, wo die Krümmungen zwischen h und y am meisten von der Kette abweichen. Daben könnte man hier zugleich die Punkte bestimmen, wo die Scheidungslinien der Aecker innerhalb der Berainnung C , an h, y anstossen.

Wenn endlich alle Berainnungen mit möglichster Genauigkeit gezeichnet worden, so
schreib:



schreitet man an die innerhalb ihnen befindlichen einzelnen Felder.

VIII. Um diese richtig zu bestimmen, so setze ich zum Voraus, daß man auf dem Meßrische, zwischen jedem Paare nächst auf einander folgender Gränzpunkte, z. E. zwischen 0 und 1, zwischen 1 und 2 u. s. w. einen Buchstaben gesetzt hat, der sich auf den Namen desjenigen beziehet, dem der dazwischen liegende Acker gehört; wenn eben so etwas zwischen 0 und 1, zwischen 1. und 11; u. s. w. geschehen ist, so wird es demnächst leicht seyn, auf dem Meßrische die zusammengehörigen Punkte 0, 0; 1, 1; 11, 2; u. s. w. aufzufuchen, und die dazwischen liegenden Scheidungslinien der einzelnen Felder vollends auszuziehen. Gesezt auf dem Meßrische fände man zwischen 1 und 2 den Buchstaben M, und eben so zwischen 1. und 11, so siehet man leicht, daß zwischen den Scheidungslinien 1 1, 2 11, der Acker liegen werde, dessen Besitzer M ist. Und so können in einer jeden Verainung, ohne die geringste Gefahr sich zu verwirren, die einzelnen Felder auszeichnet werden.

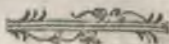
IX. Es ist klar, daß man solchergestalt, während der ganzen Arbeit ein Manual mit sich führen muß, wo neben den der Kürze halber gebrauchten Buchstaben, wie M (VIII) der

der ganze Tauf, und Zuname des Besizers aufgeschrieben ist. Daß der Besizer selbst oder sonst ein in der Flur kundiger Mann, zugegen seyn muß, welcher die Gränzpunkte eines jeden Ackers genau angiebt, verstehet sich von selbst.

Sind die einzelnen Scheidungslinien der Aecker auch gebogen, so verfährt man wie in (III).

X. Wenn man auf solche Art erst die Hauptfigur $d g b f d$, dann die in sie fallenden besondern Verainungen A, B, C, D, und endlich die innerhalb jeder Verainung liegenden Felder entwirft, so hat die Vermessung der Aecker einen bestimmten und sichern Gang, der immer von grössern Theilen auf kleinere fortführt, und bey dem man nicht die geringste Gefahr leidet, durch die Menge der Scheidungslinien irre zu werden.

XI. Wollte man die Sache umkehren, und nach der Ordnung jeden einzelnen Acker verzeichnen, aus diesen die Verainungen und aus diesen endlich ein beträchtliches Stück $d g b f d$ einer Flur zusammen setzen, so würde dieses nicht allein eine weitläufige *Gliden* seyn, die zu unzähligen Verwirrungen Gelegenheit gäbe, sondern die Richtigkeit selbst würde darunter leiden, weil die Fehler, die bey jedem einzelnen Stücke begangen



gen würden, sich bey deren Zusammensetzung so häufen könnten, daß die ganze Figur $dgbfd$ auf dem Meßtische von der auf dem Felde sehr merklich abweichen würde, so wie eine gerade Linie, deren Länge gegeben ist, nie vollkommen diese Länge erhält, wenn man sie theilweise messen und auftragen, oder aus mehreren kleinen Stücken zusammen setzen wollte.

XII. Wie bey dem Stücke $dgbfg$ bisher verfahren worden, so kan es bey einem jedem andern, wie $defkid$, dessen Gränzen gleichfalls wie bey dem erstern beschaffen sind (v), auch geschehen, und beyde können alsdenn durch geschickte Verbindungslinien an einander gehängt werden. Und so kan man nach und nach eine beträchtliche Flur von Feldern, aus solchen Stücken, wie wir sie bisher angenommen haben, zusammen setzen.

XIII. Zur Erläuterung finde ich aber nöthig, noch folgendes bezubringen:

Ob man zwar bey der Vermessung des ersten Stücks $dgbafed$ schon einen Theil, z. E. def , von dem Umfange des daran gränzenden Stücks $defkid$, mit auf der ersten Platte bekommen hat, und es also nicht erforderlich ist, bey dem daran gränzenden Stücke $defkid$, den Theil seines Umfanges def , noch einmal zu vermessen;
son

sondern man nur gleich bey d oder f, längst dl oder fk zu arbeiten anfangen kan, so wird es doch, weil hier längst die Ackergränzen bey v, w, x, z, u. s. w. anstossen, erforderlich seyn, die den beyden Stücken dgbfd; defki d; gemeinschaftliche Gränze def, nebst den darauf bemerkten Punkten v, w, x, u. s. w. von der ersten Platte, auch wieder mit auf die zwote zu kopieren, damit wenn man nachher auf der zwoten Platte längst ln die Punkte t, r, l, u. s. w. entworfen hat, die völligen Ackergränzen vr, wt, xq, u. s. w. ausgezogen werden können. Es ist also, um längst der gemeinschaftlichen Gränze def zweyer Stücke dgbfd, defki d, nicht zweymal arbeiten zu dürfen, nöthig, nicht nur die zum ersten Stück gehörigen Ackergränzen darauf anzumerken, sondern auch diejenigen, wie v, w, x, u. s. w. welche zum folgenden Stücke gehören, zugleich mit anzugeben, welche denn allemal ausser den Hauptverbindungspunkten beyder Platten, von der ersten Platte auch mit auf die zwote durchgestochen werden.

Eben so etwas ist auch bey Vermessung der Wiesenstückenstücke im vorhergehenden §. zu bewerkstelligen.

XIV. Es wird nicht leicht eine Flur, die einem Dorfe oder einer Stadt zugehört, vorkommen, die sich nicht in Stücke von der
bis



bisherigen Beschaffenheit (III. IV.) zertheilen liesse. — Denn Wege, oder andere kenntbare natürliche Gränzen laufen immer genug durch eine Flur, wodurch sie von selbst in solche Stücke zerfällt, innerhalb deren eine beträchtliche Menge von einzelnen Aeckern enthalten ist, die man solchergestalt bequem entwerfen kan. Und da bey Vermessung ganzer Fluren, eine Ruthe des verjüngten Maasstabes selten grösser als den gten Theil eines Zolles genommen wird, so werden nicht leicht solche Stücke, wie d g b f d, vorkommen, die nicht zulänglich auf den Raum des Mestisches passeten.

Wenn auch ein solches Stück nicht ganz darauf gieng, so wird man doch wenigstens einzelne Verainungen desselben darauf bringen können. Nur muß man niemals bey einzelnen Aeckern abbrechen, weil sonst leicht Verwirrung entstehet, wenn mehrere solche Platten an einander zu hängen sind.

Natürlich wird ein Feldmesser immer die Stücke, die von natürlichen Gränzen eingeschlossen sind, so groß nehmen, als es die Umstände und der Raum des Mestisches verstaten, gieng daher z. E. defkild ganz auf den Mestisch, so würde es unnöthig seyn, solches nach den beyden Theilen, in die es der Weg hin zerlegte, zu vermessen, oder

oder das Stück d e f k i l d auf zwei Platten zu bringen.

XV. Gemeiniglich sind solche Stücke, wie d e a f e d, die sich auf dem Felde durch natürliche Gränzen, und vorzüglich durch den Zusammenlauf der Strassen und Feldwege, bilden, immer schon so beträchtlich, daß mehrere derselben unmittelbar an einander gehängt werden können, ohne befürchten zu dürfen, daß eine Flur, die man nach solchen Stücken theilweise vermässe, und nach (§. 246) zusammensetzte, sehr unrichtig ausfiel. Indessen wollte ich aber doch nicht rathen, in dem Falle, da viele solche Stücke in Verbindung zu bringen wären, die Verknüpfungslinien so anzunehmen, daß die Fehler, die bey einem Stücke begangen worden wären, sich auf das nächstfolgende fortpflanzen könnten. — Letzteres wird immer unvermeidlich seyn, wenn man eine Linie, die sich auf einer gewissen vollgearbeiteten Platte befindet, wieder auf die nächstfolgende trägt, und von ihr die Messung fortsetzt, wie es §. 246. vorgeschrieben ist. Besteht eine Flur nicht aus vielen Platten, so mag es immer auf diese Art bewerkstelliget werden. — Da aber oft eine Flur aus 20 und mehreren Platten zusammengesetzt werden muß, da es ferner auch nicht einmal immer die Umstände erlauben, eine Platte da wieder anzufangen, wo die nächst vorhergehende
Dritter Theil. E gehen



gehende aufgehört hat, und man folglich in einer Messung nicht immer einen beständigen Faden verfolgen kan, so muß man nothwendig auf Mittel denken, nicht nur solche Fälle bewerkstelligen zu können, sondern auch die Fehler, die aus dem Zusammenhängen vieler Platten zu befürchten wären, auf alle mögliche Art zu vermindern. Hievon werde ich aber in der Folge etwas umständlicher handeln. Bisher habe ich nur gezeigt, wie man einzelne Stücke einer Flur, z. E. Wiesen- und Aeckerstücke, die nicht so groß sind, daß sie viele Platten erforderten, entwerfen und mit einander verknüpfen könne.

XVI. Herr Helfenzrieder im X. Kapitel seiner Geodäsie thut den Vorschlag, man solle die zu vermessende Flur durch abgesteckte Parallellinien in mehrere Parallelogrammen zerlegen, und das, was in jedes Parallelogramm von Aeckern, Wiesen u. dgl. fällt, zu Papiere bringen. Allein bey Vermessungen der Aecker und Felder, wo so viele Gränzen und Scheidungslinien vorkommen, halte ich es immer für besser, die Flur theilweise nach solchen Stücken zu entwerfen, deren Umrisse schon auf dem Felde vorhanden sind, und die Natur gleichsam selbst vorgezeichnet hat. Die künstliche Zerlegung in Parallelogramme ist nicht allein wegen der hiebei vorzunehmenden geschickten Anordnung, Wahl, und Abste-

Absteckung der Parallellinien mühsam, sondern erfordert selbst viel Aufmerksamkeit, da man auch die Durchschnitte der Seiten dieser Parallelogramme mit den Scheidungslinien der Aecker anmerken muß, welches besonders an den Winkelpunkten dieser Parallelogramme manche Verwirrung giebt, wenn solche nachher zusammen gehängt werden sollen. Die Erfahrung wird jeden selbst davon belehren.

Anmerkung.

§. 248. Bei Vermessungen der Aecker und Felder muß man übrigens nicht vergessen, die Breiten der einzelnen Raine, wodurch die Aecker an manchen Orten von einander unterschieden werden, wie auch die Breiten der durch die Flur laufenden Wege, Gränzen u. dgl. anzumerken, und ihre Gestalt, so gut es geschehen kan, zu verzeichnen. Oft sind die Raine so beträchtlich, daß mehrere Wagen neben einander fahren können, welches ein Mißbrauch ist, dem man wohl abhelfen könnte, und der oft zu einer unerlaubten Erweiterung der daran stoßenden Ackergränzen Anlaß giebt.

Aecker, die längst einer Anhöhe liegen, machen in der bisherigen Auflösung keine Schwierigkeit, wenn man nur immer den Meßtisch gehörig horizontal stellet, und die



Messkette horizontal ausspannet. Letzteres gehet zwar, wenn der Abhang beträchtlich ist, nicht bequem von statten. In diesem Falle spanne man die Kette nur gerade auf den Boden aus, und vermindere die längst ihr genommenen einzelnen Abscissen, z. E. b_1 , b_2 , b_3 , u. s. w. (Fig. III.) in der Verhältniß, die die ganze Kettenlänge bc zum Horizontalabstande ihrer äußersten Punkte hat. Letzteren findet man etwa durch den nach dem Augenmaasse geschätzten Elevationswinkel der Anhöhe. Die Ordinaten lassen sich eher auf einer horizontal angespannten Schnur messen.

Vermessung der Wälder.

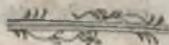
§. 249. I. Diese muß man meistens aus der Peripherie entwerfen, woben man denn, um die unmittelbare Messung mancher Umfangslinien zu ersparen, einige an mehreren Ecken des Umfangs zu sehende Richtpunkte vorher bestimmen, und dann nach der Aufgäbe des 229 des verfahren kan. Solche Richtpunkte lassen sich in dem Falle, da Wälder an Wiesen, Aecker, oder andere frene Aussichten stoßen, ohne Schwierigkeit auswählen, und aus einer Standlinie festlegen.

II. Die in den Wald laufenden Wege müssen alsdenn nach geschehener Messung
des



des Umfangs noch, besonders visirt und zu Papiere gebracht werden, woben man schon während der Arbeit längst der Peripherie, die Punkte bemerkt haben kan, wo Wege in den Wald hineinlaufen. An diese Stellen müssen Pfäle mit daran geschriebenen Nummern, die man auch auf dem Meßrißsche gehörig anmerkt, eingeschlagen worden seyn, um sie desto leichter nach geschehener Entwerfung des Umfangs, wieder zu finden, und von da die Messung in das Innere des Waldes anfangen zu können. Hieben kan man sich oft mit Vortheil der Schritte bedienen. — Längst den Umfangslinten wird es selten nöthig seyn, Ordinaten zu messen, weil die Krümmungen und wahren Gränzen des Umfangs bey Wäldern meistens sehr unbestimmt sind.

III. Uebrigens wird es Vortheile haben, wenn man die Grundlegung der Wälder zu einer Zeit vornehmen kan, da die Bäume ihres Laubes beraubt sind, und folglich das Visiren nicht so sehr unterbrechen. Auch müssen die Stäbe, die man hin und wieder zum Abstecken braucht, mit einem Strohwische oder einer Fahne versehen werden, um sie in dem Walde desto besser wahrnehmen zu können, und sie nicht mit Stamminchen von Bäumen zu verwechseln.



Gränzen, die in den Wald laufen, müssen durch Forstbediente angewiesen, und dann auch in den Riß eingetragen werden.

IV. Anmerkung. Es eräugnet sich, sowohl bey der Entwerfung eines Waldes, als auch bey andern Messungen unterweilen der Fall, daß man wegen der Unzugänglichkeit des Places, nicht nahe genug an dem Umfange desselben, Stände annehmen kan, wie wenn z. E. a b c d 1c. 1c. (Fig. III. *) eine solche unzugängliche Gränze, eines zu vermessenden Places wäre, für den man sich genöthiget sähe, Standpunkte A, B, C, D, 1c. 1c. ziemlich entfernt von dem Umfange a b c d e anzunehmen.

In diesem Falle könnte man zwar versuchen nach (§. 231.), die Punkte a, b, c, d, aus den angenommenen Ständen A, B, 1c. 1c. festzulegen. — Weil aber besonders bey dem Gebrauch des Meßtisches, die abgesteckte Reihe von Standlinien A B C D 1c. 1c. zugleich auch mit auf den Meßtisch kommen muß, wenn man die richtige Lage des Umfanges a b c d e durch Intersectionen aus den Standpunkten bestimmen will, und hierzu oft der Raum des Meßtisches nicht zureichen mögte, so ist man genöthiget, das Astrolabium zu Hülfe zu nehmen, und den Auftrag zu Hause vorzunehmen.

Um aber dabei zugleich das Messen aller Standlinien BC , CD u. s. w. zu ersparen, welches immer nach Verhältnis der Umstände schwierig und mühsam seyn könnte, so gedenke man sich die Reihe von Standlinien durch an einander hängende Dreiecke, wie ABC , BCD u. s. w. verknüpft. Es wird leicht seyn die Standpunkte so zu wählen, daß die erwähnten Dreiecke weder zu spitzige, noch zu stumpfe Winkel bekommen.

AB sey nun eine unmittelbar gemessene Standlinie.

In einem jeden Dreiecke messe man alle Winkel, und leite daraus trigonometrisch die Entfernungen BC , CD u. s. w. her.

Nemlich in dem Dreiecke ABC findet man aus AB und den Winkeln an ihr, die Weite BC , und so aus BC ferner in dem Dreiecke BCD die Entfernung CD u. s. w.

Auch lassen sich AC , BD , berechnen, und so hat man alle Seiten der Dreiecke, wodurch man sie zu Hause auftragen, und die Lage der Standlinien AB , BC u. s. w. gehöriger maassen entwerfen kan.

Hat man übrigens auch die Winkel gemessen, welche die einer jeden Standlinie z. E. AB gegenüber liegende Winkelpunkte a, b, c ,
C 4
an



an ihr machen, so läßt sich daraus nach (§. 183.) die richtige Lage der erwähnten Punkte, gegen A B, durch die trigonometrische Berechnung der Weiten Aa, Ba; Ab, Bb; 2c. 2c. und deren Auftragung herleiten.

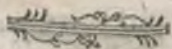
Das eben gewiesene Verfahren empfiehlt Hr Auer in einer Abhandlung über die geometrische Aufgabe einen unzugänglichen und undurchsichtigen Wald oder Morast auf die beste Weise auszumessen 2c. 2c. welche von der Naturforschenden Gesellschaft in Danzig 1766. der Fürstlich Jablonowskische Preis zuerkannt worden, (Danzig, bey Daniel Wedel 1770).

Ich habe mich, ehe ich diese Schrift gelesen hatte, dieses Verfahrens auch schon bedient, obgleich eben nicht bey der Ausmessung eines Waldes.

Vermessung der bergigten Gegenden.

§. 250. I. Die Grundlegung der Berge ist eine der schwersten und mühsamsten, weil sie theils oft in besondern Wendungen fortlaufen, und mancherley Gründe und Vorsprünge bilden, theils die Wahl brauchbarer Richt- und Standpunkte, besonders wenn sie mit Waldungen besetzt sind, sehr erschweren.

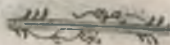
II. Man



II. Man wähle indessen die Standpunkte so, daß man an ihnen so viele Krümmen und Wendungspunkte des Berges, als möglich ist, übersehen kan. Man bestimme diese Krümmungen durch Durchschnitte, aus den angenommenen Ständen; besonders suche man auch auf eben die Art die hin- und wieder hervorragenden Kuppen und größten Erhöhungen der bergigten Gegend festzulegen. — Diese dienen hernach als vortheilhafte Richtpunkte, durch Hülfe deren sich solche Wendungen des Berges, aus denen man die erwähnten Punkte sehen kan, bequem vermittelst des Gebrauchs der Magnetnadel nach (S. 233.) festlegen lassen.

Jeden kleinen Vorsprung verlangt man nicht. — Nur die vorzüglichsten Wendungen werden gewöhnlich angegeben, und diese reichen immer zu, den ohngefährten Fortlauf der einzelnen Theile eines Gebirges zu verzeichnen. — Vieles kan bey diesem Geschäfte das Augenmaas nützen und vollenden.

III. Nach geschעהer Entwerfung der hauptsächlichsten Wendungen eines Gebirgs, und der merkwürdigsten Kuppen desselben, schreitet man an die Vermessung der auf dem Berge befindlichen Aecker, Felder, Waldungen ic. ic. und entwirft beträchtliche Stücke derselben nach Gränzen, die ihnen die Natur



tur oder menschliche Einrichtungen gegeben haben (§. 247. III. IV.). Den Anfang eines solchen Stücks muß man aus bereits festgelegten Punkten (I. II.), an denen Pfale oder andere Signale gleich anfanglich abgesteckt, und stehen geblieben seyn müssen, bestimmen, damit man ihm die gehörige Lage auf dem bereits entworfenen Gerippe oder Hauptrisse der bergigten Gegend (I. II.) geben könne.

IV. Während der Messung der auf dem Berge liegenden Grundstücke wird man alsdann noch allerley kleinere Gründe und Wendungen des Gebirges genauer zu verzeichnen, Gelegenheit haben.

V. Findet man auf Bergen, alte Schlösser oder andere in die ferne sichtbaren Gegenstände, so nütze man ja den Vortheil, den sie als Richtpunkte nach Anleitung des 235 §. es verschaffen.

Entwerfung der Flüsse und Ströme. (Fig. IV.)

§. 251. I. Kan man nahe genug längst den Ufern fortgehen, und messen, so läßt sich die Krümmung des Stromes nach der bekannten Art durch Abscissen und Ordinaten verzeichnen.

II. Läßt

II. Läßt sich eine bequeme Standlinie annehmen, aus der sich die merklichsten Biegungen eines Flusses bestimmen lassen, so gehet die Arbeit noch geschwinder von statten.

— Zum Behuf derselben gehet ein Fahnen-träger längst des Stromes fort, bleibt, wo sich eine merkliche Krümmung befindet, mit seiner Fahne einige Zeit stehen, und läßt daselbst ein Zeichenstäbchen mit einer Nummer zurück. Bey A oder am Standorte des Meßtisches werden alsdenn allemal nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers Visirlinien gezogen, und nach der Ordnung mit den Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. nach welchen auch der Fahnenträger seine Nummern abgesteckt haben muß, bezeichnet.

III. Nachdem der Fahnenträger eine solche Strecke längst den Ufern fortgegangen ist, daß die Visirlinien bey A mit der Standlinie AB anfangen gar zu spitze Winkel zu machen, so wird ihm ein Zeichen gegeben, stille zu halten, bis man den Meßtisch über B gebracht hat. Alsdann gehet der Fahnenträger wieder, nach der Ordnung der abgesteckten Nummern zurück, und bleibt bey jeder wieder einige Zeit stehen, bis abermals aus B die Visirlinien gezogen, und deren Durchschnitte mit denen aus A gezogenen Visirlinien bestimmt worden sind. — Der Fahnenträger muß aber dafür sorgen, ja keine



keine Nummer vorüber zu gehen, welches denn bey gehöriger Aufmerksamkeit auf das Einsammeln der Nummern, welches nach eben der Ordnung, nach der sie abgesteckt worden sind, rückwärts geschehen muß, keine Schwierigkeit haben wird.

Bey B wird alsdenn zur fernern Aufnahme des Ufers eine neue Standlinie B C abgesteckt.

IV. Hat man bey B noch einen Beobachter mit einem Meßriß, der, während daß der Gehülfe bey A die Visirlinie nach jedem Standpunkte des Fahnenträgers R zieht, ebenfalls nach dem Fahnenträger visirret, so hat R nicht nöthig, Nummern an seinen gehaltenen Stationen zurück zu lassen, sondern bey jeder nur so lange zu verweilen, bis bey A und B die Visirlinien gezogen sind.

Diese bey A und B gemeinschaftlich nach jedem Stande des Fahnenträgers gezogenen Visirlinien müssen aber doch mit Zahlen bezeichnet werden, die sich auf den Stand des Fahnenträgers beziehen, damit man nachher wissen kan, welche Visirlinien zusammen gehören. Daher schreiben beyde Gehülffen bey A und B auf die Linien nach dem ersten Stande des Fahnenträgers die Zahl 1, nach dem 2ten Stande die Zahl 2, u. s. w.

Um

Um nun die einzelnen Stationen des Fahrensträgers z. E. R zu bestimmen, so werden die bey B observirten Winkel mit der Standlinie BA z. E. ABR auf den Meßtisch über A, an den Punkt b der verjüngten Standlinie bA getragen, und die Durchschnitte r zusammengehöriger Linien aus A und b bemerkt, welche, nachher zusammenghängt, die Krümmungen des Flusses darstellen.

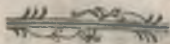
Das Abtragen der Winkel von dem Meßtische bey B auf den bey A, mag man hier etwa durch gezogene Kreisbogen zwischen den Schenkeln dieser Winkel, und deren Thorden bewerkstelligen.

V. Anstatt eines Meßtisches bey B bedient sich Herr Helfensrieder in seiner Geodäsie §. 270. eines Astrolabii, womit die Winkel, wie ABR u. s. w. bey B wirklich gemessen, und der Person bey A durch Zurufen vermittelt eines Sprachrohrs, oder wenn es die Entfernung nicht verstattete, durch andere verabredete Zeichen gemacht werden sollen.

Letzteres ließe sich etwa auf folgende Art bewerkstelligen.

Gesetzt, die Person bey B habe den Winkel $43^{\circ} . 50'$ beobachtet.

Um ihn dem Gehülfen bey A kund zu machen, so lasse B zum Beispiel eine Meßsahne
so



so oft auf dem Boden nieder, als es nach der Ordnung die bey obigem Winkel vorkommenden Ziffern 4, 3, 5, 0, andeuten.

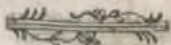
A schreibt alsdenn die einer jeden Ziffer 4, 3, 5, 0, entsprechende und beobachtete Menge von Senkungen der Fahne auf, und giebt jedesmal dem Gehülfsen B ein Zeichen, wenn die Ziffer aufgeschrieben und er ihm eine neue andeuten soll.

Um die 0 anzuzeigen, kan B z. E. die Fahne in einen Kreis horizontal herum-schwingen.

Hat nun A nach der Ordnung die Ziffern 4350 aufgeschrieben, so wird er leicht beurtheilen, daß sie nichts anders als $43^{\circ} 50'$ bedeuten können.

Wäre der Winkel $3^{\circ} 27'$ gewesen, so muß ihn der Gehülfe bey B durch 0327 andeuten, damit der Winkel nicht mit $32^{\circ} 7'$ verwechselt werde. Sollte $32^{\circ} 7'$ angezeigt werden, so müste es durch die Ziffern 3207 geschehen. Ein Winkel von $123^{\circ} 5'$ müste durch 12305, einer von 40° durch 4000 angezeigt werden, und so wird leicht erhellen, wie in andern Fällen zu verfahren wäre.

Den jedesmal fund gemachten Winkel
1. E. A B R trägt A alsdann auf den Meß-
risch



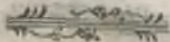
tisch an den Punkt b der verjüngten Standlinie b A, und bestimme auf der nach dem Fahnenenträger R hingezogenen Visirlinie A p den gehabten Stand desselben r.

Ich weis aber nicht, ob der Gebrauch des Astrolabii bey B und die Anzeige der bey B observirten Winkel nicht mehrere Zeit erfordert, als wenn man bey B die Winkel vielmehr mit dem Meßtische aufnähme. Indessen habe ich doch bey dieser Gelegenheit zeigen wollen, wie man einem in einer gewissen Ferne befindlichen Gehülfsen einen gemessenen Winkel bekannt machen könne, welches denn zu andern Absichten unterweilen gebraucht wird.

Herr Helfensztieder bedient sich dazu eines Verfahrens, das von dem meinigen unterschieden ist, und im a. B. §. 260. selbst weiter nachgelesen werden kan.

VI. Befinden sich längst den Ufern eines Stromes Deiche oder Dämme, a b c Fig. IV. so kan man darauf oft bequeme Standlinien annehmen, die Krümmungen des Stroms zu entwerfen; Natürlich nimmt man sie so groß als möglich.

VII. Wenn von dem Deiche aus, Abzugsgräben m, m, bis an das Ufer gehen, die dem Fortgehen des Fahnenenträgers hinderlich sind, so muß der Fahnenenträger jemanden mit einem



einem Brette mit sich führen, das man über die Gräben legt, die sich nicht überschreiten lassen.

VIII. Wenn das Vorland zwischen dem Deiche und dem Strome, wie es häufig geschieht, so weich ist, daß der Fahrenträger nicht im Stande ist längst den Ufern fortzugehen, so muß er suchen auf einem Kahne längst des Ufers hinabzufahren, auszustiegen, wo sich bequeme Standpunkte nehmen lassen, oder mit dem Kahne stille zu halten, und die Fahne in die Höhe zu richten. In diesem Falle wird man das Verfahren (IV.) besonders bequem finden, weil das Zurückfahren mit dem Kahne, und das Abstecken der Nummern, welches sonst nach (III.) geschehen müßte, dadurch vermieden wird.

IX. Wenn an den Ufern Gebüsche vorhanden sind, so muß man bey den Hauptkrümmen hohe Stangen mit Strohwischen aufrichten, und das Gebüsch wegräumen so viel sich thun läßt.

X. Inseln, Sandbänke, u. d. gl. werden ohngefähr nach dem Augenmaasse gezeichnet, wenn ihre größte Länge $v w$ und Breite $x y$ nebst einigen andern Punkten ans der Standlinie $A B$ oder $a b$ festgelegt worden sind.

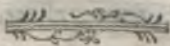
XI. Wenn

XI. Wenn längst den Ufern steile und felsigte Anhöhen fortgehen, so kan man vieles nach dem Augenmaase zeichnen, weil sich die Krümmungen des Stromes von der Anhöhe gut übersehen lassen. — In diesem Falle arbeite man längst der Anhöhe fort, als wenn man eine Figur aus der Peripherie aufnehmen wollte, und bestimme die Beugungen des unten fließenden Stromes, indem man die dahin gehenden Ordinaten, nach dem Augenmaase schätzt. — In solchen Fällen kommt es ohne hin selten auf eine gar zu grosse Genauigkeit an.

XII. Uebrigens müssen die an den Strömen etwa befindlichen Bühnen, Packwerke, Schleusen, Wehren, Mühlen, Brücken u. d. gl. auch mit in den Riß kommen. — Wer die vorhergehenden Aufgaben schon auf dem Felde ausgeübt hat, dem wird es keine Schwierigkeit machen, auch die Gränze längst des Stromes zu entwerfen, wie weit sich etwa bei Ueberschwemmungen, das Wasser erstrecken mögte, oder die Inundationslinie $\lambda \mu \nu$ zu verzeichnen. — An Nachrichten, die hlerzu erforderlich sind, kan es nicht fehlen.

Ausmessung der Gärten.

§. 252. Diese Vermessung wird ganz leicht dadurch bewerkstelligt, daß man erst den Umfang des Gartens, und die Hauptgänge verzeichnet, ehe man die innern Lust-



stücke, Fontainen, Lusthäuser, Orangerien, Rasenplätze u. d. gl. aus schicklich angenommenen Ständen, durch Abscissen und Ordinaten, oder auf andere Arten entwirft. Da hiebei meistens sehr viel regulaires vorkömmt, so wird man auf allerley Art die Arbeit zu erleichtern, Gelegenheit finden.

Grundlegung der Städte.

§. 253. I. Städte, welche mit Wällen umgeben sind, können ohne grosse Schwierigkeit aufgenommen werden, wenn man dem Umfange des Walles folgt, und zugleich aus schicklich angenommenen Standlinien, Thürme und andere ansehnliche Gebäude, die demnachst zur Bestimmung der einzelnen Gassen dienlich seyn können, entwirft. Während der Messung längst des Umfanges, kan man auch die Thürme an den Stadtmauern, Thore, Brücken, angrenzende Strassen u. d. gl. zu Papiere bringen.

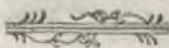
II. Die einzelnen Haupt- und Nebengassen zu entwerfen, muß man bey einem bereits nach (I.) festgelegten Punkte, z. E. einem Kirchturme, innerhalb der Stadt, den Anfang machen, daselbst den Meßtisch nach einem andern schon festliegenden Punkt einrichten, die von ihm abzusehenden Richtungen der Hauptgassen visiren, sie mit dem Meßtische weiter verfolgen, und die daran

stos-



stossenden Nebengassen verzeichnen. Eben so kan man auch aus sichern bereits festgelegten Punkten des Umfanges ausgehen, und längst den Gassen fortarbeiten. Schritte und ein gutes Augenmaas thun bey diesem Geschäfte gute Dienste, so wie denn die Magnetnadel, deren Richtung man gleich beym Anfange (1.) auf dem Meßtische gezogen haben muß, nachher zur richtigen Stellung des Meßtisches an einem solchen Orte innerhalb der Figur, wo man den Meßtisch nach keinen bereits festgelegten Punkt durchs Zurückvisiren einrichten kan, fast unentbehrlich ist.

III. Jedes einzelne Gebäude wird selten verlangt, wenn man nur die Hauptgebäude und die äußern Gränzlinien der einzelnen Strassen richtig entworfen hat. Unter den Hauptgebäuden werden vorzüglich Rathhäuser, Kirchen, Schulen, Pfarrhäuser, Mühlen, Fabriken, Gefängnisse, Handlungsplätze, u. d. gl. anzumerken seyn. Sollten indessen auch andere einzelne Gebäude verzeichnet werden, so ist die Arbeit nur weitläufiger, besonders wenn auch die Nebengebäude, Ställe u. d. gl. nebst den dazu gehörigen Gärten, auf den Riß kommen sollen. Im letztern Fall ist man oft genöthigt von den Strassen, Linien durch die Häuser zu ziehen, und die Hintergebäude, Gärten u. d. gl. daran zu legen.



IV. Kan man die Stadt nicht auf einem Walle umgehen, so muß man von aussen aus andern angenommenen Standlinien, die merkwürdigsten innerhalb der Stadt liegenden Objekte zu bestimmen suchen, und dann die innere Aufnahme vornehmen.

V. Bei Bestungen muß man alle Stände, so viel als möglich, auf der Brustwehre nehmen, und zwar vorzüglich auf den Bollwerken, von da aus sich alsdann sowohl die Flanken, Facen, Courtinen u. d. gl. als auch die Aussenwerke, gar leicht in ihrer gehörigen Lage, theils durch Intersectionen aus zween Ständen, theils nach andern Methoden, nebst einer damit verbundenen Kenntnis der Fortification, werden bestimmen lassen. — Amfüglichsten kan man auch Standpunkte da nehmen, wo sich die Verlängerungen zweier oder mehrerer merkwürdigen Linien der Bestung durchschneiden. Die Breiten des Haupt- und Nebenwalles, des Grabens, des Glacis u. f. w. geben sich theils aus bereits festgelegten sowohl innern als äußern Punkten von selbst, theils muß man sie mit einem Maasstabe unmittelbar messen, und nach den Gesetzen, nach welchen eine Bestung zu zeichnen ist, auftragen. Die Anlage der Böschungen kan man leicht auf einem horizontal zu haltenden Stabe, woran ein Loth hängt, messen.

Vermessung eines Dorfs (Fig. V.).

§. 254. I. Hier verfährt man am sichersten, erst alle einzelnen Strassen, die durch das Dorf laufen, zu entwerfen, und dadurch gleichsam erst das Gerippe desselben zu bestimmen, ehe man an die einzelnen Gebäude und Gärten schreitet. Es sey $a b c d$ eine solche Strasse, bey a , wo der Anfang ist, schlage man einen etwas starken Pfahl ein, und eben so in die merklichsten Wendungen der Strasse bey b, c, d , und bringe nun die Punkte a, b, c, d , zu Papiere, indem man mit dem Meßstiche längst $a b c d$ arbeitet. Bey e wo sich mit $a b c d$ eine andere Strasse $e g h$ vereinigt, wird gleichfalls ein Pfahl eingeschlagen, und nun die Strasse $h g e$, unter dem gehörigen Winkel $g e c$ an die erstere $a b c d$ angelegt, u. s. w. bis alle einzelnen Strassen, so wie es die längst ihnen abgesteckten Pfähle ausweisen, entworfen sind. Es versteht sich, daß die Figur der Strassen hier vorläufig nur erst durch bloße an einander hängende gerade Linien, wie ab, bc, cd u. s. w. angegeben wird. — Ihre genauere Bestimmung und Verzeichnung, so wie die verschiedene Breite derselben, es mit sich bringt, erhält man erst nachher, wenn die anliegenden Gebäude und Gärten zu Papiere gebracht werden.



III. Sind nun die längst den Strassen abgesteckten Linien wie ab , bc u. s. w. entworfen, so wird es leicht seyn, die Lage der einzelnen Gebäude, gegen diese Linien ab , bc , eg , gh , u. s. w. richtig anzugeben.

IV. Man thut hier am besten, von denen längst den Strassen abgesteckten Linien, seitwärts nach neuen Richtungen, z. E. $c\alpha$, $b\beta$ auszugehen, mehrere Dorfstellen in eine Figur, wie hier z. E. in das Viereck $cb\alpha\beta$ einzuschließen, und durch Abscissen und Ordinaten, die man längst bc , $c\alpha$, $\alpha\beta$, $b\beta$ nimmt, die Lage und Figur der Gebäude und daran liegenden Gärten zu entwerfen.

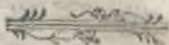
Kann man Punkte aus Standlinien, durch Intersektionen bestimmen, oder andere Methoden anwenden, wie es die Umstände erlauben, so ist es desto besser.

V. Wo Ordinaten etwa zu lang würden, wie z. E. für den Punkt 2, da verfährt man sicherer, daß man an einer gewissen Station des Meßstisches, z. E. über w , nach den Punkt 2 selbst hinvisirt, w_2 mit der Meßfette misst, und aufträgt. In den meisten Fällen ist es zureichend, sich zur Bestimmung etwas langer Ordinaten auch der Schritte zu bedienen.

VI. Auf diese Art kan man nach und nach alles, was zum Dorfe gehört, an die abgesteckten Hauptlinien ab, bc, cd, eg, gh u. s. w. anhängen, und in eine richtige Verbindung mit einander bringen.

VII. Die längst den Strassen gleich anfänglich abgesteckten Pfäle a, e, c, d, g, h, u. s. w. dürfen nicht eher ausgerissen werden, als bis man schon in der Gegend, wo sie stehen, mit der Messung zu Ende ist. Daher sie sowohl an schickliche Stellen, wo sie nicht so leicht ausgefahren oder ausgerissen werden können, zu stehen kommen, als auch recht tief eingeschlagen werden müssen, so wie es sich denn auch von selbst versteht, daß man Nummern daran geschrieben haben muß, damit man nachher die ihnen entsprechenden Punkte auf dem Entwurfe der durch das Dorf geführten Linien (III) desto sicherer wieder finden, und den Meßtisch nach ihnen stellen kan.

VIII. Wenn das ganze Dorf nicht auf den Meßtisch gehet, so werden für einen gewissen Theil, z. E. $bca\beta$, den man darauf bringen will, so viel Punkte b, c, u. s. w. als dazu nöthig sind, von dem bereits entworfenen Gerippe (I.) wieder besonders vermittelst einer Kopiernadel auf den Meßtisch abgestochen, und dann die daran liegenden Gebäude und Gärten festgelegt.



XXI. Kapitel.

Von Vermessung einer ganzen zu einer Stadt oder Dorfe gehörigen Feldmark.

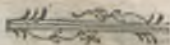
§. 255. I. **D**a diese Arbeit schon etwas ins Grobste gehet, so kommt es darauf an, die Vermessung so vorzunehmen und einen solchen Gang bey ihr zu beobachten, daß 1) bey den vielen einzelnen Grundstücken, aus denen eine Feldmark besteht, keine Verwirrung zu besorgen ist, 2) die einzelnen Vermessungen selbst nach aller möglichen Bequemlichkeit und Schärfe bewerkstelligt, und 3) die Verbindung der einzelnen Plane mit gehöriger Genauigkeit vorgenommen werden könne.

II. Um diese Bedingungen zu erfüllen, darf man nicht etwa von einzelnen kleinern Grundstücken anfangen, immer eines nach dem andern entwerfen, und sie an einander hängen.

Bei einer solchen Vermessungsart wären nicht nur auf dem Felde selbst mancherley Verwirrungen zu besorgen, sondern auch Fehler, die bey jedem Stücke unvermeidlich begangen

gangen würden, dürften sich endlich dergestalt häufen, und von einem Stück auf das nächste fortpflanzen, daß endlich die ganze Arbeit vergeblich wäre, und mit keiner nachherigen Prüfung bestehen könnte.

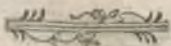
III. Will man diesen Unbequemlichkeiten abhelfen, so muß man sich 1) die ganze Feldmark in so grosse Stücke zerlegt gedenken, und sie nach so grossen einzelnen Theilen in Grund legen, daß der an einander zu hängenden Platten so wenig als möglich werden. 2) Allemal erst, so viel es die Umstände erlauben, den Umfang eines solchen Stückes zu Papiere bringen, ehe man an die hineinfallenden kleinern Abtheilungen in einzelne Aecker, Felder u. d. gl. schreitet. 3) Aber auch selbst mehrere grosse Stücke, doch nicht nach einem zusammenhängenden Faden entwerfen, und an einander binden, sondern sie lieber ausser der Ordnung vermessen, wie es Bequemlichkeit und Umstände mit sich bringen, damit die Fehler, die bey jedem begangen werden, sich nicht durch die ganze Feldmark fortpflanzen können, woben aber doch 4) eine solche Einrichtung zu treffen ist, daß, ob man gleich grössere Theile einer Flur ausser ihrem unmittelbarem Zusammenhang entwirft, solche dennoch auf der aus ihnen nachher zusammenzusetzenden Hauptkarte, ihre richtige Lage bekommen.



IV. Alle diese Bedingungen, wird man am sichersten dadurch in Erfüllung bringen, daß man die Vermessung der erwähnten Stücke auf eine gewisse Hauptfigur, oder auf grosse zusammenhängende Hauptlinien gründet, die man, wenn es möglich ist, durch die ganze Feldmark zieht, und deren Lage gegen einander man auf das allerschärfste bestimmt, ehe man sonst zu Messungen schreitet, hierauf die einzelnen Theile der Flur nicht unter einander selbst verbindet, sondern sie gleich unmittelbar an die erwähnte Hauptfigur knüpft, und ihnen dadurch den gehörigen Ort auf dem zu verfertigenden Riße der Feldmark anweist.

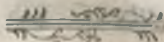
V. Diese durch die ganze Flur abgesteckten und mit aller möglichen Vorsicht entworfenen Hauptlinien, werden also erstlich den Vortheil verschaffen, daß man keinen zusammenhängenden Faden bei der Vermessung zu befolgen nöthig hat, und doch die einzelnen Stücke einer Flur in einen richtigen Zusammenhang bringen kan, und dann zweitens, daß eben deswegen keine Fehler sich von einer Platte auf die nächstfolgende fortpflanzen können, weil keine unmittelbar durch Verbindungslinien, die von der ersten Platte auf die nächstfolgende getragen werden, an einander gehängt zu werden brauchen.

VI. Die



VI. Die grössern Theile, nach denen man nun eine Flur stückweise vermisset, müssen so viel als möglich in Gränzen eingeschlossen seyn, die in der Flur schon vorhanden sind, selbst mit auf die Karte kommen müssen, und nicht auf eine künstliche Art erst abgesteckt werden, welches letztere geschähe, wenn man z. E. die Flur in lauter Parallelogrammen zerlegte. Gränzen, wodurch eine Feldmark von selbst in solche Stücke zerfällt, können nun Wege, Hecken, Flüsse, Bäche, oder andere kennbare Linien seyn, wenn sie nur allemal einen beträchtlichen Theil der Flur einschliessen, der zugleich zur Bestimmung der innerhalb desselben befindlichen kleinern Abtheilungen in Verainungen, einzelne Aecker u. dgl. geschickt und bequem ist. Und daran kan es bey einer vorläufigen Auswahl selten fehlen. Ein Feldmesser darf sich nur einige Kenntniss der Flur erworben haben, sollte es auch aus unvollkommenen Grundrissen, die etwa schon vorhanden wären, geschehen seyn, so hat die Sache gar keine Schwierigkeit.

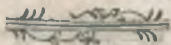
VII. Um solche grössere einzeln gemessene Stücke einer Flur in eine richtige Verbindung bringen zu können, so führet man von denen in der ganzen Feldmark abgesteckten Hauptlinien, seitwärts kürzere Linien nach einem solchen Grundstück, fängt von diesem
die



die Messung des Stücks an, und hängt es vermittelst dieser Linien an die Hauptfigur.

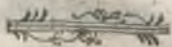
Es sey z. E. VB (Fig. VI.) eine von den langen Seiten der in der Feldmark abgesteckten Hauptfigur; C, D, ein Paar Stücke der Flur. Man führe von ein Paar schicklichen Punkten z. E. L, N, der abgesteckten Hauptlinie VB, seitwärts nach dem Grundstück C ein Paar Linien LM, NH, und bestimme deren Länge und Lage gegen VB auf das genaueste. Das heißt: Man messe z. E. die Winkel BLM, LNH, und die Längen LM, NH, LN; liegt das Grundstück C nahe genug an VB, so können die erwähnten Winkel und Linien gleich mit auf den Meßtisch kommen, worauf C entworfen werden soll, und so wird alsdenn, nachdem NH, NL, LM gehörig auf den Meßtisch getragen worden, die Messung des Stückes C z. E. bey M angefangen. Man stellet den Meßtisch über M, richtet ihn erst längst ML, und arbeitet nun längst des Umfanges der Figur C; worauf denn nach geschעהner Entwerfung des Umkreises, an die innern Abtheilungen geschritten wird.

Es wird hiebei vorthailhaft seyn, die Messung längst des Umfanges so vorzunehmen, daß man nicht z. E. bey M anfängt, und daselbst wieder aufhöret, sondern lieber
von



von M aus z. E. erst den Theil $M\alpha H$, und dann abermals von M aus den andern Theil $M\beta H$ entwirft. Auf diese Art pflanzen sich die z. E. innerhalb $M\alpha H$ begangenen Fehler, nicht durch den ganzen Umfang $M\alpha H\beta M$ fort.

Will man nun das gemessene Grundstück C auf die zu verfertigende Feldkarte abtragen, und ihm seine richtige Stelle darauf anweisen, so stelle (Fig. VII.) $v b$ auf der Karte, die abgesteckte Hauptlinie $V B$, und $m\alpha\beta h$ den auf dem Meßtisch erhaltenen Entwurf von C vor. Die Linien $l m$, $l n$, $n h$ auf dem Meßtische, bedeuten die auf dem Felde LM , LN , NH ; Man lege das Blatt Papier, worauf der Grundriß $m\beta h\alpha$ nebst den zugehörigen Linien $l m$, $l n$, $n h$, befindlich ist, so an $v b$, daß $l n$ längst $v b$ falle, und zwar l in einer solchen Entfernung von v , daß $v l$ der Weite VL gemäß ist, so hat $m\beta h\alpha$ eben die Lage gegen $v b$, die das zugehörige Stück auf dem Felde gegen $V B$ hat, und es brauchen hierauf die merkwürdigsten Punkte auf C nur, vermittelt einer Kopiernadel, durchgestochen zu werden. Es versteht sich, daß vorher durch n , l , und einige andere Punkte Stecknadeln zur Befestigung des Grundrisses eingeschlagen werden. So verführe man, wenn die Linien LM , LH , NH , gleich mit auf den Meßtisch hätten



ten kommen können. Wäre dieses aber nicht angegangen, so hätte man erst vermittlest der gemessenen Dinge LNH, NLM, NH, LM, NL, die Punkte m und h besonders auf der Feldkarte bestimmt, hierauf den Grundriß $m \propto h \beta$, so auf die Feldkarte befestigt, daß die Punkte m und h, gerade über dieselben, bereits auf der Feldkarte bestimmten Punkte zu liegen gekommen wären, und hätte alsdenn, vermittlest der Kopiernadel, den Grundriß auf die Feldkarte gebracht.

Auf eben diese Art könnte man nun auch mit einem jeden andern Stücke der Flur D, verfahren, wo z. E. Gg, Ff, FG die Verbindungslinien wären, wodurch das Stück D seine richtige Lage, gegen VB erhielte. Es erheller, daß dadurch auch alle Stücke C, D, u. s. w. ihre richtige Lage unter einander selbst, auf der Feldkarte bekommen müssen.

VII. Die Ordnung, nach welcher nun einzelne Stücke einer Flur vermessen werden, hängt von allerley Umständen ab. So wird man z. E. am besten thun, die Vermessung der Wälder im Frühjahr oder Herbst vorzunehmen, da die Bäume kein Laub haben. — Der Acker und Wiesen, wenn sie abgemähet sind. — Wenn es angehet, so kan man dabey die Theile der Feldmark, die zunächst an ihren Gränzen liegen, zuerst vor-
nehm



nehmen, um zugleich diese Gränzen und den ganzen Umfang der Feldmark zu erhalten, ehe man die tiefer hinein liegenden Grundstücke entwirft. Die Gränzen müssen zu der Absicht, von Gerichtsherrn, Beamten, Förstern, Feldgeschwornen, u. dgl. vorher genau berichtet, gehörig versteinet oder verpfählt und mit Nummern versehen werden.

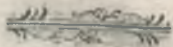
Streitige Gränzen müssen vorzüglich angemerkt werden, woben denn die Nachbarn zugegen seyn müssen.

Man sieht leicht, daß bey einem solchen Vermessungsgeschäfte allerley Gehülfsen erfordert werden. Ein Protocollist, nebst zugehörigen Zeugen, ist unentbehrlich, so wie auch Leute zugegen seyn müssen, die mit Hacken, Grabscheiten, Pfaleisen, Schaufeln, Schlägeln und andern nöthigen Handwerkszeugen versehen sind, die zu den Gränzmahlen herangeführten Steine zu behauen, mit den erforderlichen Merkmalen zu versehen, und in den Boden zu befestigen.

E r e m p e l.

VIII. Das bisherige wird sich am besten durch ein Beispiel erläutern lassen. Es sey (Tab. II.) die zum erdichteten Dorfe Bärenbach gehörige Feldmark zu vermessen.

Man



Man führe erstlich durch die ganze Feldmark verschiedene lange und mit einander zusammenhängende Hauptlinien, AB, AC, BC, BD, und suche sowohl deren Lage als Länge mit möglichster Sorgfalt zu bestimmen. Die Punkte A, B, C, D, wählet man so, daß man so viel als möglich, von einem nach dem andern hinsehen, und ohne beträchtliche Hindernisse ihre Entfernung von einander unmittelbar messen kan.

Auch sollen in den Dreiecken wie A B C, weder zu spitzige noch zu stumpfe Winkel vorkommen.

Hier sind diese Linien von der Beschaffenheit, daß von A nach B und C, von B nach C und von B nach D eine freye Aussicht verstattet ist. Von C nach D kan wegen des dazwischen liegenden Waldes zwar nicht gesehen werden. — Das macht aber hier weiter keine Unbequemlichkeit.

Lage und Länge dieser Hauptlinien, kan man theils vermittelst des Astrolabii und trigonometrischer Rechnung, theils durch unmittelbare Messung bestimmen. Hier könnte man z. E. bey A und B, die Winkel B A C, A B C, und A B messen, und daraus A C, B C herleiten. — Um B D zu erhalten, müste man auch noch den Winkel C B D und B D messen. Ueberhaupt müssen es die jedesmaligen



ligen Umstände ergeben, wie man zur Bestimmung der Lage dieser Hauptlinien, die besten Mittel zu treffen hätte. Am besten ist es freylich immer, wenn man alle Linien unmittelbar messen kan, ohne einen Winkel zur Bestimmung ihrer Lage nöthig zu haben.

Es wäre auch nicht nöthig, alle Punkte A, B, C, D, auf einmal zu bestimmen, sondern so, wie es der Fortgang der Messung nach und nach erforderte, eine neue Linie abzustecken, um die einzelnen Grundstücke daran legen zu können.

A, B, C, D, müssen entweder ihrer Natur nach, kenntliche Objekte seyn, oder es müssen daselbst hohe Pfäle mit nöthigen Kennzeichen aufgerichtet werden.

IX. Ich nehme auch an, daß die äußersten Gränzen der Feldmark bey A, n, m, l, B, k, u. s. w. gehörig berichtet seyn werden, ehe man ihre Vermessung vornimmt.

X. Alsdann könnte man die durch die ganze Feldmark zerstreuten Grundstücke etwa nach folgender Ordnung entwerfen.

Erstlich nehme man z. E. die zunächst an A B gränzenden Stücke.

Vorher lasse man aber längst A B etwa von 50 zu 50 Ruthen Pfäle einsetzen, und
Dritter Theil. E an



an den ersten, zweiten, dritten u. s. Pfäl die Nummern 0, 50, 100, 150 u. s. w. daran schreiben, die ihren Abstand von dem Anfangspunkt A ausdrücken.

Diese Pfäle dienen dazu, daß wenn man z. E. von einem gewissen Punkte z der Hauptlinie AB, eine Linie wie z t seitwärts zu führen hätte, man nur den Abstand von einem der nächsten Pfäle z. E. von z nach 150 zu messen hat, um sogleich zu wissen, wo z in der Hauptlinie AB liege, und wie weit er von A, oder einem jeden andern Punkt 50, 100 u. s. w. entfernt sey. Es sind also diese Pfäle sichere Punkte, von denen man die an AB liegenden Grundstücke zu vermessen anfangen, und durch Hülfe deren man mehrere derselben in eine sichere Verbindung bringen kan. Man würde die längst AB liegenden Stücke etwa am bequemsten auf folgende Art auswählen, und zu Papiere bringen.

1) Könnte man das Stück Wiese zwischen den Wegen nach Holzdorf und Biehlheim An $\alpha\beta\gamma a$ entwerfen, und dann

2) das unmittelbar daran gränzende Stück $\alpha m l K \delta \beta \alpha$, woben man denn zugleich einen Theil des Flusses längst l δ , und einen Theil von der Gränze des Dorfes längst $\beta \delta$ erhielte.

In

In Rücksicht des darinn liegenden Weihers, würde man z. E. von z aus eine Linie z t seitwärts führen, und von t an den Umfang des Weihers zu entwerfen anfangen; und so in ähnlichen Fällen.

Auch zur Verzeichnung des Baches NN könnten von einigen Punkten der Linie AB, kleinere Linien seitwärts geführt werden.

Wie übrigens die Wiesenstücke selbst, nebst den innerhalb ihnen befindlichen Grundstücken einzelner Besitzer zu entwerfen sehen, ist zulänglich im 245ten §. gezeigt worden.

Bei Grundstücken wie (1) und (2) deren Umfang von der Hauptlinie AB unmittelbar geschnitten wird, geben die Durchschnittpunkte wie A, G, K, selbst schon den Anfang zur Messung eines jeden Stücks, und man würde z. E. hier für das zweite Stück αm d. h. $\alpha\beta$ erstlich auf dem Meßtische über G, längst GK eine gerade Linie ziehen, auf sie die gemessene Entfernungen von G nach 100, von 100 nach 150, von 150 nach K abtragen, und nun von G oder K zu arbeiten anfangen. Diese abgesetzten Punkte G, 100, 150, K, geben also denn zugleich schickliche Verbindungspunkte, wodurch man hernach den gemessenen Platz auf die Feldkarte tragen, sie gehörig an die nach dem verjüngten Maasstabe aufgetragene Hauptlinie AB hängen und kopieren kan.



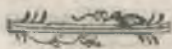
Die Punkte 0, 50, 100 u. s. w. können auch hin und wieder während der Messung zu bequemen Richtpunkten dienen.

3) Längst dem Theile KB der Hauptlinie AB könnte man auch bequem noch das Ackerstück $1\epsilon\zeta\phi$ nach (§. 247.) vermessen, wobei man denn zugleich längst $\phi\zeta$ ein Stück von dem Wege nach Waldheim, und längst $\epsilon\zeta$ einen Theil der Landstrasse nach Nordersfeld erhielt.

Wäre das Stück $1\epsilon\zeta\phi$ so groß, daß es nicht ganz auf den Meßtisch passete, so könnte man es etwa nach den beiden Theilen vermessen, in die es der angezeigte Feldweg zerlegte.

XI. Wenn man nun mit der Hauptlinie AC auf eine ähnliche Art verführe, so ließen sich längst ihr 1) das Stück $\alpha\gamma\beta\downarrow\eta$ zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, und dann 2) das zwischen dem Ufer des Flusses und dem Felsendorfer Wege enthaltene $\eta\downarrow\epsilon\omega\epsilon\eta$ entwerfen. Hiebei ergäbe sich zugleich wieder ein Theil von der äußern Gränze des Dorfes nemlich $\beta\downarrow\epsilon$.

Natürlich läßt man an schicklichen Orten z. E. bey β oder $\downarrow$ Pfäle stehen, von denen man nachher die innere Dorfsvermessung anfangen kan.



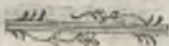
XII. An BC könnte man das Stück $\text{Quv}\zeta$ hängen, wodurch man zugleich das übrige von der oberröhnten Strasse nemlich den Theil $\text{v}\zeta$ und den Weg nach Mariengarten erhielt.

XIII. Was rechter Hand der bereits entworfenen Landstrasse liegt, könnte man theils an BD hängen, theils dadurch bestimmen, daß man der Gränze v f g h u. s. w. folgte.

XIV. An CB könnte man das, was rechter Hand des Flusses längst den Gränzen $\text{w}\mu\text{veCd}\omega$ läge, hängen.

XV. Das Innere des Dorfes könnte man endlich nach bisher (X. XI. u. s. w.) erhaltenen Umfang desselben, nach §. 254. leicht auch noch vollends zu Papiere bringen, und so hätte man endlich die ganze Feldmark auf lauter einzelnen Platten, die man nun nach den bereits gegebenen Vorschriften (§. 246.) zusammenhängen müßte.

Vor dem Auftrage derselben, muß aber vorher nach eben dem verjüngten Maasstabe, welchen man bey der Vermessung gebraucht hat, die Lage der abgesteckten Hauptlinien AB, BC, AC, BD, ic. ic. auf einem Ueberzuge wie §. 246. VIII. mit möglichster Schärfe verzeichnet werden. Auch bemerkt man die



Punkte 50, 100, 150, u. s. w. auf jeder, weil sie die Verbindungspunkte der einzelnen Plätzen mit diesen Hauptlinien AB, AC, 2c. 2c. abgeben.

Da diese Hauptlinien ziemlich grosse Dreiecke bilden, so muß man sich zu deren Auftragung eines Stangenzirkels bedienen, oder sonst nach andern Methoden, 3. E. nach §. 183. IV. Aufl. verfahren.

Anmerkungen.

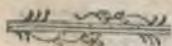
§. 256. I. Weil manche Theile einer Flur wegen der Bestellung der Felder, andere wegen der noch darauf stehenden Früchte und anderer Hindernisse, nach Verhältnis der Jahreszeit, nicht immer gleich bequem zu vermessen sind, so ist man genöthigt, bald hier längst AB, bald dort längst AC u. s. w. einen Theil der Flur vorzunehmen, und also bey der Messung keine zusammenhängende Ordnung zu befolgen. Aber eben deswegen ist es erforderlich, daß die Pfäle in den abgesteckten Hauptlinien so lange stehen bleiben, bis die ganze Messung geendigt ist, oder bis wenigstens die Stücke, durch welche die Hauptlinie läuft, entworfen sind. Ausserdem ist es nöthig, die in der Feldmark herumstehenden Pfäle, außer der Nummer, die ein jeder führt, auch noch mit einem besondern Buchstaben, in Beziehung auf die Hauptlinie, in der er steht,

het, zu bezeichnen, damit man sie nicht mit einander verwechsle, und einen für den andern halte.

II. Wegen des Gebrauchs und des Vortheils, den man von einer richtig gemessenen Feldmark verlangt, muß man beständig ein Manual mit sich führen, worinn alles aufgezeichnet wird, was nur einiger massen für die Landesherrliche Kammer bemerkenswerth ist. Z. E. die Beschaffenheit der Gränzen, der Landstrassen, ob sie einiger Verbesserung bedürfen, und wo die Materialien dazu herzunehmen sind. Kurz alles, was zu einer genaueren Kenntniss der natürlichen Vortheile und Fehler einer Feldmark dienlich seyn kan, davon in der Folge ein Mehreres.

III. In einigen Instruktionen zu Landesvermessungen giebt man die Vorschrift, daß die Feldmesser ihre täglichen Arbeiten noch denselben Abend auftragen sollen. Diß halte ich aber, wegen der Unbequemlichkeit, so es was bey Lichte vorzunehmen, besonders da man durch die Arbeit bey Tage schon ermüdet worden ist, gar nicht für rathsam, auch nicht, die Arbeit durch andere auftragen zu lassen.

Den folgenden Tag die Messungen ins Reine zu bringen, mag angehen, wenn es trübes und regnihtes Wetter ist. Ausser-



dem wird man heitere Tage lieber auf dem Felde benützen.

Anfängern kan es indessen dienlich seyn, einen Auftrag nicht lange anstehen zu lassen. Es gehört einige Uebung und Vorsicht dazu, Messungen, die schon vor einiger Zeit angestellt worden sind, ohne Verwirrung ins Reine zu bringen, besonders wenn man dem Gedächtnisse einige Dinge anvertrauet hat.

Allein bey Landesvermessungen muß vor allen Dingen ein genaues und systematisches Manual gehalten werden, und die Entwürfe auf dem Meßtische selbst müssen so reinlich aufbewahret und deutlich gezeichnet werden, daß man sie auch noch nach mehreren Wochen, ohne Gefahr sich zu irren, oder sich genöthigt zu sehen, wieder auf das Feld hinaus zu gehen, auftragen und ausarbeiten kan.

Wie eine Gluckarte zu berichten gen sey.

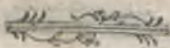
§. 257. Ehe man die einzelnen Entwürfe ins Reine bringt, und auf die Karte trägt, so müssen sie eine Prüfung aushalten, die gewöhnlich denen vorgeschrieben ist, die die obere Aufsicht über die Landesvermessung haben.

Daß man sich nicht immer auf die Feldmesser verlassen könne, ist eine bekannte Sache —

the — und eben darum wird einem Ver-
messungskommissair, der die nöthigen Kenntnisse
hat, der Auftrag gegeben, nicht nur die
Werkzeuge der Feldmesser zu prüfen, z. E.
die Einformigkeit der Ketten, durch Hülfe
einer Proberuthe zu untersuchen, die gefun-
denen Abweichungen zu verbessern, besonders
wenn sich durch Länge der Zeit die Ketten
abgenutzt hätten, die Magnetnadeln zu be-
richtigen u. dgl. sondern auch die einzelnen
Entwürfe der Feldmesser selbst zu unter-
suchen, und ihre Uebereinstimmung mit den zu-
gehörigen Grundstücken zu bescheinigen. (S.
die Instruktion der Landmesser im Königreich
Preussen, §§. 6. 9. 10. 23).

Diese Prüfung zu bewerkstelligen, so wer-
den erst einige vorzügliche Linien und Win-
kel auf dem Grundrisse mit den zugehörigen
auf dem Felde verglichen, und nachgemessen
— und das vorzüglich in solchen Gegenden
der Flur, wo etwa die meisten Schwierig-
keiten statt gefunden haben, also besonders
in unebenen und sehr durchschnittenen Ge-
genden. —

Entweder finden sich nun so beträchtliche
Abweichungen, daß das ganze Stück von
Neuem vermessen werden muß, oder die Feh-
ler sind von der Beschaffenheit, daß man sie
in der Ausübung für Nichts gelten lassen



kan, und etwa corrigirt und vertheilt werden können — wozu denn die Theorie die nöthigen Mittel an die Hand geben muß.

Um sich von der Richtigkeit der einzelnen Felderabtheilungen zu versichern, so ziehe man durch zween so weit als nöthig von einander entfernten Punkte, quer durch die Flur eine gerade Linie; eben diese gerade Linie ziehe man durch die correspondirenden Punkte auf dem Grundrisse, messe von ihrem Anfangspunkte angerechnet, die Entfernungen ihrer Durchschnitte mit den Scheidungsgränzen der einzelnen Felder, und vergleiche sie mit denen auf dem Risse. — Dann wird sich gar bald zeigen, wo eine Verbesserung vorzunehmen wäre. — So etwas an mehreren Orten vorgenommen, wird nicht allein die Richtigkeit der Grundrisse entscheiden, und sie zum Auftragen auf die Feldkarte für tüchtig erklären, sondern auch nachlässige Feldmesser auf die Folge zu mehrerer Aufmerksamkeit angewöhnen.

XXII. Kapitel.

Von der Ausarbeitung einer Flurkarte.

§. 258. **D**urch eine Flurkarte muß man in den Stand gesetzt werden, alle einzelnen Gegenstände der Feldmark aufs deutlichste auch ohne weitläufige Beschreibung von einander zu unterscheiden. Es wäre zu wünschen, daß alle Feldmesser gewisse Gegenstände auf eine und dieselbe Art bezeichnen. — In den preussischen Staaten sind zwar den Feldmessern ausdrücklich die Zeichen vorgeschrieben, deren sie sich in den Flurkarten bedienen sollen, auch selbst die Farben, womit diese oder jene Gegenstände illuminirt werden sollen. — Ebenso bestimmte Vorschriften findet man in der Weimarischen Instruction für Feldmesser. Wo aber solche Bezeichnungen noch nicht eingeführt sind, da ist es eine Pflicht des Feldmessers, jedesmal etwa an den Rand der Karte die von ihm gebrauchten Zeichen mit gehöriger Erläuterung beizufügen.

Wir wollen, was die Bezeichnung der einzelnen Theile einer Flur betrifft, uns meistens nach der preussischen Verordnung richten.



ten. Fürs erste muß ich aber etwas von den zur Ausarbeitung der Risse nöthigen Geräthschaften und Farben beybringen. Hier gehören

I. Fein geschnittene Rabensfedern.

II. Verschiedene Gattungen von groben und feinen Pinseln. Sie müssen folgende gute Eigenschaften besitzen. 1) Müssen sie fest gebunden und gut geleimt seyn. 2) Wenn man sie durch den Mund ziehet, müssen sich die Haare in eine Spitze versammeln, und gut beisammen bleiben, ohne daß einzelne Haare hin und wieder ausser der Ordnung hervorstehen. In Ermangelung dieser Eigenschaft muß man vermittelst einer Schere, und einer feinen Zange, die unnöthigen Haare theils abschneiden, theils ganz ausziehen. 3) Müssen die Haare nicht zu lang seyn.

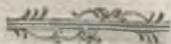
Diejenigen Pinsel, die in Augspurg und München verfertigt werden, sind von vorzüglicher Güte.

Der Stiel, woran man den Kiel eines Pinsels steckt, muß eine proportionirliche Dicke und Länge haben.

Man hat noch eine besondere Art von Pinseln, die man Scarpin oder Bergpinsel nennet; Man weicht den Kiel eines gewöhnlichen

lichen etwas starcken Pinsels, so weit, als die Haare zusammen geleimt sind, etwa eine Stunde in Wasser ein. Klemmt hierauf den Pinsel nach dem man ihn etwas breit gedrückt hat, in einen Schraubstock, bis er trocken geworden ist. Wenn man ihn heraus nimmt, so wird er ganz platt gedrückt seyn. Ihn beständig so zu erhalten, legt man einen Bund von dünnem Blech in der Gegend, wo die Haare zunächst im Kiele stecken, um den Pinsel herum. — Beim Gebrauche zieht man ihn nachdem er in zureichend starke Tusche eingetaucht worden, durch einen engen elfenbeinern Kamm, damit sich die Haare in mehrere kleinere Pinsel theilen, und bedient sich alsdann desselben, mehrere Striche auf einmal zu machen, welches dann bey Schraffirung der Berge, die Zeit zu ersparen, viele Bequemlichkeiten hat.

Einige Uebung gehört freylich dazu, wenn vermittelst eines solchen Bergpinsels die Schraffirung recht gut ins Auge fallen soll. Man muß die Vorsicht gebrauchen, ihn bey jedesmaliger Füllung mit Tusche, vorher auf einem Papiere zu probieren, ob die Striche recht sauber ausfallen. — Aber auch bey dieser Vorsicht ist es oft nicht zu vermeiden, daß nicht die Striche an einem unrichtigen Orte etwas zu stark ausfallen, und den Riß verunzieren. —



Weit sauberer verfertiget man die Berge vermittelst einer blossen Rabenfeder, und eines mäßig feinen gewöhnlichen Pinsels. — Einige Uebung gehört freylich dazu, und die nöthigen Handgriffe muß man sich nothwendig selbst zeigen lassen — dann gehet die Arbeit doch noch ziemlich geschwind von statten, ob man gleich nur einen Strich nach den andern macht. — Ein anderer Vortheil bey dem Gebrauche der blossen Rabenfeder und eines gewöhnlichen Pinsels, bestehet darinnen, daß man, nach Erfordernis der Umstände, die Striche vollkommen in seiner Gewalt hat, sie schwächer und stärker machen kan, wie es Schatten und Licht, nach den verschiedenen Wendungen und Lagen eines Bergs zu erfordern scheinen, welches bey einem Scarpienpinsel kaum zu erhalten steht. — Indessen kan man auch mit dem Gebrauche des Bergpinsels einen andern Pinsel verbinden, und das ergänzen, was sich mit dem erstern nicht vollkommen erhalten läßt.

III. Die Farben, deren man sich zum Illuminiren bedient, können theils Easifarben, theils erdigte Farben seyn. — Erstere soll man so wenig als möglich brauchen, weil sie in kurzer Zeit verschliffen, und die Unbequemlichkeiten haben, daß, wenn man z. E. eine neben die andere legen will, sie gar zu leicht

leicht zusammen fließen, und dadurch den Riß verunstalten. —

Ich will hier die brauchbarsten kürzlich erzählen.

Zur schwarzen Farbe bedient man sich der Tusche. Eine Probe von deren Güte ist 1) wenn sie die Farbe zart abläßt, indem man sie, naß gemacht, über die Hand zieht, 2) wenn Linien, mit der Reissfeder gezogen, recht fest an dem Papiere hängen, und nicht auslöschen oder unsauber werden, wenn man, nachdem sie trocken geworden, mit einem nassen Pinsel darüber hinführt; 3) wenn die Tusche an ihrem Bruche einen Goldglanz spielen läßt, und so auch, wenn man sie abgerieben, und in einem Schälgen hat trocken werden lassen; — 4) wenn sie sich nicht gar zu leicht abnutzet; 5) beim Abreiben mit einem Finger recht geschmeidig anzufühlen ist, keine gröbern Körner und Rauigkeiten zeigt u. dgl. mehr.

Diese Eigenschaften finden sich bey der feinen chinesischen Tusche. — Gewöhnlich hat sie auch einen Bisamgeruch. — Doch darf man sie daraus nicht allein beurtheilen, so wie auch nicht aus den sich etwa darauf befindlichen chinesischen Charakteren.

Gewöhnliche Tusche werden auch in Deutschland und Frankreich und andern Geg-



genden verfertigt — und diese sind ebenfalls, in Absicht ihrer Güte, darnach zu beurtheilen, ob sie zart sind, und die Farbe fest genug auf dem Papiere sitzen lassen.

Unter den rothen Farben ist vorzüglich der Carmin zu geometrischen Rissen brauchbar. — Man muß ihn zum Gebrauche mit etwas arabischen Gummiwasser, oder auch Citronensaft, auf einem gläsernen Reibsteine zubereiten, und in einem Schälgen aufbewahren. Die Güte desselben ist sehr verschieden — der schönste hat eine brennende und lebhafteste Farbe — der schlechtere fällt ins Violete, und ist zu Nichts nütze.

Der Florentiner Lak ist ebenfalls zu Rissen vortheilhaft zu gebrauchen. — Man kan eine Art rother Tusche daraus verfertigen, wenn man ihn mit etwas vielen arabischen Gummi anreibt, und nachdem die zart geriebene Masse durch zureichendes Abtrocknen etwas dick geworden, Stücke in Gestalt einer Tusche daraus formirt.

Zur blauen Farbe ist das Berliner Blau am dienlichsten; man behandelt es wie den Florentinerlak, und macht eine schöne blaue Tusche daraus.

Anderer blauen Farben, Verablau, Indigo u. dgl. kan man entbehren. — Blaue Saftfarben

farben darf man gar nicht gebrauchen, weil sie mit der Zeit alle ins Violette schießen, und zu Vermischungen gar nicht dienen.

Als gelbe Farbe empfiehlt sich vorzüglich Gummigutti, wie auch gebranntes Schüttgelb, woraus sich eine schöne gelbe Tusche verfertigen läßt.

Grüne Farben sind theils aus Vermischungen, 3. E. aus Gummigutti und Berlinerblau, recht schön und nach verschiedenen Schattirungen zu erhalten, je nachdem man mehr Gelb oder Blau darunter mischet, theils sind sie auch an sich vorhanden. — Das Sastgrün ist von vorzüglicher Güte in Nürnberg zu bekommen. — Doch schießt es in der Folge etwas, und wird gelblicht, hat auch die Unbequemlichkeit, daß man keine andere Farbe darneben legen darf. Größere Plätze darf man nicht damit illuminiren; Etwa Grasbüschelchen auf Wiesen u. dgl. kan man damit anlegen.

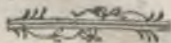
Brauchbarer ist das destillirte Grünspan. — Es verschießt zwar nicht, frist aber leicht das Papier durch, wenn es nicht mit einer zureichenden Menge Wassers geschwächt wird. Mit etwas Sastgrün vermengt, giebt es eine vortrefliche und haltbare grüne Farbe.

Braune Farben erhält man nach unterschiedenen Schattirungen, aus der Vermischung,

Dritter Theil.

3

schung,



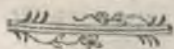
schung von Carmin, Gummigutti, und schwarzer Tusche, wie auch durch Hinzufügung von etwas Berlinerblau. Dieſter oder Ofenruß ſchießt durchs Papier. — Braune Farben aus Coffee, Muſſchalen u. dgl. kan man ſüglich entbehren.

Durch Vermischungen aus roth und gelb, roth und blau u. dgl. erhält man allerley Mitteltinten, die nach Erfordernis brauchbar ſeyn können. Verſuche werden einen jeden ſelbſt belehren, nach welcher Verhältniß dieſe oder jene Miſchung vorgenommen werden muß.

Von allen dieſen Farben, wird beym Gebrauche eine zureichende Menge in Schälgen von Glas oder Porzellan, mit Waſſer verdünnt und aufgeweicht. Man muß aber eine Farbe, die in einem Schälgen ſchon trocken geworden iſt, nicht von Neuem mit Waſſer aufweichen und zum Illuminiren gebrauchen, weil ſich leicht Staub und Unreinigkeiten angeſetzt haben könnten, die der Schönheit des zu verfertigenden Riſſes nachtheilig ſeyn mögten.

Die aufgeweichten Farben, muß man vor jedesmaliger Eintauchung des Pinsels, umrühren, damit ſie beſtändig in gleicher Stärke bleiben, und keinen Bodensatz verurſachen.

Ueber



Ueber die Schönheit eines Illuminirten Grundrisses.

§. 259. I. Soll ein Riß schön ins Auge fallen, so müssen 1) alle Linien und Punkte mit der Reissfeder so zart als möglich gezeichnet seyn, 2) dürfen die Farben nur so blaß aufgetragen werden, als es ohne Nachtheil der Deutlichkeit des Risses, und der durch die Farben von einander zu unterscheidenden Gegenstände geschehen kan. — Daß man sich dabei aller möglichen Sauberkeit im Auftragen befleißigen müsse, versteht sich von selbst. Ueberhaupt werden stark aufgetragene Farben dem Riße allemal ein heßliches Ansehen geben.

3) Muß man suchen der natürlichen Farbe eines jeden Gegenstandes, so nahe als möglich zu kommen. — Von dieser Vorschrift gehet man indessen aus andern Ursachen unterweilen ab, und Feldmesser müssen sich da nach denen von dem Landesherrn festgesetzten Vorschriften richten. Mauren z. E. roth zu färben, ist der Natur nicht gemäß, als in dem Falle, wenn sie mit Backsteinen aufgeführt wären, u. s. w.

4) Wird man durch Schatten und Licht, theils vieles zur Deutlichkeit und besserer Unterscheidung einzelner besonders erhöhter und



vorspringender Gegenstände beitragen, theils dem Risse ein kräftigeres und lebhafteres Ansehen geben. Durch geschickte Vertheilungen von Licht und Schatten, wird man überhaupt dem Risse eine gewisse Haltung geben können, die sich aber nicht durch gedruckte Vorschriften erklären läßt, sondern die durch vielfältige Uebung aus zweckmäßigen, und von geschickten Feldmessern mit Geschmack ausgearbeiteten Mustern erlernt werden muß.

Immer wird man frenlich dabei überlegen müssen, daß ein geometrischer Riß seiner Absicht nach kein Gemählde seyn soll. Daher denn

Schatten und Licht

II. Vollkommen nach perspektivischen Regeln zu zeichnen, eine Arbeit seyn würde, die man weder verlangen, noch dem Feldmesser belohnen würde. — Wenn man sich beim Schatten in einem geometrischen Risse nur ohngefähr nach der Gestalt und Höhe eines Körpers, und nach der Direktion der einfallenden Lichtstrahlen richtet, so wird es zureichend seyn. Das allgemeine davon wäre etwa folgendes:

Licht, welches von einem leuchtenden Körper ausgehet, bewegt sich nach geraden Linien. — Stößet es an einen dunkeln Körper,

per, so wird es aufgehalten, und hinter dem Körper ist ein Raum, wo keine Lichtstrahlen hintreffen, wo also Schatten ist. Daß sich dieser also nach dem Körper selbst, nach der Richtung des einfallenden Lichtes, nach der Lage der Fläche, worauf der Schatten geworfen wird u. dgl. bestimmen werde, erhellet von selbst. — Genau die Figur des Schattens zu finden, lehrt die Perspektiv. — In geometrischen Zeichnungen ist es zureichend, ihn nur ohngefähr nach dem Augenmaasse anzugeben.

Eigentlich wäre es nun einerley, nach welcher Richtung man das Licht einfallen lassen will. Es ist aber allgemein angenommen, daß das Licht ohngefähr parallel mit einer Linie einfalle, welche von der linken Seite her etwa unter einem Winkel von 45° , gegen die untere Gränze des Vierecks, wo durch ein Riß gewöhnlich umfasst wird, geneigt ist. So werden also alle erhabenen Gegenstände ihren Schatten mit dieser Linie parallel nach der rechten Hand zu, werfen. Wie ohngefähr aus (Fig. VIII.) bey v, w, zu ersehen ist.

Gegenstände, worauf die Lichtstrahlen schief auffallen, werden nicht so stark erleuchtet, als solche, auf die das Licht senkrecht auffällt, welche Vorschrift besonders bey



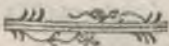
Anlegen der Berge, nach ihren verschiedenen Abdachungen, Wendungen u. dgl. zu empfehlen ist, um ihnen so viel als möglich ein natürliches Ansehen zu geben.

Austragung der Farben

§. 260. Hiebei sind folgende allgemeine Vorschriften zu merken:

I. Wenn man eine beträchtliche Fläche mit Tusche oder Farbe, gleichförmig zu überlegen hat, so muß man keine weissen Punkte und Streifen auf ihr stehen lassen, die in dem Schälgen abgeriebene Farbe beständig in gleicher Stärke erhalten, sie bei jedesmaliger Füllung des Pinsels wieder umrühren, den Pinsel übrigens nicht zu voll füllen, und die Farbe so geschwind als möglich auftragen, damit keine Ungleichheiten und Flecken zu befürchten sind, und alles recht gleichförmig in einander fließe.

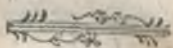
II. Wenn man eine Fläche so tuschen soll, daß man von einem starken Schatten allmählig in das Helle übergehen will, welches man eine Farbe verwaschen nennet, so legt man erstlich da wo der stärkste Schatten hinkommen soll, z. E. längst *ac* (Fig. VIII.) einen mäßig breiten Streifen an, nimmt nun einen Pinsel, der mit bloßem Wasser gefüllt ist, und vertreibt oder schwächt die



die aufgetragene Farbe a c nach der Gegend m zu, nach welcher sie sich ins Helle verlaufen soll, immer mehr und mehr, so aber daß der allmälige Uebergang vom Dunkeln ins Helle so wenig als möglich abgesetzt erscheine. — Daher muß man dabei eine fertige Hand haben, und niemals irgendwo die Farbe trocken werden lassen, als bis sie völlig vertrieben ist. Die Arbeit gehet desto besser von statten, wenn man vorher die zu verwischende Ebene ganz mit einem mit bloßem Wasser gefüllten Pinsel anfeuchtet.

III. Ehe man die Schatten anbringt, müssen erst alle Farben aufgetragen seyn. — Alsdann kan man durch geschickte Anbringung proportionirlicher Schatten, durch Linien die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen müssen u. dgl. dem Risse die erforderliche Lebhaftigkeit, und nöthige Haltung verschaffen.

IV. Große Flächen z. E. Wiesen, Heiden u. dgl. müssen vorher ganz mit Farbe überlegt werden, ehe man kleinere Gegenstände, Bäume, Grasbüschelchen u. dgl. die eine ähnliche aber etwas dunklere Farbe bekommen, hinein zeichnet. — Große Stellen werden überhaupt blaß angelegt, kleinere darauf befindliche Gegenstände immer etwas dunkler. Auch müssen die Berge vorher vollständig



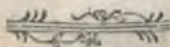
lig ausgearbeitet seyn, ehe Waldungen, Aecker u. dgl. darauf gezeichnet werden.

V. Die Schatten kan man meistens mit bloßer Tusche anlegen, die aber nicht so stark aufgetragen wird, daß die Grundfarbe derjenigen Fläche worauf der Schatten fällt ganz verdunkelt wird. Es muß nemlich aus dem Schatten, allemal die Grundfarbe des Gegenstandes, worauf er fällt, zu erkennen seyn. Man kan aber auch oft den Schatten, durch Auftragung einer etwas dunkleren Farbe, als diejenige ist, worauf der Schatten fällt, ausdrücken. — Die mit Tusche angelegten Schatten haben aber in den meisten Fällen ein natürlicheres Ansehen, und machen den *Ris* nicht so bundschefigt.

Von der unterschiedenen Bezeichnungsart einzelner Gegenstände in einer Skizze, und deren Illuminirung.

§. 261. Nachdem wir das allgemeinste von den Farben und deren Behandlung vortragen haben, so folgen nun die übrigen zur Ausarbeitung eines *Risses* erforderlichen Bezeichnungen u. dgl. wodurch man bequem die Gegenstände auf einer Feldkarte von einander unterscheiden, und ihre Bedeutung wissen kan.

I. Wie



I. Wiesenpläge werden grasgrün angelegt, wozu man sich einer Vermischung aus Gummigutti und blauer Tusche, oder aus Grünspan und Saftgrün bedienen kan. Als dann werden kleine zerstreute Grasbüschelchen mit einem etwas dunklern Grün darauf verzeichnet. So nemlich werden die dreyschürigen Wiesen illuminirt. Zwenschürige legt man mit blaßgelber Farbe an, und macht grüne Streifen mit Grasbüschelchen darauf.

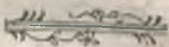
Einschürige werden blos grün gestreift, und der Grund bleibt weiß.

Hut und Weide legt man, im Falle sie ganz begraset ist, blaßgrün an, und macht einzelne zusammengesetzte Püntgen darauf. Man sehe (Tab. II.) die Gegend um den Weiher herum. Ist Heide untermengt, so werden hin und wieder bräunliche Streifen mit Punkten hervor scheinen müssen.

Torfbruch wird mit matter Tusche illuminirt.

Sandschollen blaßgelb mit dunkelgelben oder röthlichen Punkten.

Mohrgrund wird dunkelgelb angelegt, und mit blauen kurzen Streifen versehen, im Falle Wasser darauf stehet.



Moräste werden durch feine kurze Parallellstriche, nebst darauf gezeichneten Pünktgen angedeutet.

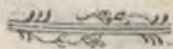
Weiber werden längst ihren Ufern mit einer Zuschlinie, die an der Schattenseite etwas stärker ausfallen muß, und dann mit flammenweise gezogenen Parallellstrichen entworfen, und mit einer blassen blauen Farbe illuminirt. Hin und wieder hervorstehendes Schilf kan man der Natur gemäß darauf zeichnen.

II. Aecker werden längst ihren Scheidungslinien mit Tusche ausgezogen, in Rücksicht ihrer verschiedenen Eintheilung in Sommer-, Winter- und Brachfeld aber mit folgenden Farben unterschieden.

1) Das Sommerfeld wird da, wo es an Winter- oder Brachfeld anstößt, mit einem gelben

2) das Winterfeld mit einem braunen, und

3) das Brachfeld mit einem schwärzlichen Gränzstreifen umfasset. In Rücksicht der innerhalb solcher Schläge befindlichen einzelnen Aecker, wird gutes Weizenland mit mattem Carmin ganz überlegt, Gersten- oder ordinaires Weizenland hingegen längst den Furchen nur rothgestreift. — Gutes Roggenland läßt man mattbraun überlaufen, hingegen schlechtes oder Haferland nur mit dergleichen Streifen
längst



längst den Furchen versehen. Dreijähriges Land wird ganz mattgelb, und sechsjähriges mit dergleichen Streifen längst den Furchen angelegt. Das ganz unbrauchbare wird weiß gelassen.

Andere Felder werden ihrer Güte nach eingetheilt in

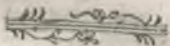
Gutes Gartenland, (blaskroth mit grünen Streifen).

Mittelmäßiges, (braun mit grünen Streifen).

Schlechtes, (gelb mit grünen Streifen).

III. Bei Ausarbeitung der Wälder, werden die Bäume ohngefahr nach der Figur ihrer Kronen ausgedrückt. Eichen, mit einer etwas spitzgezackten Krone (S. Tab. II. längst des Felsendorfer Weges); Buchen, mit einer runden Krone (das. am Wege nach Mariengarten); Erlen, länglicht zugespitzt, und nur auf einer Seite gezackt (das. am Wege nach Waldheim); Fichten und Tannen, wie das. längst der Landstrasse nach Nordfeld), zu sehen ist. Weiden zeigen sich längst des Flusses Tab. II.

Beim niedrigem Gehölz, läßt man die Stämme an den Bäumen weg, und zeichnet immer zwei und zwei Stauden neben einander

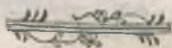


einander, wie auf Tab. II. auch hin und wieder zu sehen ist.

Wenn man indessen nicht immer die Mühe darauf wenden will, die Kronen nach ihren verschiedenen Gestalten zu zeichnen, so zeichnet man sie durchaus auf einerley Art, und unterscheidet vielmehr die verschiedenen Holzarten, nach dem Grund und Boden, worauf sie stehen. — Also mache man den Grund wo Eichen stehen blagelb; Buchen lasse man auf bräunlichen, Fichten auf blaßdunkelgrünen, Elsen auf blassen hellgrünen Boden stehen. Wo vermischtes Holz stehet, wird der Boden nach den verschiedenen Holzarten gestreift. — So z. E. Wo Eichen und Fichten beysammen sind, legt man den Grund blagelb an und versehenet ihn mit dunkelgrünen Streifen u. s. w.

Die Bäume selbst werden nun an ihrer rechten Seite schattiret, und mit dem auf den Boden fallenden Schatten versehen.

Es ist eigentlich wider die Natur eines Grundrisses, an den Bäumen Stämme zu verzeichnen. — Allein der Deutlichkeit halber, sie vom Buschholz zu unterscheiden, mag man diesen Fehler, so wie auch andere ähnliche wohl erlauben. Indessen könnte man auch die Stämme weglassen, und sie in



in dem Schatten ausdrücken, den die Bäume werfen.

IV. Von Flüssen und Strömen ist folgendes anzumerken.

Nachdem man durch Zuschlinien die Ufer verzeichnet hat, so legt den ganzen Fluß gleichförmig mit einer so blasgrünen Farbe an, daß sie kaum vom Weissen zu unterscheiden ist, und schraffirt den Fluß längst den Ufern, mit ganz zarten bläulichten nach der Richtung des Stromes fortlaufenden geschlängelten Linien, die nach der Mitte zu sich immer mehr verlihren, und an der Schattenseite etwas stärker gemacht werden. Man bedient sich dazu am besten eines Pinsels. Ehe man mit solchen Linien schraffirt, kan man auch längst den Ufern vorher eine ganz blasse blaue Farbe anlegen, und sie nach der Mitte des Stromes hin verwaschen.

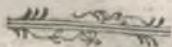
Inseln, werden nach Verhältnis ihrer Produkte illuminirt.

Sandbänke, werden bräunlicht, mit zarten, schwarzen oder rothen Pünktgen angelegt.

Von x Fig. IV. Tab. I. ist eine hölzerne Zugbrücke zu sehen.

Von q eine massive Brücke.

Von



Ben t eine Durchfarth.

Ben u eine Fähr, sie wird an beyden Seiten des Ufers mit kleinen Häusern oder Vierecken angedeutet, von denen eine Linie über den Strom gehet, das Seil auszudrücken, an dessen Mitte die Fähr erscheint.

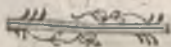
Ben g eine Schiffmühle.

Ben h eine gewöhnliche Mühle.

Ben l eine Schleufe.

Ben $\lambda \mu \nu$ ist durch eine punktirte Gränze die Inundationslinie ausgedrückt; in dem Manuale wird das Jahr angeſetzt, in welchem ſie ſich bis an die angezeigte Gränze erſtrecket hat.

V. Die Verzeichnung der Berge lernt man am beſten aus unmittelbarer Vorzeigung der hierzu nöthigen Handgriffe — n (Fig. VIII.) zeigt ohngefähr die Geſtalt eines mit einer Feder ſchraffirten Berges. Am ſäuberſten fällt die Zeichnung eines Berges aus, wenn man ihn erſt längſt ſeiner Abdachungen mit blaffer Zuſche verwäſcht, wo die Schatten hinfallen, etwas ſtärkere Zuſche aufträgt, und nun vermittelſt eines mäßigen mit Zuſche gefüllten Pinſels, nach Maasgabe der verſchiedenen Gründe und Wendungen mit zarten geſchlängelten Linien darüber her ſchraffiret, wo ſich denn dieſe Linien nach dem
Thale



Thale zu immer mehr und mehr verlaufen und schwächer werden müssen. — Daben muß man auch die verschiedenen Kuppen, Felsenwände u. dgl. ihrer Natur gemäß auszudrücken suchen, wo denn alles desto schöner ausfallen wird, mit je mehrerer Auswahl und Kenntnis die Schatten hin und wieder angebracht sind.

Waldungen werden auf die Berge verzeichnet, nachdem sie erst völlig ausgearbeitet sind.

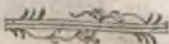
Bergwerke werden durch viereckigte Gruben, oder Schachte, angedeutet, woben die chymischen Zeichen der Metalle gesetzt sind, die sie geben. (Fig. VIII. bey O. D.)

Weinberge werden wie in Fig. VIII. bey h gezeichnet.

Hopfengärten, wie das. bey y.

VI. Gebäude werden nach geschehener Umfassung mit Carmin angelegt, und gehörig schattirt, ohngefähr wie Fig. IX. ausweist.

Auf oekonomischen Charten muß man auch die vornehmsten Gebäude einer Stadt oder eines Dorfes sogleich aus der Zeichnung zu erkennen im Stande seyn, daher man denn neben das Viereck, welches das Gebäude vorstellt, ein schickliches Zeichen setzet. Z. E. neben einer Kapelle ein Kreuz, neben einer Kirche



the den Kirchhof mit Kreuzen, neben einen Gasthof eine Fahne, neben einer Ziegelhütte einen rauchenden Ofen, nebst einer daran befindlichen langen Scheure u. dgl. Herrschaftliche Gebäude werden mit einem etwas stärkeren Roth illuminirt.

VII. Endlich ist noch die Bezeichnungsart der Wege, Gränzen u. dgl. bezubringen.

Wege werden überhaupt bräunlich angelegt.

Ein bloßer Fußsteig wird durch eine punktirte Linie ausgedrückt. Feldwege durch zwei neben einander gelegte Linien, davon die eine punktiert die andere ordentlich ausgezogen ist. M. S. Tab. II 3. E. den Weg nach Holzdorf.

Landstraßen wie daselbst längst v. Z.

Postwege bestehen aus zwei neben einander laufenden Parallellinien.

Hohlwege werden wie bey h D Tab. II. verzeichnet.

Wildbahnen durch zwei mit einander parallel laufende Linien, davon eine gezackt aussiehet, f g Tab. II.

Gewöhnliche Holzwege, werden durch einfach gezogene Linien angedeutet.

Grän-

Gränzen werden blos punktirt und mit Carmin überlegt — wo denn die Punkte stärker oder schwächer ausfallen müssen, je nachdem sie Haupt- oder Special-Gränzen bedeuten sollen.

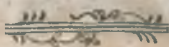
Alle Wege und Gränzen werden nun zuerst verzeichnet, ehe man an die übrige Ausarbeitung der Karte schreitet. — Der Deutlichkeit wegen soll man auch die den Gränzen der Feldmark nahe liegenden fremden Grundstücke ohngefähr mit auf die Karte bringen, und deren Benennungen anzeigen.

Ferner sollen an die Gränzmale auf der Karte übereinstimmend mit den zugehörigen auf dem Felde, Nummern gesetzt werden, und damit in Rücksicht der Gränzen künftig keine Verrückung zu befürchten sey, so soll noch eine besondere Gränzkarte, wo nemlich der blosse Umfang der Feldmark darauf stehet, entworfen, und bey jedem Gränzmale angemerkt werden, wie weit es von dem nächsten abstehe, wie auch, was es mit den beyden benachbarten für einen Winkel mache.

Gränzhügel werden durch einen kleinen Kreis und

Gränzsteine durch ein kleines Viereck bezeichnet.

Hecken werden so verzeichnet wie es längst Le an dem Dorfe Tab. II. zu sehen ist. Man kan sie grün anlegen.



Anmerkungen.

§. 262. I. Das bisherige wird zulänglich seyn, die gewöhnlichsten Gegenstände auf einer zum oekonomischen Gebrauch eingerichteten Feldkarte zu verstehen. — Andere Zeichen, die besonders in geographischen und militairischen Karten üblich sind, findet man sehr vollständig in Hrn Refersteins Anweisung zu practisch geometrischen Zeichnungen 2c. 2c. Leipzig 1778, aus welchem nützlichen Buche auch die bisherigen oekonomischen Zeichen, so wie sie der königl. preuss. Verordnung gemäß seyn sollen, meistens genommen sind. Von den geographischen wird in der Folge noch etwas vorkommen; Militairische Karten gehören nicht zu meiner Absicht.

II. Zur Zierrath der ausgearbeiteten Feldkarte, kan man zur Seite eine schickliche Kartouche anbringen, worauf man den Namen der Feldmark, den verjüngten Maasstab und andere Dinge verzeichnet.

Die Richtung der Magnetnadel, und die Weltgegenden auf dem Risse, kan man auf einer sauber gezeichneten Magnet-Rose darstellen.

Namen einzelner Gegenstände, müssen zierlich und mit einer gewissen Wahl auf die Karte geschrieben werden. — Indessen muß man

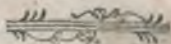
man sie so viel als möglich ersparen, weil viele Namen allemal den Riß verunzieren. — Man siehet auch schon hieraus, wie sehr die Einführung bestimmter Zeichen, dabey zur Abkürzung diene.

Die nöthigen Handgriffe zur geschickten Ausführung eines Risses, muß man übriggens durch Uebung erlernen. — Durch die bisherige Anweisung hoffe ich das allgemeine davon gesagt zu haben. — Wie nöthig aber einige Fertigkeit im Zeichnen, auch bey Verfertigung geometrischer Risse sey, wird ein jeder bey der wirklichen Handanlegung selbst empfinden.

Einige Bücher, die man dabey zu Rathe ziehen kan, sind z. E. ausser dem in (1.) bereits angeführten

Der zur Verfertigung schöner Risse getreulich anweisende Ingenieur. Frankf. 1755.

J. W. Krazensteins Abhandlung von Verfertigung schöner und accurater Risse in der Feldmess, Artillerie, Kriegs- und bürgerlichen Baukunst ic. ic. ingleichen von den dazu gehörigen notwendigen und guten Instrumenten ic. ic. Nürnberg. 1766. Den Werth dieser und ähnlicher Bücher will ich aber dem Leser selbst zu beurtheilen überlassen.



XXIII. Kapitel.

Nähere Beschreibung einer Feldkarte,
nebst der Einrichtung eines
Vermessungsregisters.

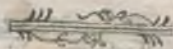
§. 263. 1. Einem Landesherrn, welcher von der oekonomischen, fa-
meralistischen, und physikalischen Beschaffen-
heit einer Flur deutliche Kenntnis haben will,
würde mit einer blossen Karte, ohne beige-
fügte Beschreibung wenig gedient seyn. Es
müssen also nothwendig ausser den eigentlichen
Feldmessern, auch Männer als Gehülffen da
seyn, welche von allen Umständen, die zur
Oekonomie, zur etwanigen Verbesserung
der physikalischen Unvollkommenheiten einer
Feldmark, u. s. w. gehören, zuverlässige
Nachrichten einziehen, und daraus eine so-
genannte Dorf- und Flurbeschreibung zu-
sammensetzen. Die wichtigsten Umstände,
auf die man etwa Rücksicht nehmen müste,
wären 3. E.

Unter welcher Gerichtsbarkeit das Dorf,
und die Feldmark steht; wie stark die Zahl der
Einwohner ist, wie sie helfen, und welche un-
ter ihnen Ackerleute, Halbspänner, Rothsa-
sen

sen u. dgl. sind. — Wie sich ihre Freyheiten, Rechte, Gerechtigkeiten, Abgaben, Frohndienste u. s. w. verhalten. — Wie die öffentlichen Gebäude beschaffen sind, und ob zu ihrer etwaigen Ausbesserung, Leim- Sand- und Steingruben in der Nähe vorhanden sind. — Ob die Wege einer Verbesserung bedürfen, wie sich die Einkünfte der Kirche verhalten. — Was die Unterthanen für Beschwerden haben — wie ihre Ländereyen in Absicht der Lage, Benutzung, Vertheilung, wie die Forsten, wie der Viehstand, und die dazu gehörigen Kuppel- und Privatweiden beschaffen sind. — Welche Gränzen der Feldmark berichtigt, oder noch streitig sind? u. dgl. Kurz es darf hier Nichts vergessen werden, was nur einigermaßen zur Benutzung der physikalischen Vortheile einer Feldmark, zur Verbesserung ihrer natürlichen Unvollkommenheiten, und überhaupt zur Kenntnis und zum Flor der Landwirthschaft etwas beitragen kan. — Alles muß alsdann auf das genaueste in eine Tabellarische Ordnung verfaßt werden. — Es würde wider meine Absicht seyn, von allem umständlicher zu reden, da dieses mehr für den Oekonomien und Kameralisten, als für den Feldmesser gehört, ob ich gleich zugestehe, daß dergleichen Kenntnisse auch einem Feldmesser wohl zu statten kommen. Umständlichere Nachrichten hiervon findet man z. E. in dem neuen Polizey- und Kameralmagazin des

G 3

Hrn



Hrn Bergius, (Frankf. am Mayn 1781.) unter dem Artikel Landesvermessung. — Ferner in L. S. Wilkens Landesvermessung II. Th. und andern Schriften.

II. Umstände die eigentlich dem Feldmesser anzumerken obliegen, sind ein genaues Verzeichniß aller einzeln, so wohl nutzbaren Grundstücke der Feldmark, als auch der leeren und unbebauten Plätze, und derer die keine besondern Besitzer haben, z. E. der Bruchweiden, Tristen, Heerstrassen, Teiche, Sand, Mergel, und Lohgruben, Steinbrüche u. dgl. Von allen diesen Stücken, wird aufs genaueste der Flächeninhalt bestimmt, und Tabellarisch entworfen. — Auch muß der Feldmesser die Güte (Bonität) der nutzbaren Grundstücke anmerken, und in seinem Vermessungsregister eine solche Einrichtung treffen, daß die weitem Nachrichten davon, bequem in der oekonomischen Beschreibung (I.) der Feldmark aufgesucht, und auf Verlangen, der Kammer vorgelegt werden können. — Es werden daher z. E. alle Grundstücke, so wohl auf der Karte als in dem Vermessungsregister nummerirt, und diese Nummern müssen sich auf das Haus und den Besitzer des Grundstücks beziehen. — Man kan die Nummern beibehalten, die etwa jedes Haus in der Brandkasse hat u. dgl. Ferner muß man in dem Vermessungsregister den §. der Dorfschreibung (I.) anführen, wo die näheren Nachrichten

richten zu finden sind, und die Namen der Besitzer der einzelnen Grundstücke dabei sehen.

Zum Muster, will ich hier verschiedene Rubriken, wie sie nach der preussischen Verordnung in einem Vermessungsregister vorkommen sollen, hersehen. — Die Bedeutung derselben wird aus dem bisher bengebrachten vollkommen verständlich seyn. Was in jeder Horizontalreihe steht, gehört allemal zusammen, in Beziehung auf die vorangesezte Nummer des Hauses, und dessen Eigenthümer oder Bewohner. Die einzelnen Grundstücke auf der Karte bequemer auffuchen zu können, so wird allemal ein Revier benennet, innerhalb dessen es zu finden ist — und daher werden auf der Karte einzelne Schläge oder grössere Bezirke nach der Ordnung mit grossen Buchstaben A, B, C, oder sonst auf eine geschickte Art bezeichnet, auf welche Zeichen man denn in dem Vermessungsregister anweist.

Vermessungsregister

von dem

Dorfe N N.

Liegt im königlichen u. s. f. Amte M, und ist im Jahre 1781. vermessen worden, durch 1c. 1c.

104

In Meßern im Winterfelde auf der Karte sub Littera A.

[illegible]

Ænubrie IV.

Am Meßern im Sommerfelde auf der Garte sub Litt.

உரி பொருள்

[illegible]

Subrif. V.

Am Niedern im Stadtfelde auf der Karte sub Litt.

Die Bonität

[illegible]

Рубрик VI.

An Bliesen, welche nicht Brache halten und zweymäßig sind. Lit.

Kub

Die Bonität bestehet in							
Nun. des Kaufes.	§. der Dorf. Beschr.	Namen der Besitzer.	guten	mittl.	(schlech- ten.)	Un- brauch- bar / u. Brä- uen.	Nemar- quen.
			M. D. M. R. M. R. M. R.				
Summa à Borgeren =							

Зубри VII.

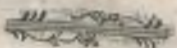
An Sitzung auf der Karte sub Litt.

d. der Dorf. Beschr.			
Die Hütung ist			
blanf.	b-wachfen.	Demarquen.	
MR.	R.	M.	R.

Rubric VIII.

An Seen und Zeichen u. s. w.

ß. der Dorf. Beschr.	Die Seen sind			
	blaul.	bewachsen.	Demarcquen.	
	MR.	M.	MM.	N.
Summa	2	0	1	5
a Morg.	1	5	1	1



Rubric IX.

An Abalungen und Forsten, sub Litt.

§. der Forst- Bezir.	Die Abalungen bestehen in					
	Eichen	Büchen	Kiefern	blanfer Stellung.	Forsten u. Qualität des Holzes.	Demars quon.
Summa a Morg.						

Rub.

Rubric X.

Seide: Gegend auf der Karte sub Litt.

Kommen in einer Seide Hof- und Baufstellen, Ländereien, Solungen u. dgl. vor, so wird davon ein besonders Vermessungsregister geführt, nach Rubriken, wie oben. Ueberdem sind aber auch die Dorf- und Mörbrüche, Sandstollen u. dgl. anzuweisen, so wie denn auch überhaupt die Rubrik Remarquen, alles das in sich faßt, was sonst in der Star bemerkt zu werden verdient. Z. E. Stein: Mergel: Lehm: und Thongruben, Mar: morbrüche, Grängen u. dgl.

§. 264. Aus einem solchen genau eingerichteten Vermessungsregister, und den übrigen oekonomischen Umständen der ganzen Flur, werden nun die sogenannten Lager- und Saalbücher errichtet.

Ein Lager- oder Fundbuch dienet die einzelnen Grundstücke, so wie sie in der Feldmark zerstreut herum liegen, bequem aufzufinden, die Beschaffenheit derselben nachzusehen, und die in der Folge vorgenommenen Veränderungen berichtigen, und nachtragen zu können.

Zu dem Endzweck wird das Lagerbuch nach Anleitung des Grundrisses, und Vermessungsregisters verfertigt. — Im wesentlichen bestehet die Einrichtung darinnen.

1) Wird der Namen des Dorfes u. s. w. oben angeſetzt, und dabey die Gränze desselben angegeben und beschrieben.

2) Wird angemerkt, wer der Gutsherr sey, ob es ein landesherrliches Amtsdorf, ob es einer Stadt, einem Stifte u. dgl. zugehöre.

3) In Absicht der einzelnen Grundstücke, wird angemerkt, in welcher Gegend der Flur sie liegen, was für Gränzen daran stoßen, welchem Besitzer sie gehören, wie ihre Güte und Beschaffenheit sey — ob das Grundstück
Dritter Theil. ein



ein Gemeindeguth, welches jährlich in der Gemeinde vertheilt wird, oder ein Lehen, oder Erbguth sey, bey wem es zu Lehen gehe u. s. w.

Zu besserer Vergleichung bekommt jedes Grundstück in dem Lagerbuche die Nummer, die es auf der Karte hat. —

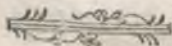
Ein Beispiel wird das bisherige erläutern. Z. E.

Das Dorf Bärenbach (Tab. II.) gehört zu der Stadt Nordenfeld, gränzet gegen Morgen an 1c. 1c. Gegen Mittag an 1c. 1c. u. s. w.

Nro I. Ein Acker, gehöret Franz Hildebrand, liegt auf der Karte in dem Reviere L, zwischen den Holzdorfer und Felsendorfer Wegen, stößt gegen Osten an den Felsendorfer Weg, gegen Mittag an Peter Müllers Acker, gegen Westen an Ludw. Schulzens Acker, gegen Mitternacht an Georg Wagners Acker. — Ist guter Weizenacker, hält 2 Morgen, 25 Quadratruthen. — Ist Herrnlehen 1c. 1c.

Nro II. Ein Acker, gehört u. s. w. Ist Kirchenlehen.

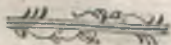
Nro VI. Eine Gemeindewiese, liegt auf der Karte in dem Reviere M, stößt gegen Mittag an den Holzdorfer Weg, gegen Morgen
an



an den Dießheimer Weg, gegen Mitternacht
an den Bach NN, gegen Abend 10. 10. Ist
zweymäßig, steht in der ersten Klasse, ist
Gemeindeguth und wird jährlich vertheilet,
u. s. w.

Das Saalbuch hat die Absicht, um dar-
aus sowohl die sammtlichen Grundstücke ei-
nes jeden Hauswirthes, als auch die darauf
haftende Abgaben, Steuern, Beschwerden,
Freiheiten u. dgl. zu ersehen. — Es wird
angegeben, wie die Viehzucht und der Acker-
bau beschaffen ist. — Kurz alles was auf die
Oekonomie, auf das Kameral- und Steuer-
wesen Einfluß hat. Zu besserer Vergleichung
des Lager- und Saalbuches, muß auf die Sei-
tenzahl und Nummer in dem Lagerbuche, bey
der Beschreibung im Saalbuche angewiesen
werden.

Den Nutzen, solcher wohl eingerichteten
Saal- und Lagerbücher, wird wohl Niemand
laugnen. — Wie viele Streitigkeiten können
nicht vermieden und bergelegt werden, wenn
eine genaue Beschreibung der Güter aller Un-
terthanen, ihrer Gränzen, Güte und Be-
schaffenheit vorhanden ist? Die Steuerbü-
cher, können sicherer errichtet, berichtigt,
und das herrschaftliche Interesse in Ordnung
gehalten werden. — Berichte, die man ei-
nem Kammercollegio abzustatten hat, werden
H 2 durch



durch Verweisung auf die Saal- und Lagerbücher deutlicher und bestimmter, und endlich gewinnt auch die Geographie durch die Lagerbücher, in Absicht der Berichtigung der Gränzen u. dgl.

§. 265. Ob es gleich immer angenehm ist, eine ganze Feldmark mit allen einzelnen kleinern Abtheilungen auf einer einzigen Karte zu sehen, so ist es doch beym Gebrauche der Lagerbücher etwas unbequem, im Falle man etwas in ihnen nachzuschlagen hat, allemal die Flurkarte selbst aus einander zu rollen, und die Grundstücke auf ihr aufzusuchen, zu geschweigen, daß durch den öfteren Gebrauch eine so grosse Flurkarte selbst nach und nach beschädiget, und zuletzt gar unbrauchbar wird. —

Man kan daher für den Gebrauch des Lagerbuches, die einzelnen Entwürfe, die man auf dem Meßtische bekommen hat, besonders ins Reine bringen und ausarbeiten, und solchergestalt Karten von einzelnen Theilen der Flur verfertigen, die eine mässige Grösse haben, folglich leichter zu behandeln sind, und sich in ein besonders Buch zusammen binden lassen, welches demnächst zur Vergleichung mit den schriftlichen Nachrichten in dem Lagerbuche dienen kan.

Es versteht sich, daß diese einzelnen Risse nummerirt, oder mit Buchstaben bezeichnet werden. Eine gewisse Ordnung beim zusammenbinden dieser Partialkarten in Absicht der Lage, die sie auf dem Felde gegen einander haben, läßt sich auch leicht gedenken.

Man könnte selbst die große Flurkarte ersparen. — Denn da man schon die einzelnen Abtheilungen in Aecker und Felder auf den Partialkarten hat, so würde es zureichend seyn, die Art, wie diese Partialkarten auf dem Felde gegen einander liegen, nur in einem kleinern konnectirenden Generalrisse der Flur vorzustellen — der nur ohngefähr die Größe eines Royal-Bogens hätte; Auf diesem Generalrisse brauchten alsdann nicht die kleinern Grundstücke alle einzeln verzeichnet zu seyn, sondern nur ganze Verainungen, und Flurstriemen, in denen sie liegen, wobei man denn die verschiedenen an einander stoßenden Schläge der Winter- Sommer- und Brachfelder nach ihren Hauptgewenden, wie sie in den Specialrissen vorkommen, auch mit verzeichnen und illuminiren kan.



XXIV. Kapitel.

Vom Kopieren und Verjüngen der Figuren.

§. 266. Aufgabe. **E**in Stück einer Flur
in einer gegebenen
Verhältnis zu verjüngen.

Aufl. I. Es sey bey (Nro 1. Fig. X.)
ein Stück K einer Flur, nach dem Maassta-
be K verzeichnet, und bey Nro 2. solle man
dasselbe Stück nach einem kleinern Maasstabe
k entwerfen; die Flächen der beyden ähnli-
chen Figuren sollen sich gegen einander ver-
halten $= m:1$, so daß $K:r = m:1$, wie
groß müssen die Ruthen auf k seyn, daß
dieser Bedingung ein Genüge geschieht?

II. Aus der Geometrie erhellet, daß, wenn
man auf K und k gleichviel Ruthen nimmt,
 $K:k = \sqrt{m}:1$ seyn müsse, weil nemlich
 $K^2:k^2 = R:r = m:1$.

III. Folglich $k = \frac{K}{\sqrt{m}}$,

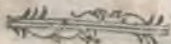
IV. d. h. wenn man k der Größe $\frac{K}{\sqrt{m}}$
gleich nimmt, und k in so viel gleiche Theile
oder Ruthen eintheilt, als K Ruthen enthält,
so wird der Maß r nach den Ruthen des Maas-
stabes

stabes k bezeichnet, m mal kleiner ausfallen als R.

V. Im Falle sich aus m die Quadratwurzel ohne Decimalstellen nicht ausziehen läßt, ist es unbequem, K mit $\sqrt{m}$ zu dividiren. — Statt dessen kan man sich bequemer der Formel $k = \frac{K \cdot \sqrt{m}}{m}$ bedienen, weil beyde Werthe von k auf eines hinauslaufen, indem $\frac{1}{\sqrt{m}} = \frac{\sqrt{m}}{m}$.

VI. Exempel: Es seyen auf K, 50 Ruthen, oder man setze $K = 50$. Um zu wissen, wie groß 50 Ruthen auf k genommen werden müssen, damit der Riß r 3. E. 3mal kleiner als R ausfalle, so messe man die 50 Ruthen auf K nach einem tausendtheiligten Maasstabe und finde solche 3. E. = 900 Theilen. Nach solchen Theilchen würden also wegen $m = 3$, die 50 Ruthen auf k gleich seyn $= \frac{900 \cdot \sqrt{3}}{3} = \frac{900 \cdot 1,732}{3} = 519,6$ oder benähe 520 Theilchen.

Man nehme also von dem tausendtheiligten Maasstabe 520 Theilchen, und theile diese Länge in 50 gleiche Theile, so hat man die Ruthen auf k, die der erwähnten Bedingung, daß nemlich r dreymal kleiner als R ausfallen soll, ein Genüge leisten.



VII. Was nun die Verzeichnung der zu verjüngenden Figur selbst betrifft, so kan man dabey auf folgende Art verfahren:

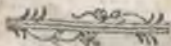
VIII. Man verzeichne etwa mit Bleystiften über die Figur R ein Parallelogramm $ABCD$, welches in lauter Quadrate, von einer mässigen Grösse zertheilt ist, und nummere die einzelnen Quadrate, wie die Figur ausweist.

Man messe die Seiten dieses Parallelogramms nach dem Maasstabe K, verzeichne nach dem kleinern Maasstabe k ein Parallelogramm $abcd$, welches dem $ABCD$ ähnlich, und in eben so viel kleinere Quadrate zerlegt ist.

IX. Was nun von der Figur R innerhalb eines jeden Quadrats I, II, III u. s. w. fällt, verzeichne man nach dem kleinern Maasstabe k auf eine ähnliche Art in die korrespondirenden Quadrate, I, 2, 3, u. s. w. des Parallelogramms $abcd$.

Man könnte AC , ac , für Abscissenlinien annehmen, für die merkwürdigsten Punkte der Figur R z. E. m u. s. w. welche in die zunächst an AC liegenden Quadrate I, IV, u. s. w. fallen, Abscissen AL , und Ordinaten Lm nach dem Maasstabe K messen, und ihre Längen nach dem kleinern Maasstabe k, nemlich

a l,



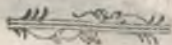
al, 1μ , auf eine ähnliche Art in die kleinern Quadrate 1 und 4 tragen, mithin in die kleinern Quadrate alles eben so verzeichnen, wie man es in den grössern I, IV, vorfindet.

Auf eben die Art könnten EF, ef, Abscissenlinien seyn, vermittelt deren man in die kleinern Quadrate 2, 5, das verzeichnete, was man in den Grössern II. und V, vorfände.

Und so würde man endlich die ganze Figur 1, der R ähnlich erhalten.

X. Wer ein gutes Augenmaas hat, wird in die kleinern Quadrate manches schon ziemlich genau dem gemäß verzeichnen können, was in die grössern fällt, ohne alles selbst messen zu dürfen. Wo denn das Augenmaas desto weniger fehlen wird, je kleiner man die Quadrate des Parallelogramms A B C D gemacht hat.

Dies giebt den Gebrauch der sogenannten Neke, welche man, um das Ziehen der Bleistiftlinien, und die daher rührende Verunzierung eines Risses u. dgl. zu vermeiden, aus Fäden verfertigt, die man in ein Paar ähnliche viereckigte Rahmen A B C D, a b c d, dergestalt ausspannet, daß beyde in gleichviel Quadrate zerlegt werden.



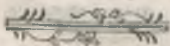
Man legt alsdann den grössern Rahmen $ABCD$, über den zu kopirenden Riß R und zeichnet nach dem Augenmaasse in die Quadrate des Rahmens $abcd$, der Ordnung nach das, was in die Quadrate des grössern $ABCD$ fällt.

XI. Nähme man die Quadrate innerhalb $abcd$, denen innerhalb $ABCD$ gleich, so würde der Riß R in derselben Grösse kopiret. — Hier ist alsdann noch mehr Genauigkeit zu erwarten, weil man da nicht nöthig hat, alles zugleich nach dem Augenmaasse zu verjüngen.

Anmerkung.

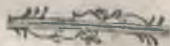
§. 267. Weil das Messen der Abscissen und Ordinaten (§. 265. IX.) innerhalb $ABCD$, mühsam ist, und der Riß R gar zu leicht durch die Zirkelspitzen verdorben wird, da sich ferner auch eben die Beschwerlichkeiten innerhalb $abcd$ vorfinden, so schlägt **Penther** (praktische Geometrie §. 676.) ein anderes Verfahren vor, wodurch die Arbeit theils geschwinder von statten gehet, theils sauberer ausfällt.

Nachdem man nemlich die Seiten der Parallelogramme, AB und ab , AC und ac , in gleich viel Theile getheilt hat, so lege man an ein Paar gegen einander über stehende Punkt,



Punkte z. E. an A und C ein Linial, längst dessen Schärfe sich Theile des Maasstabes K befinden. — An dieses Linial lege man den einen Katheden eines rechtwinklichten hölzernen Drenecks ALP, auf dessen andern Katheden LP gleichfalls Theile des Maasstabes K verzeichnet sind. So hat man z. E. für den Punkt m, durch welchen LP gehet, so gleich die Abscisse AL auf dem Liniale AC, und die Ordinate Lm, auf dem Katheden LP. Wenn man eben so etwas mit einem andern Liniale ac und rechtwinklichten Drenecke alp, worauf Theile des kleinern Maasstabes k verzeichnet sind, vornimmt, nemlich von a nach l, und von l nach μ , so viel Theile zählt, als man auf AL und Lm gefunden hat, so wird μ in dem Quadrate 4 eben die Lage bekommen, die m innerhalb dem Quadrate IV. hat, und so wird das Messen und Abtragen der Abscissen und Ordinaten vermittelt eines Zirkels erspart. Auch ist es dabey nicht erforderlich, daß die Parallelogrammen selbst in Quadrate eingetheilt werden, wenn man nur die Seiten derselben AC, ac; AB, ab; für die erforderliche und richtige Anlegung der Liniale, auf eine ähnliche Art eingetheilt hat.

Penther schlägt vor, die Seiten der Liniale und Drenecke worauf die Abtheilungen kommen sollen, schräg abhobeln zu lassen, damit



damit die Theilstriche näher auf dem Papiere liegen, und sich richtiger angeben lassen. Von einem durchsichtigen Horn die Liniale und Drehecke machen zu lassen, hätte vielleicht noch andere Bequemlichkeiten. Um übrigens die Liniale in unverrückter Lage zu erhalten, bis alles, was in die neben ihnen liegende Quadrate fällt, vollendet ist, so beschränket sie Penther mit einem darauf gelegten Gewicht.

Noch einige andere Methoden Figuren zu versünjen.

§. 268. I. Ein hieher gehöriges Verfahren ist der Gebrauch des Storchschnabels, eines bekannten Werkzeugs. — Herr Marini in seinem Buche de re ichnographica hat es auch zu geometrischen Gebrauche vorgeschlagen. — Meines Erachtens hat es aber in dieser Rücksicht Unbequemlichkeiten. Eine sehr deutliche Beschreibung davon, nebst der Art dieses Werkzeug auf eine wohlfeile Weise selbst zu verfertigen, findet man in einer kleinen Schrift: Beschreibung eines sehr einfachen u. c. Storchschnabels, den sich jeder Liebhaber selbst verfertigen kan, nebst einem geometrischen Beweise und Tafeln über dieses Werkzeug, (Münster und Hamm. 1780.) sehr gut ausgeführt.

Das



Das Wesentliche kommt darauf an:

Man lasse ein Paar gleich lange Liniale BA , AC (Fig. XI.) um A , und noch ein Paar andere mit erstern von gleicher Grösse, ED , EF , um E beweglich seyn, zu welcher Absicht durch A und E Stifte oder Zapfen gehen müssen. Auf $BA = AC = ED = EF$ verzeichne man in gleichen Weiten von einander, Punkte oder Löcher, durch welche man Stifte stecken kan, beyde Paare von Linialen in einer solchen Lage an einander zu hängen, daß $BH = HE = AI$ und $HA = EI$, mithin $HEAI$ ein Parallelogramm wird.

Da nun bey H und I Stifte durch die über einander liegenden Löcher gehen, und die Liniale übrigens sich auch um A und E drehen, so kan man, da die ganze Vorrichtung um A, H, E, I beweglich ist, dem Parallelogramm $HEAI$ immer andere und andere Winkel geben, ohne daß sich die Seiten EH, AI, AH, EI veränderten.

Auch bleibt das Dreieck BHE dem BAC immer ähnlich (wegen $BH = HE$; $BA = AC$; und $BHE =$ dem Winkel BAC) das Parallelogramm mag, in welchem Winkel man will, eröffnet seyn.

Daraus folgt 1) daß die Punkte B, E, C immer in gerader Linie bleiben, und dann 2)

DE:

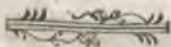


$$BE: BC = AI: AC$$

oder das Parallelogramm mag in welchem Winkel man will geöfnet seyn, so bleibt BE , immer der BC proportional in dem Verhältnis $AI: AC$. Läßt man also die ganze Verbindung der 4 Liniale, sich bey B um einen festen Punkt drehen, wie es geschehen würde, wenn man einen Stift durch B auf den Tisch befestigte, so wird ein Bleistift den man bey E in eine Hülse steckt (welche zugleich die Umdrehungsaxe beider Liniale um E abgeben könnte) eine Figur $z. E.$ $Ee\mu$ beschreiben, welche einer andern CcV längst deren Umfang man den Endpunkt C des Linials AC fortführte, vollkommen ähnlich ist, weil nemlich, wenn bey der Herumführung der ganzen Vorrichtung um B , $z. E.$ die gerade Linie BEC , in die Lage Bec käme, immer $Be: Bc = BE: BC = AI: AC$ bleibt, oder alle Punkte, die C und E zugleich beschreiben, immer proportionalen Abstand von B . haben.

$$\text{Zugleich wird die Fläche } BeE: \text{Fl. } BcC \\ = Be^2: Bc^2 = AI^2: AC^2.$$

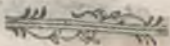
Es wird also die Verkleinerung der Figur, von dem Verhältnis $AI: AC$ abhängen. Da nun wegen der unterschiedenen Lösser auf den Linialen, das Verhältnis $AI: AC$, anders und anders genommen werden kan, so wird



wird man die vorgegebene Figur CcV, längst deren Umfang man C fortschiebt, indem B fest bleibt, auf allerley Arten verjüngen können.

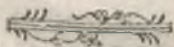
II. Zu Verjüngung der Figuren schlagen einige auch den Verjüngungskreis vor, das von man in Bions math. Werkshule eine Beschreibung findet. Die Einrichtung ist ohngefähr aus (Fig. XII.) zu ersehen. — mp, on , sind ein Paar gleich lange Schenkel eines Kreises, auf denen sich in gleicher Weite von einander Löcher befinden, durch welche man den Kopf oder Zapfen r , um den sich die Schenkel drehen, dergestalt stecken kan, daß $rm = rn$ folglich auch $ro = rp$, mithin die Weite $mn : op = rm : rp$; Wo also mn die Verjüngung von op in dem Verhältnis $rm : rp$ ausdrückt, welches beim Abtragen der Abscissen und Ordinaten, für die nicht nöthig ist, den Kreis gar zu weit zu eröffnen, brauchbar seyn kan.

III. Man trage (Fig. XIII.) von A nach B eine beliebige Menge von Ruthen des Maasstabes K Fig. X. Nro 1. beschreibe aus A mit AB einen Kreisbogen, nehme die Chorde $BC =$ eben so vielen Ruthen des zum verjüngten Risse Nro 2. bestimmten Maasstabes k, und ziehe AC. Wenn man nun innerhalb des Risses Fig. X. Nro 1. eine gewisse Weite



Weite $\S$. E. $m w$ mit dem Zirkel fasset, und solche auf die beyden Schenkel des Winkels BAC Fig. XIII. von A nach G und von A nach g trägt, so wird die Weite Gg sogleich die Verjüngung von $m w$ nach dem Maasstabe k ausdrücken, und so kan dieses, im Falle man gewisse Punkte des Risses Nro 1. etwa durch Drehecke auf Nro 2. abtragen will, sehr brauchbar seyn, weil die Zeit erspart wird, die man zur Zählung der $\S$. E. auf $m w$ gehenden Ruthen des Maasstabes K , und zur Abtragung von dem Maasstabe k , wie auch etwa zur Schätzung der Schuhe auf beyden Maasstäben verwenden müste.

$\S$. 269. Das bloße Kopieren eines Risses geschieht, wie ich schon oben erinnert habe, am geschwindesten und richtigsten vermittelst einer Kopiernadel, woben aber nur die einzige Unbequemlichkeit ist, daß eine Zeichnung, die man solchergestalt abkopieret, etwas durchlöchert wird. Wenn indessen die Nadel sehr zart ist, so lassen sich die durchgestochenen Punkte vermittelst eines Salzbeines oder Polierstahles auf der entgegengesetzten Seite des Papiers fast gänzlich wieder wegpolieren. — Außerdem kopieret man auch durch Hülfe eines drehfüßigten Zirkels. — Auch $\S$. 266. kan zum Kopieren gebraucht werden, wenn nemlich die Theile auf dem zweyten Lineal
und



und Dreieck, denen auf dem erstern gleich sind. Andere Methoden, durch eine Glas-
scheibe zu kopieren, ferner vermittelst eines
auf einer Seite mit schwarzer Kreide, Reis-
kohlen u. dgl. geschwärzten Papiere, eine
Zeichnung, wie es die Mahler nennen, zu
traciren u. dgl. sind so bekannt, daß ich es
für unnöthig halte, mehr davon zu sagen.
Die Vorrichtungen dabey ergeben sich von selbst.

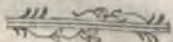
XXV. Kapitel.

Von unterschiedenen in der praktischen
Geometrie üblichen Flächen-
maassen.

§. 270. I. **E**s ist bekannt, daß zur Be-
stimmung des Flächeninhalts
einer Figur allemal die Fläche eines gewissen
Quadrats zur Einheit angenommen wird.

Dieses Flächenmaas erhält seine Benen-
nung von der Seite dieses Quadrats.

Ein Quadrat A, dessen Seitenlinie a so
viel Schuhe hält, als gewöhnlich auf eine
Ruthe an einem gewissen Orte gerechnet wer-
den, heist eine Quadratruthe.



3. E. Für $a = 16$ Kalenberger Schuhe
 $= 1$ Kalenberg. Ruthe, heist A eine Kalenb.
 Quadratruthe.

Eine pariser Toise hält 6 pariser Fuß,
 wenn also $a = 6$ pariser Fussen, so wird A
 eine Quadrattoise.

Für $a = 1$ Meile, heist A eine Quadrat-
 meile.

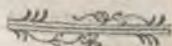
II. Die Quadratruthe dienet übrigens oft
 zum Fundament anderer Flächenmaasse, und
 ihre an unterschiedenen Orten statt findende
 Grösse hängt erstlich von der Grösse des an
 einem jeden Orte eingeführten Längensfußes
 ab, und dann zweitens von der Menge der
 Längensfüsse, die daselbst auf eine Längenru-
 the gerechnet werden.

Die unterschiedenen Längen der Schuhe
 hat man aus der Tafel (§. 14).

In Rücksicht der Menge von Schuhen,
 die an unterschiedenen Orten auf eine Ruthe
 gerechnet werden, kan folgende Tabelle die-
 nen, wo unter den Schuhen die landesübli-
 chen verstanden werden.

Die Anspacher Ruthe hält	12	Fuß.
Baseler	—	16
Berner	—	10
Mark Brandenburg	—	15

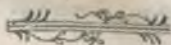
Die



Die Bruchsaler Ruthe hält	16	Fuß.
Calenberger	—	16
Colmarische	—	15
Danziger	—	15
Durlacher	—	16
Engelländische (Rod)	16 $\frac{1}{2}$	
in Cornwall	—	18 = 6 Yards.
Staffordshire	—	24
Erfurdische	—	14
Giesensche	—	16
Hamburger	—	16
Leipziger	—	15 $\frac{1}{2}$
Magdeburger	—	12
Mümpelgard.	—	10
Nürnbergger	—	16
Pariser	—	18
Pfälzische	—	16
Königl. Preussische Kulmische	—	10
West- Preuss. Kulmische	—	10
Oletzkoische	—	10

(Sieben ist zu merken daß die erste Kulmische Ruthe sich auf Füsse beziehet, deren Grösse zum Pariser = 18740: 14400. Die West- Preuss. Kulmische Ruthe auf Füsse deren Grösse zum P. = 18452: 14400. Der Oletzkoische Fuß: P. = 17804: 14400. Die Oletzkoische R. wird bey Vermessung der Königlichen Bauerhufen gebraucht).

Reinländische	—	12
Schafhausen	—	12



Thüringische	—	14
—	auch wohl	16
Weimarische	—	16
Württembergische	—	16

III. Diese Tafel in Verbindung mit der im 14ten §. giebt das absolute Verhältniß der Ruthen gegen einander 3. E.

$$\begin{array}{lcl} \text{Münchener R: Reindländische R} = & & \\ 16. 13467 & : & 12. 13913 (\S. 14.) = \\ 215472 & : & 166956 \end{array}$$

IV. Kleinere Theile als Quadratruthen, sind Quadratschuhe, Quadrat: Zolle u. s. w. nemlich Quadrate deren Seiten 1 Schuh, 1 Zoll u. s. w. lang sind.

Will man die Menge von Quadratschuhern finden, die auf eine Quadratruthe gehen, so darf man nur die Zahlen der Tafel (II.) in sich selbst multipliciren.

$$\begin{array}{l} 3. E. 1. \text{Kal. Qu. R} = 16. 16 = 256 \text{ R. Q. S.} \\ 1. \text{Reinl. Q. R} = 12. 12 = 144 \text{ R. Q. S.} \end{array}$$

Will man das Verhältniß der Quadratruthen an unterschiedenen Orten angeben, so muß man die Glieder welche das Verhältniß der Längentruthen ausdrücken (III.) quadriren. 3. E.

$$\begin{array}{lcl} \text{Münch. Qu. Ruthe: Reindl. Q. R} = & & \\ 16^2. 13467^2 & : & 12^2. 13913^2 \end{array}$$

wel

welches man durch Logarithmen berechnen kan.

V. Weiß man anzugeben, wie viele Quadratruthen und Theile derselben (IV.) in einer vorgegebenen Fläche z. E. eines Feldes enthalten sind, so sagt man, man habe die Fläche ausgemessen, oder ausgerechnet.

VI. Bei den Feldmessen ist es durchgängig eingeführt, daß sie die Landesübliche Ruthe (II.) allemal in 10 gleiche Theile welche alsdann Decimalschuhe heißen, einteilen.

Jeder Decimalschuh wird ferner in 10 Theile, oder Decimalsolle getheilet u. s. w.

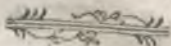
Also hält z. E. die Kalenberger Quadratruthe 256 Kal. Q. Schuh, oder 10. 10 = 100 K. Decimal Quadr. Schuh, woraus die Vergleichung zwischen den Kalenberger 16 Theiligen und Decimalquadratschuhen folgt; nemlich wegen

$$256 \text{ K. Qu. Sch.} = 100 \text{ Kal. Dec. Qu. S.}$$

wird

$$1 \text{ K. Qu. Sch.} = \frac{100}{256} \text{ K. D. Qu. Sch.}$$

Der Kalenberger Längenschuh wird in 12 Solle, der geometrische aber in 10 Theile oder Solle getheilet, also



1 R. Längentr. = 16. 12 Zoll = 10. 10 D. 3.
mithin

1 R. Qu. Zoll = $\frac{10. 10. 10. 10.}{162. 122.}$ R. D. Q. 3.

Das bisherige dienet zu mehrerer Ergänzung dessen was (S. 25.) bereits von der Reduction der Flächenmaasse in einander gesagt worden ist, und es erhellet wie in ähnlichen Fällen der geometrische Quadratschuh, Qu. Zoll u. s. w. mit dem gemeinen Quadratschuh, Qu. Zoll u. s. w. zu vergleichen wäre.

XII. Den Inhalt der Felder, welchen der Geometer allezeit nach Quadratruthen, Schuhen, u. s. w. berechnet, pflegt man im gemeinen Leben, durch Morgen, Jucharte, Hufen, Aecker, Tagwerke wie auch diese Benennungen an unterschiedenen Orten sehn mögen, anzugeben.

Gegenwärtige Tafel stellet sowohl die unterschiedenen Benennungen der im gemeinen Leben eingeführten Feldmaasse, als auch deren Bedeutung und Vergleichung mit den landesüblichen Quadratruthen vor Augen.

Ein Anspacher Morgen hält	360	Qu. Ruth.
Baseler Juchart	—	140 — —
Berner Juchart	—	288 — —
M. Brandenburg. Morgen	—	300 — —
— — — Hufe	—	30 Morgen.
Braunschweig. Morgen	—	120 Qu. Ruth.

Ein

Ein Braunschw. Vorling hält	$\frac{1}{2}$ Morgen.		
Drohne	—	$\frac{1}{2}$	—
Calenberg. Morgen	—	120 Qu. Ruth.	
Colmaris. Feuche, Mannw.	180	—	—
Danziger Morgen	—	300	—
Durlacher Zuchart	} — 160 — —		
Morgen			
Acker			
[Engelländ. Acker (acre) -	160	—	—
(die Längenruthe zu $16\frac{1}{2}$ Schuh)			
Erfurter Morgen	—	168	—
Frantzösisch. kleiner arpent	100	—	—
(die Längenruthe zu 18 Schuhen)			
Mittlerer arpent inlsle deFr.	100	—	—
(die Längenruthe zu 20 Schuhen)			
Grosser arpent	—	100	—
(die Längenruthe zu 22 Schuhen)			
Journal oder Tagwerk			
in Bourdeaux	—	888 Qu. Tois.	
Pougnerée	—	296	—
Septérée	—	800	—
Tagwerk in Lothringen	—	250	—
(die Toise im letzten Fall zu 10 Lothrin-			
gen Fussen welche 8', 9'', 10''' pa-			
riser Maas halten)			
Giesener Wald- und Feld-			
Morgen	—	160 Qu. Ruth.	
Hamburger Morgen	—	600	—
(die Längenruthe daselbst zu 15 Neinl.			
Fussen)			
Oberlausiz. Morgen	—	300	—



Ein Magdeburg. Morgen hält	180 Qu. Ruth.	
(die Längencruth zu 12 Reul. Füssen)		
— — Acker	—	2 Morgen.
— — Hufe	—	15 — —
Meklenburger Acker	—	100 Qu. Ruth.
Nürnberg. Wald- und Feld-		
Morgen oder		
Tagwerk	—	200 Qu. Ruth.
Unterpfalz grosser Morg.	160	— —
kleiner M.	—	120 — —
Pommerischer Morgen	—	440 Reul. Qu.
		Ruthen
Hägerhufe	—	60 Morgen
Land oder Dorf Hufe	30	— —
Hackenhufe	—	15 — —
Priesterhufe	—	20 — —
Trippelhufe	—	45 — —
Preussischer Morgen	—	180 Qu. Ruth.
		Reinländ.
Reinländischer Morgen	—	120 Qu. Ruth.
Wald Morgen	—	160 — —
Zuchart	—	$\frac{1}{2}$ Morgen
(die Wiesen werden nach Thauen gerech-		
net und Eine Thau betragt $\frac{3}{4}$ Morgen)		
Sächsischer Morgen	—	150 Qu. Ruth.
Acker	—	2 Morgen
Hufe	—	12, 20, 24, bis
		30 Acker
1 Mössellandes	—	$7\frac{1}{2}$ Acker
Weimarischer Acker	—	140 Qu. Ruth.

Ein Württemberg. Juchart }
 Tagwerk } - 225 Qu. Ruth.
 Mannw. }
 Morgen — 150 — —

Ausser diesen bestimmten Feldmaassen, giebt es an manchen Orten sehr schwankende und unbestimmte. Solche muß ein Feldmesser wissen, nicht um nach ihnen zu rechnen, sondern das ungereimte davon denen vor Augen zu legen, die etwa viel darauf halten.

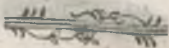
In einigen Gegenden werden solcherge-
 stalt die liegenden Gründe nach Scheffeln
 und Tonnen in der Ausfaat angegeben, wie
 z. E. in Schweden.

An einigen Orten in Sachsen ist ein
 Scheffel Landes, etwa 120 Qu. Ruthen.

Eine halbe Heu heißt in einigen Ge-
 genden z. E. in der Grafschaft Wittenstein
 ein Stück Wiese, welches etwa 3 Centner
 (a 108 lb.) Heu einbringt. Auf guten Wie-
 sen mag dieses beyläufig 40 Quad. Ruthen
 betragen.

Einen Einsatz nennet man in Bayern,
 das was zwei Pferde in einem Tage um-
 ackern können.

Ein Tagewerk was eine Person in ei-
 nem Tage abmähen kan.



Da ein Acker nach Verhältnis seiner Fruchtbarkeit verschiedene Aussaat erfordert, selbst eine Gedraydeart dicker als eine andere gesäet werden muß, da ferner eine Person mehr als eine andere in eben der Zeit abmähen kan, und zwei Pferde nicht immer in einem Tage, nach Verschiedenheit des Bodens gleichviel umackern können, so wird man leicht das schwankende in obigen Feldmaassen wahrnehmen.

An einigen Orten wird eine Striegel, Schmelle, ein solches Stück Landes genannt, welches noch keine Ruthe breit ist. — Die Länge ist gleichgültig.

Eine Sottel hält 2 Striegel der Breite nach, die Länge richtet sich nach der Länge der Striegel.

Eine Dreygerthe ist 3 Striegel breit.

Ein Gelenke 4 Striegel.

Ein Gebreite ist ein Stück Landes, welches mehr als ein Gelenke hält.

In Bayern heist Bisünge die Breite zwischen zween Furchen. 20 Bisünge rechnet man auf einen Einsag.

Lauter unbestimmte Feldmaasse.

Es wäre zu wünschen, daß auch die Verschiedenheit welche oft an einem und denselben

ben Orte, zwischen den Feld: Wald: und Wiesenmorgen statt findet, abgeschafft, und dafür eine Einförmigkeit der Feldmaasse eingeführt würde, wie solches bereits auf das löblichste in den meisten Preussischen Staaten geschehen ist. Wie viele Unordnung in den Lager: Büchern wird nicht durch eine solche Einrichtung vermieden?

Schliesslich will ich noch etwas von der Vergleichung der Feldmaasse beybringen.

§. 271. Aufgabe. Ein gewisses Feldmaass A halte an einem gewissen Orte, M dasige Quadratruthen; die Längenruthe halte an dem Orte, N Füsse, und der dasige Fuß verhalte sich zum Pariser $= p : 1$. Wenn nun in Beziehung auf einen andern Ort a, m, n, π ähnliche Dinge bedeuten, das Verhältnis $A : a$ zu finden.

Aufl. I. An dem ersten Orte ist der Fuß $= p$ Pariser. Fuß.

Also die Ruthe $= N p$ Pariser. Fuß, also

Die Quadr. $R. = N^2 p^2$ Pariser. Q. F. und

$$A = M N^2 p^2 \text{ Pariser. Q. Fuß.}$$

II. Auf eine ähnliche Art ist

$$a = m n^2 \pi^2 \text{ Pariser. Qu. Fuß.}$$

III. Mit:



III. Michin $A: a = M N^2 p^2 : m n^2 \pi^2$ also

$$A = \frac{M N^2 p^2}{m n^2 \pi^2} \cdot a.$$

IV. Frempel. Wie verhält sich der Kalenberger Morgen $= A$ zum Nürnberger Morgen $= a$

Aus den bisherigen Tafeln ist

$$M = 120$$

$$m = 200$$

$$N = 16$$

$$n = 16$$

$$p = 12953 : 14400 \quad (\S. 14.)$$

$$\pi = 13467 : 14400$$

$$\text{Also } a = \frac{200}{120} \cdot \frac{13467^2}{12953^2} \cdot A$$

Welches ich durch Logarithmen auf folgende Art berechne.

$$\begin{array}{l} \log 200 = 2,3010300; \quad \log 120 = 2,0791812 \\ 2. \log 13467 = 8,2585416; \quad 2. \log 12953 = 8,2247406 \end{array}$$

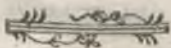
$$\begin{array}{r} \text{Summe} \quad 10,5595716; \quad 10,3039218 \\ \text{abgezogen} \quad 10,3039218 \\ \hline 0,2556498 \end{array}$$

wozu die Zahl 1,801 gehört.

Folglich $a = 1,801 \cdot A$ oder

1000 Nürn. Morgen $= 1801$ Kalenb. Morgen.

V. Auch



V. Auch findet sich nach gehöriger Verwandlung

1 Nürnb. M = 1 Kal. M + 96, 12 R. Q. R.
und 1 Kalenb. M = 111, 04 Nürnb. Du. Ruth.

Und so in andern Fällen.

Die Formel (III.) kan zur Auflösung unterschiedener Fragen dienen, die in der Ausübung vorkommen können — je nachdem man von den in ihr befindlichen Größen eine sucht.

Anmerkung.

Gesetzt man wisse an einem gewissen Orte nicht, wie viel Quadratruthen auf einen Morgen giengen. — Ein gewisser Acker solle aber L Morgen halten. Um die Menge von Quadratruthen die ein Morgen enthält zu finden, bestimme man durch geometrische Messung, den Quadratinhalt des erwähnten Ackers. — Fände man ihn = N Quadratruthen, und setzt X Quadratruthen betragen einen Morgen, so hätte man $L \cdot X = N$; mithin $X = \frac{N}{L}$.



XXVI. Kapitel.

Ausrechnung der Felder.

§. 272. **F**elder, deren Inhalt man bestimmen soll, haben entweder an ihrem Umfange lauter geradlinigte, oder auch krummlinigte Gränzen.

Geradlinigte Felder zu berechnen, hat weiter keine Schwierigkeit, wenn man nur die Fläche eines Dreiecks zu bestimmen weiß, d. h. die Regel kennet, daß, wenn a und b Grundlinie und Höhe eines Dreiecks bedeuten, die Fläche des Dreiecks $= a \cdot \frac{1}{2} b = \frac{1}{2} b \cdot a = \frac{a \cdot b}{2}$ sey — wo denn der Inhalt in solchen Quadraten herauskömmt, dergleichen die Längenmaasse waren, womit man a , und b , gemeinschaftlich ausgemessen hat (§. 270. 1.).

Jedes Vieleck läßt sich nun durch Diagonalen, oder auf welche Art man will, in Dreiecke zerlegen. Die Summe der Flächen aller einzelnen Dreiecke, giebt den Inhalt des Vielecks. — Durch ein Beispiel brauche ich diese ganz bekannte Vorschrift wohl nicht zu erläutern. — Ich will also nur noch folgende Erinnerungen beifügen.

Es

Es ist zwar gleichgültig, welche Seite eines jeden Dreiecks man zur Grundlinie annehmen will. — Indessen wählet man gerne die längste Seite, damit die Höhen der Dreiecke nicht zu groß werden, und man die Grundlinien nicht nöthig hat zu verlängern. Auch ist es bequem, jede Diagonallinie für gemeinschaftlichen Grundlinie, zweyer daran gränzenden Dreiecke anzunehmen. In Bestimmung der Höhen muß man übrigens alle mögliche Genauigkeit beobachten. — Am besten findet man sie, wenn man den einen Zirkelfuß in die Spitze des Dreiecks, welche der Grundlinie gegenüber steht, einsetzet, und den Zirkel so weit eröffnet, daß ein Bogen, den man aus der erwähnten Spitze beschreibt, die Grundlinie berührt. — Als dann ist zwischen beyden Zirkelspitzen so genau als möglich die Höhe des Dreiecks, die man alsdann auf dem verjüngten Maasstabe, womit die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, misset.

Wenn man alle Seiten eines Dreiecks weiß, oder messen will, so braucht man die Höhe desselben nicht zu bestimmen, sondern man findet den Inhalt sogleich aus den 3 Seiten nach folgender Aufgabe.

§. 273. Aufgabe. Aus den drey Seiten $AB = a$, $AC = b$, $BC = c$ eines Dreiecks Fig. XIV. den Inhalt zu finden.

Aufl.



Aufl. I. Man gedente sich die Höhe BD, so ist $BD = a \sin A$ und die Fläche des Dreiecks $= \frac{a b \sin A}{2} = F$

II. Nun ist (Trig. S. VII.)

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos. A = c^2$$

Also $\cos. A = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$; mithin

$$\begin{aligned} 1 + \cos. A &= 1 + \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{(a+b)^2 - c^2}{2ab} \\ &= \frac{(a+b-c)(a+b+c)}{2ab} \end{aligned}$$

III. Ferner

$$1 - \cos. A = \frac{c^2 - (a-b)^2}{2ab} = \frac{(c-a+b)(c+a-b)}{2ab}$$

IV. Und folglich aus (II. III.);

$$(1 + \cos. A) (1 - \cos. A)$$

das will sagen $1 - \cos. A^2$, oder:

$$\sin A^2 = \frac{(a+b+c) \cdot (a+b-c) \cdot (c+b-a) \cdot (c+a-b)}{4a^2b^2} = G.$$

$$\begin{aligned} \sin. A &= \sqrt{G}, \text{ und die Fl. des Dr. } F = \frac{ab \sqrt{G}}{2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c) \cdot (a+b-c) \cdot (c+b-a) \cdot (c+a-b)} \end{aligned}$$

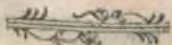
d. h. wenn man $a+b+c = M$

$$a+b-c = N$$

$$c+b-a = O$$

$$c+a-b = P \text{ setzet, so wird}$$

durch



durch Logarithmen, wegen $\log. 4 = \frac{1}{2} \log. 16$
 $\log. F = \frac{1}{2} (\log. M + \log. N + \log. O + \log. P - \log. 16)$

V. Durch Worte diese Regel ausgedrückt, so heißt sie so:

1) Man addire alle drey Seiten des Dreyncks zusammen.

2) Ferner addire man jede zwey Seiten und ziehe von ihrer Summe die dritte ab. — Der gleichen Reste bekommt man drey.

Die Summe der Logarithmen der Grössen (1) und (2), um den Logarithmen der Zahl 16 vermindert, und alles mit 2 dividirt, giebt den Logarithmen von dem Inhalte des Dreyncks.

Verlohnnte sichs aber nicht der Mühe, durch Logarithmen zu rechnen, so multiplicire man die Grössen (1) und (2) in einander, ziehe aus dem Produkte die Quadratwurzel, und dividire sie mit 4, so hat man sogleich des Dreyncks Inhalt.

Ex. Es seyen die drey Seiten $a = 442'$;
 $b = 418'$; $c = 353'$; so wird $M = 1213$;
 $N = 507$; $O = 329$; $P = 377$;



$$\log. M = 3,0838608$$

$$\log. N = 2,7050080$$

$$\log. O = 2,5171959$$

$$\log. P = 2,5763413$$

$$10,8824060$$

$$1,2041200$$

$$9,6782860$$

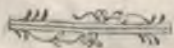
halbirt

$$4,8391430$$

Hierzu gehört die Zahl 69047. Also die Fläche des Dreyecks = 690 Qu. Ruthen 47 Q. Schuh. oder den Morgen zu 200 Qu. R. gerechnet 3 M. 90 Qu. R. 47 Qu. S.

Anmerkung.

§. 274. Diese Aufgabe habe ich hier benutz gebracht, weil ein Feldmesser Gebrauch davon machen kan, wenn er z. E. sogleich auf dem Felde, eines Dreyecks Inhalt aus den drey gemessenen Seiten bestimmen will; ohne nöthig zu haben, es besonders auf dem Papiere vorher zu entwerfen, und dessen Inhalt nach der gewöhnlichen Regel zu berechnen. — Zugleich hat dieses Verfahren den Vortheil, daß man den Fehlern ausbeugt, welche sowohl beim Auftragen eines Dreyecks, als auch in der Bestimmung der Höhe desselben, unvermeidlich wären, weil man die Seiten gleich unmittelbar, wie sie auf dem Felde dem



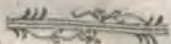
mit der Meßkette gemessen worden, brauchen kan, und zur Berechnung des Inhalts, nicht nöthig hat, vorher die Höhe des Dreyecks zu bestimmen.

Freylich ist die Bestimmung des Inhalts aus den drey Seiten etwas beschwerlicher, als die gewöhnliche Regel, aber man erhält den Inhalt genauer.

Auf diese Art kan man die Fläche einer ganzen Figur berechnen, wenn man alle Seiten und Diagonalen weiß, ohne daß man die Figur vorher aufs Papier tragen, und die Höhen der Dreyecke, in die man sie zerlegen würde, bestimmen darf. Denn wenn alle Seiten und die aus einem gewissen Punkt ausgehenden Diagonalen der Figur bekannt sind, so weiß man auch die drey Seiten eines jeden Dreyecks, in welche die Figur durch diese Diagonalen zerlegt würde.

§. 275. Wenn in obiger Formel (§. 273. IV), alle drey Seiten des Dreyecks einander gleich sind, also $a=b=c$, so wird des gleichseitigen Dreyecks Inhalt $= \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{a^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$

Für ein gleichschenkliches Dreyeck, wo $a=b$ wird der Inhalt $= \frac{1}{4} c \cdot \sqrt{(2a+c)(2a-c)}$.



§. 276. Aufgabe. Die Fläche eines Trapezii ABCD (Fig. XV.) zu finden, wo AB mit CD parallel, AC und BD aber jede Lage haben können.

Aufl. Man ziehe AD und nehme AB, CD, für die Grundlinien der beiden Dreiecke ACD, ABD an, so ist das Perpendikel AE, die gemeinschaftliche Höhe derselben, mithin die Fläche des Trapezii =

$$CD \cdot \frac{1}{2} AE + AB \cdot \frac{1}{2} AE = (AB + CD) \frac{1}{2} AE.$$

d. h. Die Summe der beiden gegenüberstehenden Parallelen AB, und CD, mit ihrem halben Abstand AE multiplicirt.

§. 277. Zus. I. Es seyen in dem Vielecke (Fig. XVI. Tab. III.) die Linien AB, CD, EF, GH u. s. w. insgesamt mit einander parallel so daß das ganze Vieleck, in lauter Trapezien wie (§. 276.) getheilt ist. —

Man nenne nach der Ordnung; $AB = A$, $CD = B$, $EF = C$, $GH = D$ u. s. w. und a f stehe auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht, und schneide sie bey b, c, d u. s. w. Man nenne nach der Ordnung $ab = b$, $ac = c$, $ad = d$ u. s. w. so wird des ganzen Vielecks Inhalt, aus der Summe aller Trapezien $R =$

$$(A+B)b + (B+C)(c-b) + (C+D)(d-c) \text{ etc.} + (E+F)(f-e)$$

Es sind nemlich nach der Ordnung die die Werthe, $b; c - b; d - c; u. s. w.$ die Höhen der einzelnen Trapezien.

Es wird immer besser seyn, die Höhen dieser Trapezien, auf diese Art durch den Abzug jeder zwei nächst aufeinander folgenden von a angerechneten Perpendiculairlinien zu finden, als sie stückweise in der Figur von a nach b , von b nach c und so weiter zu messen. Denn da bey einer jeden solchen Messung ein kleiner Fehler begangen werden kan, so könnte es geschehen, daß nachher die Summe aller Höhen $ab + bc + cd u. s. w.$ nicht mit der ganzen Höhe af übereinstimme.

§. 278. Zus. II. Man kann den §. 277. angegebenen Ausdruck für die Fläche des Vielecks noch auf folgende Art verändern. — Weil

$$\begin{aligned} (A+B) \cdot b &= Ab + Bb \\ (B+C)(c-b) &= Bc + Cc - Bb - Cb \\ (C+D)(d-c) &= Cd + Dd - Cc - Dc \\ &u. s. w. \end{aligned}$$

so wird nach gehöriger Rechnung auch

$$R = \frac{(A-C)b + (B-D)c + (C-E)d + u. s. w. + (F+F)f}{2}$$

d. h. Man subtrahire von der ersten Parallele, die 3te, von der zwoten die 4te, von der dritten die 5te u. s. w. so viel als dergleichen Reste zu machen sind.

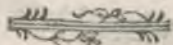


Den ersten Rest, multiplicire man in den Abstand der ersten und zwoten Parallele, den zweyten Rest in den Abstand der ersten und dritten Parallele u. s. w. Zur Summe aller dieser Produkte addire man endlich ein Produkt aus der Summe der beyden letzten Parallelen, in den Abstand der letzten Parallele von der ersten, halbire alles, so hat man des Vielecks Inhalt.

Diese Vorschrift ist etwas bequemer als die Formel §. 277. weil man sogleich die Perpendikel b, c, d u. s. w. selbst zur Rechnung gebrauchen kan, ohne sie erst wie in §. 277. erfordert wurde, von einander abzuziehen, oder die Reste $c - b, d - c$ u. s. w. zu berechnen.

Auch fügt es sich unterweilen, daß in gegenwärtiger Formel, Reste $A - C; B - D$ u. s. w. $= 0$ werden, wodurch also die zugehörigen Produkte $(A - C)b$ u. s. w. selbst $= 0$ werden, und der Ausdruck noch einfacher wird, welches hingegen sich bey der Formel §. 277. niemals craugnen kan

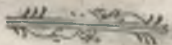
§. 279. Zus. III. Wenn in Fig. XVI. die beyden Punkte A und B in einen a zusammen fallen, und man also statt des Trapezi ABCD, ein Dreieck CaD hat, so ist $A = 0$ Eben so könnte $F = 0$ seyn, wenn sich das letzte



lehte Trapezium ILKM in ein Dreieck verwandelte.

Anmerkung.

§. 280. Die bisherige Aufgabe mit ihren Zusätzen, dient nun überhaupt, die Fläche einer Figur, auf eine leichtere Art zu berechnen, als es durch Zerlegung in Dreiecke geschehen würde. — Denn die Zerlegung in Dreiecke, und Bestimmung der Höhe eines jeden Dreiecks ist mühsamer, als wenn man gerade hin, auf alle Parallelen wie (Fig. XVI.) ein gemeinschaftliches Perpendikel auf zieht, und den Inhalt nach den Formeln §. 276. u. s. berechnet. Es sey also eine geradlinigte Figur wie (Fig. XVII.) vorgegeben, und ihr Inhalt zu bestimmen. Man ziehe durch die bey A zunächstliegenden Winkelpunkte B und C eine gerade Linie, und nun mittelst eines Lineals und rechtwinklichten hölzernen Dreiecks, durch alle übrigen Winkelpunkte D, G u. s. w. Parallelen mit BC, nemlich Bb, Dd, Fd u. s. w. Durch den obersten und untersten Punkt A und H, auch mit BC die Parallelen Aa, He; Auf Aa nehme man wie man es zum bequemsten findet einen Punkt a an, und fälle auf alle Parallelen, das gemeinschaftliche Perpendikel ae, so sind die Entfernungen ab, ac, ad, ae die Werthe von den Grössen b, c, d u. s. w.



in den Formeln §. 277. u. f. Die Parallelen BC, DE, FG die Werthe von B, C, D, u. f. w. Wegen der beyden Dreyecke BAC, HFG sehe man §. 279. So würde also hier des Vielecks Inhalt

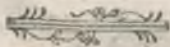
$$\begin{aligned}
 &= \frac{(o-C)b + (B-D)c + (C-o)d + (o+D)e}{2} \\
 &= \frac{-Cb + (B-D)c + Cd + De}{2} \\
 &= \frac{(B-D)c + C(d-b) + De}{2}
 \end{aligned}$$

und so in andern Fällen.

Daß übrigens beim Gebrauch der Trapezien, niemals mehr Trapezien als Dreyecke, in die man die Figur durch Diagonalen zerlegte, zum Vorschein kommen, wird nach einer kleinen Ueberlegung von selbst erhellen.

§. 281. Aufgabe. Die Fläche einer krummlinigten Figur zu bestimmen.

Aufl. I. Wenn eine Figur von einer solchen krummen Linie begrenzt wird, deren Punkte insgesamt von einem gewissen gemeinschaftlichen Gesetze abhängen, (oder wie man sich in der höhern Geometrie ausdrückt) durch eine algebraische Gleichung bestimmt wor-



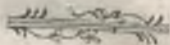
worden sind, so kan der Inhalt einer solchen Figur durch die gemeine oder höhere Geometrie vollkommen genau, oder wenigstens so genau bestimmt werden, daß der Fehler für nichts zu achten ist.

So lehrt z. E. die gemeine Geometrie die Fläche eines Kreises, oder Stücken eines Kreises so genau als man will zu finden.

In der höhern Geometrie wird die Fläche der Parabel, Ellipse und anderer krummen Linien, die nach einem gewissen Gesetze verzeichnet werden, bestimmt.

Es würde wieder meine Absicht seyn, hier solche krumme Linien, die eigentlich in die höhere Geometrie gehören, zu betrachten, und deren Flächen oder Quadraturen zu untersuchen. — Ich verweise also meine Leser auf solche Schriften, wo man dergleichen Dinge umständlich ausgeführt findet. Z. E. Auf Herrn J. Kästners Anal. des Unendlichen u. a.

II. Näher und umständlicher haben wir hingegen solche Figuren in Erwägung zu ziehen, deren Umfang nicht nach einem gewissen Gesetze verzeichnet worden ist, sondern welche durch solche krumme Linien begränzt werden, deren Hauptkrümmen und Wendun-



gen nur durch einige Abscissen und Ordinateen, die übrigen Punkte aber nach dem Ausmaasse angegeben, und zusammengehängt worden sind — wie das der gewöhnliche Fall bey dem Feldmessen ist.

III. Weil hier das Gesetz nicht gegeben ist, nach welchem die Ordinateen von den Abscissen abhängen, so kan auch die Quadratur, oder die Fläche einer solchen krummen Linie, nicht nach der in der höhern Geometrie gewöhnlichen Art, durch die Integralrechnung gefunden werden, sondern man muß hier auf folgende Art verfahren.

Es sey z. E. die krummlinigte Figur (Fig. XVIII.) vorgegeben. Man nehme auf den Gränzen der Figur Punkte, wie C, E, G u. s. w. so nahe beysammen, daß die Stücken AC, CE, EG, u. s. w. ohne merklichen Irrthum als gerade angesehen werden können; durch diese Punkte C, E u. s. w. gedente man sich durch die krummlinigte Figur lauter Parallelen gezogen, so wird es erlaubt seyn, die Vierecke wie BCDE, DEFG u. s. w. als lauter geradlinigte Trapezen zu betrachten; BAC könnte man als ein Dreieck ansehen u. s. w.

Die Summe aller dieser Trapezen könnte man nach (§. 277.) ausrechnen, und so bekä-

bekäme man ohne merklichen Fehler, die Fläche der krummlinigten Figur.

Es stehe also $A g$ auf allen Parallelen gemeinschaftlich senkrecht. — Man messe nach der Ordnung die Perpendikularhöhen $A a$, $A b$ u. s. w. und die Parallelen $B C$, $D E$ u. s. w. so hat man die Werthe von b , c , d u. s. w. A , B , C u. s. w. die in der Formel (§. 277.) gebraucht werden. Wenn man $B A C$ als ein Dreieck ansehen dürfte, so wäre $A = 0$ (§. 279).

Ich will zur Erläuterung der Formel (§. 277.) und um die Art ihrer Berechnung zu zeigen, ein Beispiel beybringen.

Gesetzt man habe gefunden :

I.	II.	III.	IV.	V.
A = 15'		so ist	mithin	+
B = 50	b = 78	A - C = - 70	(A - C) · b =	5460
C = 85	c = 100	B - D = - 44	(B - D) · c =	4400
D = 94	d = 176	C - E = + 10	(C - E) · d =	1760
E = 75	e = 260	D + E = + 169	(D + E) · e =	43940
				9860
				45700
				9860

Also das Post. und Neg. zusammen gerechnet

$\frac{1}{2}$ Summe ober Inhalt der Figur = $\frac{35840}{2}$ Qu. Schuh.

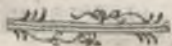
= 17920 Qu. Schuh.

= 179 Q. M. 20 Q. Sch.

oder den Morgen zu 200 Qu. M. = $\frac{1}{2}$ m + 79 Q. M. + 20 Q. Sch.

= $\frac{1}{2}$ m + 29 Q. M. + 20 Q. Sch.





Wenn man auf diese Art in jedem Falle die Data in Columnen, wie I, II, III, IV, V, ordnet, so übersieht man das Ganze besser.

Anmerkung.

§. 282. I. Das bisherige setzt nicht zum Voraus, daß eine Figur auf dem Felde, deren Inhalt man wissen will, vorher auf dem Papiere entworfen seyn muß. — Man könnte, besonders wenn die Figur nicht gar zu groß ist, gleich unmittelbar auf dem Felde, die Parallelen, und die auf sie fallenden Perpendiculairhöhen messen.

Man stecke innerhalb der Figur eine gerade Linie $A g$ (Fig. XVIII.) ab, und spanne längst $A g$ die Meßkette an. — Man lasse ein Paar Gehülfsen, einen längst der krummen Linie ABH , und einen längst ACI mit Zeichenstäbchen und Meßfahnen fortgehen.

Nachdem der erste z. E. nach B hingekommen ist, und daselbst bemerkt, daß das Stück AB ohne merklichen Fehler für eine gerade Linie gelten kan, so lege man an die längst $A g$ angespannte Kette, einen hölzernen Winkelhacken, dessen Schenkel ohngefähr 4 Fuß lang sind, dergestalt, daß der eine Schenkel des Winkelhackens nemlich $a m$, aufs genaueste nach der bey B aufgerichteten Fahne,
hin



hinzielet, und der andere genau an A g
anliegt.

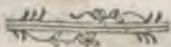
So hat man auf der Kette die Abscisse
Aa, für den Punkt B — die man ins Ma-
nual einträgt.

Mit B und a lasse man bey C ein Zei-
chenstäbchen in gerader Linie einsetzen, und
bezeichne die bey B und C eingesteckten Stäb-
gen gemeinschaftlich mit Nro 1, um anzu-
deuten daß B C die erste abgesteckte Parallele
ist. In dem Manuale wird auch bey die zu-
gehörige Abscisse Aa einstweilen Nro 1. ge-
schrieben.

Auf eben die Art bestimme man die zwo-
te Parallele D E, indem man ihre Richtung
vermitteltst des oberrwähnten Winkelhackens
angiebt. — Man messe die zugehörige Ab-
scisse Ab, trage sie ins Manual und setze
Nro 2. dabey. — Bey D und E lasse man
Zeichenstäbchen mit Nro 2. zurück. Auf die-
se Art bestimmt man nach der Ordnung auf
der Kette die Abscissen Aa, Ab, Ac u. s. w.

Wenn man mit allen Abscissen fertig ist,
so schreite man an die Messung der Paral-
lelen.

Weil nemlich bey B und C, bey D und E
u. s. w. Zeichenstäbchen mit Nummern zurück-
gelassen worden sind, so kan man nun nach
der



der Ordnung B C von Nro 1. nach Nro 1, DE von Nro 2. nach Nro 2. u. s. w. messen, und erhält demnach solchergestalt alle Größen die zur Berechnung des Inhalts der Figur nöthig sind, ohne die Figur selbst auf dem Papiere zu entwerfen.

Die Umstände müssen es nun ergeben, ob es bequemer ist, die ganze Figur erst zu Papiere zu bringen, oder die zur Berechnung des Inhalts nöthigen Linien, sogleich unmittelbar auf dem Felde zu messen.

In dem Falle, wenn die Krümmungen nicht gar zu groß sind, auch die Figur selbst nicht sehr groß ist, und ohne merklichen Fehler in einer Ebene liegt, kan das erwähnte Verfahren brauchbar seyn; Außerdem aber, mögte es immer bequemer seyn, die Figur lieber erst ordentlich nach den gewöhnlichen Methoden, auf den Meßstich zu bringen.

§. 283. Aufgabe. Die Fläche einer krummlinigten Figur noch auf eine leichtere Art zu berechnen.

Aufl. I. Man ziehe innerhalb der Figur (Fig. XIX.) eine gerade Linie AB, und trage von A nach B so viel gleiche Theile als angehet. — Man nehme aber, in dem Falle die Figur starke Krümmungen hat, diese Theile



Theile nicht zu groß, dergestalt, daß die durch die Theilpunkte a, b, c u. s. w. gezogenen Parallelen $M\mu, Rr$ u. s. w. Stücke der krummen Linie, nemlich $MR, \mu r$ u. s. w. zwischen sich enthalten, die man ohne merklichen Irrthum für gerade Linien annehmen darf.

II. Es ist klar, je weniger Krümmung die Bogen $MR SN, \mu r sn$ haben, je größer kan man die gleichen Theile auf AB nehmen.

III. Man nenne die Parallelen nach der Ordnung $M\mu = A; Rr = B$ u. s. w. $N'n' = W$ $Nn = X$. — Sie stehen gemeinschaftlich auf AB senkrecht.

$a f$ heisse $= x$, und von a nach gehen n gleiche Theile, so ist $ab = bc = cd$ u. s. w.

$$= \frac{x}{n}.$$

IV. Mithin die Summe aller zwischen $M\mu$ und Nn enthaltenen Trapezien =

$$\frac{(A+B)}{2} \cdot \frac{x}{n} + \frac{(B+C)}{2} \cdot \frac{x}{n} \text{ u. s. w. } + \frac{(W+X)}{2} \cdot \frac{x}{n} =$$

$$\left(\frac{1}{2} (A+X) + B + C \text{ u. s. w. } + W \right) \frac{x}{n}$$

d. h. zur halben Summe der ersten und letzten Parallele $M\mu$ und Nn , addire man die
 Summe

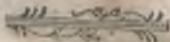
Summe aller mittlern, und multiplicire alles mit $\frac{x}{n}$, so hat man das zwischen Mm und Nn enthaltene Stück Fläche.

V. Die beyden übrigen Stückgen MAm, NBn rechne man noch besonders aus, um die ganze Fläche MAnBNA zu erhalten.

VI. Es ist nemlich klar, daß, wenn man längst AB lauter gleiche Theile nimmt, am Ende ein Stückgen, wie fB, übrig bleiben kan, welches $< ab$ oder $< \frac{x}{n}$ ausfällt, wo man also das zugehörige Dreheck NBn, oder Trapezium besonders ausrechnen muß.

VII. Die Krümmungen längst MAn, NBn, könnten so beschaffen seyn, daß man die Flächen MAm, NBn, nicht einmal als Drehecke oder Trapezien behandeln dürfte — In dem Falle könnte man diese Stücke wieder in kleinere Trapezia zerlegen, indem man mit AB Parallelen zöge. Oft kan man aber auch ihre Fläche, wenn sie nicht viel betragen sollte, nur nach dem Augenmaasse schätzen.

VIII. Es wird sich übriges leicht aus der Gestalt der krummlinigten Figur beurtheilen lassen, wie man die Parallelen am
Dritter Theil. 2 besten



besten auszuwählen hat, daß sie erstlich nicht gar zu nahe neben einander gezogen zu werden brauchen, und man folglich, ohne Nachtheil des Inhalts, nicht gar zu viele Parallelen messen darf, zweitens daß am Ende der Parallelen, bey $M\mu$, Nn nicht gar zu unregelmäßige Stücke $AM\mu$, NBn übrig bleiben. So z. E. könnte es geschehen, daß wenn man statt der Parallelen $M\mu$, Rr u. s. w. durch die Figur Linien mit AB , oder mit einer andern Richtung parallel zöge, man die Figur in weniger Trapezien zerlegte, und also den Inhalt leichter fände, als vermittelt der zuerst angenommenen Parallelen $M\mu$, Rr u. s. w. Die schicklichste Auswahl der zu ziehenden Parallelen wird sich in jedem Falle leicht von selbst ergeben.

Bequemlichkeiten, wenn die Parallelen in gleicher Weite von einander abstehen.

§. 284. Wenn man die Formel (§. 283. IV.) mit denen im 277ten und 278ten vergleicht, so wird man leicht bemerken, daß bey der §. 283. IV. theils weniger Linien in der Figur zu messen vorkommen, indem man nicht solche Größen wie a , b , c , u. s. w. (§. 277. §. 278.) besonders zu messen nöthig hat, theils auch die Berechnung so viel einzelner Pro-

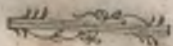
Produkte, aus dergleichen die dasigen Formeln bestehen, erspart wird. — Vortheile, die man bey der Berechnung vieler einzelnen Stücke einer Feldmark, bald empfinden wird.

Anmerkungen.

§. 285. I. Man sieht leicht, daß es nicht nöthig ist, die Parallelen ganz auszuziehen. — Um ihre Längen zu bestimmen, darf man nur an dem Umkreise der Figur, die Punkte M, m, R, r , u. s. w. mit einer Zirkelspitze ansetzen. — Auch die auf den Parallelen senkrecht stehende AB , braucht nicht innerhalb der Figur gezogen zu werden — und solchergestalt wird ein Riß mit gar keinen Linien verunziert, die zur Berechnung seiner Fläche nöthig sind.

II. Am allerbequemsten könnte man aber, die Ausmessung und Ziehung der Parallelen durch Hilfe eines Linials und rechtwinklichten Dreiecks bewerkstelligen, worauf man Theile des verjüngten Maasstabes, nach welchem die Figur ausgerechnet werden sollte, getragen hätte.

Es sey LU ein Linial, längst dessen Schärfe man eine gewisse Anzahl gleicher Theile, in der festgesetzten Weite der Parallelen von einander, verzeichnet, und an die



Theilpunkte nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3, u. s. w. geschrieben habe.

QVT ein rechtwinklichtes hölzernes Dreieck, auf dessen Katheten QV, Theile des verjüngten Maasstabes, z. E. Ruthen verzeichnet sind.

So ist klar, daß, wenn man QV durch einen gewissen Theilpunkt des Linials z. E. durch 2 gehen läßt, man auf QV sogleich die Länge der Parallele Rr angezeigt findet.

Auf diese Art schiebt man nach und nach das Dreieck an jeden Theilpunkt des Linials, und bestimmt sowohl die Lage der Parallelen, als auch ihre Länge, ohne daß man sie besonders zu ziehen, und mit dem Zirkel auf einen verjüngten Maasstab zu tragen hätte.

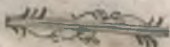
Die Schuhe auf QV schätzt man nach dem Augenmaße. Auch müssen etwa von 5 zu 5 Ruthen auf QV Merkmaale zu besserer Zählung der Ruthen, verzeichnet seyn.

Begreiflich darf das Linial LU während man die Parallelen nach der Ordnung auf QV mißt, nicht verrückt werden. Deswegen kan man das Linial mit einem Brette y versehen, worauf man ein Gewicht setzt, um es so lange bis alle Parallelen gemessen sind, fest in seiner Lage zu erhalten.

III. Ich denke bequemer als durch das Verfahren (II.) in Verbindung mit der Formel (§. 283. IV.) läßt sich wohl im allgemeinen keiner krummlinigten Figur Inhalt bestimmen.

IV. Bey den Formeln (§. 277. 278.) wurden die Parallelen, nach Verhältnis der verschiedenen Krümmungen am Umfange der Figur, bald näher, bald weiter von einander gezogen. Dadurch könnte es nun geschehen, daß man dort oft weniger Parallelen erhielt, und messen dürfte, als hier §. 283, wo die Parallelen, die Krümmung am Umfange der Figur mag mehr oder weniger beträchtlich seyn, durchaus in gleicher Weite von einander abstehen; Allein man muß auch dagegen bedenken, daß man dort wegen des verschiedenen Abstandes der Parallelen die Werthe von a, b, c , u. s. w. besonders messen muß, hier aber (§. 283. IV.) nur die einzige Weite der beyden äußersten Parallelen nemlich x zu messen braucht, zu geschweigen, daß die Formel (§. 283. IV. auch sehr viel einfacher und zur Berechnung bequemer ist. als die §. 277. oder 278.

V. Verschiedene andere Formeln für die Berechnung der Fläche krummlinigter Figuren, lehrt Herr Lambert (Beyträge zur Mathematik IIth.). Aber ich finde sie insge-



samt zur Ausübung nicht so bequem und so leicht zu übersehen, als die §. 283. — Deswegen werde ich hier weiter nichts davon beibringen.

§. 286. Aufgabe. Die Formel §. 283. IV. zur Ausübung und Berechnung noch bequemer einzurichten.

Aufl. I. Man setze auf dem Schenkel QV des rechtwinklichten Dreiecks VQT (Fig. XIX.) seyen einzelne Ruthen des verjüngten Maasstabes verzeichnet. — Die Schritte u. s. w. drücke man durch Decimals theile von Ruthen aus.

II. Auf dem Liniale LU nehme man die gleichen Theile, auch eine Ruthe groß, so daß die Parallelen überall eine Ruthe von einander abstehen, wie solches in sehr vielen Fällen zureichend seyn kan, so wird in §. 283. IV; $\frac{x}{n} = 1$, und die Fläche der Figur geradehin =

$\frac{1}{2} (A + X) + B + C + D$ u. s. w. + W
nemlich in Quadratruthen.

Bei dieser Einrichtung drückt also die bloße Summe der Parallelen den Flächenraum in Quadratruthen aus.

Es sey z. E. $A = 2^{\circ}.4'.4'' = 2,44$ Ruthen.

$$H = 3.2.0 = 3,20$$

$$\frac{1}{2}(A+H) = 2,82$$

Ferner $B = 4.2.1 = 4,21$

$$C = 6.8.2 = 6,82$$

$$D = 7.4.0 = 7,40$$

$$E = 8.2.1 = 8,21$$

$$F = 5.0.0 = 5,00$$

$$G = 4.0.2 = 4,02$$

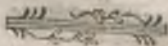
Also die Fläche der Figur $= 38,48$ Quadratruthen.

Leichter kan man die Berechnung des Flächeninhalts nicht verlangen.

III. Nähme man die Parallelen überall 2 Ruthen von einander, so wäre $\frac{x}{n} = 2$;

Für 3 Ruthen Abstand $\frac{x}{n} = 3$ u. s. w. Für alle diese Fälle, von denen man nun nach Verhältnis der Umstände (§. 283. II.) einen wählen kan, ist also immer die Berechnung der Fläche noch sehr leicht. So wäre z. E. für $\frac{x}{n} = 2$ Ruthen, und die Grössen A, B, C u. s. w. wie vorher (II).

Die Fläche $= 38,48 \cdot 2 = 76,96$ Quadratruthen.



Ein Verfahren, die Fläche einer Figur
durch Hülfe eines Netzes zu
bestimmen.

§. 287. I. Ein viereckiger Rahmen sey durch zarte ausgespannte Fäden, in lauter Quadrate, deren jedes 3. E. 100 Quadratruthen des verjüngten Maasstabes enthält, eingetheilt. — Diesen Rahmen lege man über die Figur deren Inhalt man wissen will, so daß die Fäden genau auf dem Papiere liegen, und zähle, wie viel von den erwähnten Quadraten ganz in die Figur fallen.

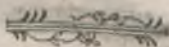
II. In diejenigen Quadrate, durch welche der Umfang der Figur durchgeht, werden Stücke der Figur fallen, die kleiner als ein solches Quadrat also kleiner als 100 Quadratruthen sind. Ein solches Stück heiße A — Um dessen Fläche zu finden, lege man auf das Fadenquadrat, in welches A fällt, ein auf Glas gezeichnetes eben so grosses, aber in die einzelnen 100 Quadratruthen getheiltes Quadrat, so daß der Umfang des Quadrats auf dem Glase, das erstere Fadenquadrat genau deckt, zähle nun die auf A gehenden einzelnen Quadratruthen, und schätze Theile von Quadratruthen nach dem Augenmaasse. So würde man nach Addition aller Fadenquadrate, jedes zu 100 Quadratruthen gerechnet, und aller einzelnen Quadrat:

deatruthen, nebst den geschägten Theilen von Qu. Ruthen, den Inhalt der Figur, ohne weitere Rechnung gefunden haben.

Es ist klar, daß man oft, wenn die Figur nicht groß ist, nur das zweite Quadrat auf dem Glase nöthig haben wird.

III. Das eben gewiesene Verfahren wird von einigen Feldmessern empfohlen. — Ich habe die Mühe darauf gewandt, beide Wege (I. II.) auf Glas zu verzeichnen, aber sie wurde durch die scheinbare Bequemlichkeit, den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden, nicht belohnt — denn das Abzählen der Quadrate, die Schätzung derselben u. s. w. erforderte wohl noch einmal so viel Zeit, als die Rechnung nach den vorhergehenden Methoden. Die Genauigkeit selbst in Absicht der Schätzung kleinerer Theile als Quadratruthen, fand ich wegen der Menge solcher Theilchen und der sich dadurch häufenden Fehler, immer sehr mittelmäßig, ob gleich mein Augenmaas keines der schlechtesten ist, und die Linien sehr zart nach (§. 176. VII.) aufs Glas gerissen waren.

IV. Will man ein solches Netz, zur Ausrechnung der Figuren, die nach unterschiedenen verjüngten Maasstäben gezeichnet sind, gebrauchen, so wird man doch nicht aller Rechnung



nung überhoben seyn, sondern wenn man setzt, das Neß sey für Ruthen eines verjüngten Maasstabes, die $= b$ sind, gefertigt worden, so wird die vermittelst dieses Neßes gefundene Fläche F eines Risses, auf dessen verjüngten Maasstabe die Ruthen $= a$ wären, noch mit der Grösse $\frac{b^2}{a^2}$ multipliciret werden müssen, um die wahre Fläche zu finden.

Oder man müste für jeden besondern verjüngten Maasstab, ein Neß verfertigen, und das wäre doch wohl noch weitläufiger.

Noch andere Unbequemlichkeiten beim Gebrauch der Neße, werden wohl keinen Zweifel überlassen, daß die unmittelbare Berechnung nach den Formeln in den 277, 278, 283 §§. immer vorzuziehen ist.

Noch ein Verfahren den Inhalt einer Figur ohne Rechnung zu finden.

§. 288. Man verzeichne auf derselben Gattung des Papiere, worauf die Figur entworfen ist, ein Quadrat z. E. von zehn oder mehreren Quadratruthen, schneide dieses Quadrat aus, und wiege es auf einer genauen Waage. — Nun kopiere man die auszurechnende Figur auf eben solches Papier, schnei-

de sie auch aus, und wiege sie. Und schliesse nun nach der Regel detri, wie sich verhält das Gewicht des erwähnten Quadrats, zu seiner Fläche, so das Gewicht der Figur, zu ihrem Inhalt.

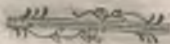
Eine Regel für Stümper im Feldmesser! Sollte sie wohl jemand im Ernste für brauchbar halten?

Korrektion einzelner Stücke einer Feldmark, wenn ihre Summe vollkommen genau mit den ganzen Stück, das sie betragen, übereinstimmen soll.

§. 289. I. Ein Stück Feld bestehe aus unterschiedenen einzelnen Aeckern u. dgl. A, B, C, D, E (Fig. XX.) Gesezt, jedes einzelne Stück sey nach den vorhergehenden Methoden ausgerechnet worden.

Da nun nicht zu erwarten ist, daß nicht bey jedem solchen Stücke ein kleiner Fehler vorgefallen seyn könnte, durch deren Anhäufung, auf das Ganze eine schon beträchtliche Unrichtigkeit käme, dergestalt, daß die Summe $A+B+C+D+E$, von dem ganzen Stück $\alpha\beta\gamma\delta$, wenn man es nicht Theilweise, sondern unmittelbar berechnete, wohl um mehrere Quadratruthen abweiche, so wird man

aus



aus dem bekannten Inhalte des Ganzen, den einzelnen Theilen eine Correction geben müssen, wodurch ihre Summe mit dem Ganzen übereinstimmend, und Unerfahrenen die Gelegenheit benommen werde, den Feldmesser einer Nachlässigkeit zu beschuldigen.

Es sey also z. E. gefunden worden

$$A = 205 \text{ Qu. R.}$$

$$B = 512$$

$$C = 480$$

$$D = 300$$

$$E = 120$$

so wäre $A+B+C = 1617$ Quadr. Ruthen.

Gesetzt nun, man fände den Inhalt des ganzen Feldes $\alpha\beta\delta\gamma$, nicht theilweise, sondern unmittelbar als ein einziges Stück berechnet $= 1640$ Quadr. Ruthen, also obigen theilweise gefundenen Inhalt 1617 Qu. R. um 23 Quadr. Ruthen zu klein, welches von den Fehlern herrühren könnte, die in der Berechnung der einzelnen Stücke A, B, C u. s. w. unvermeidlich begangen worden wären. Diesen Fehler, kan man nun in die einzelnen Stücke A, B , u. s. w. auf folgende Art vertheilen.

Man schliese wie der fehlerhafte Inhalt 1617 , zum wahren 1640 , so das fehlerhafte

$$A =$$

$A = 205$ zum wahren A ; so wird das corrigirte $A = \frac{1640 \cdot 205}{1617}$ und eben so

$$B = \frac{1640 \cdot 512}{1617}$$

u. f. w.

wo man also zum beständigen Logarithmen von $\frac{1640}{1617}$ die Logarithmen von 205; 512;

u. f. w. nach der Ordnung addiret und findet das corrig. $A = 207,9156$ Qu. R.

$$B = 519,2821$$

$$C = 486,8268$$

$$D = 304,2669$$

$$E = 121,7067$$

Die Summe $= 1639,99..$ also bennehe 1640 Q. R. wo der geringe Unterschied nur von Decimalstellen herrühret, die nicht in völliger Schärfe berechnet worden sind.

Man kan vielleicht noch bequemer ohne Logarithmen auf folgende Art rechnen:

Man schliese $1617 : 100 = 23 : x$.

Also 100 Q. Ruth. erfordern eine Korrektion

von $x = 1,4223$;

mithin 10 — — — von $y = 0,1422$;

und 1 — — — von $z = 0,0142$.

Hier

Hieraus findet sich die Verbesserung von A oder von 205 Qu. R. $= 2 \cdot x + 0 \cdot y + 5 z = 2,9156$ Qu. R., die von B oder von 512 Qu. R. $= 5 \cdot x + 1 \cdot y + 2 z = 7,2821$ Q. R. u. s. w.

Also das wahre A $= 205 + 2,9156 = 207,9156$ u. s. w.

Diese Berechnungsart kan auch in ähnlichen Fällen brauchbar seyn.

Anmerkung.

§. 290. Bey der Berechnung einzelner Stücke einer Geldmark kan man auch so verfahren.

I. Man berechne erst A.

II. Nun unmittelbar beyde Stücke A und B zusammen genommen, als wenn nemlich A und B nur ein einziges Stück ausmachten.

III. Nun ferner die Fläche aller 3 Stücke A, B, C, zusammen u. s. w.

Von II. ziehe man I. ab, so hat man B.

Von III. ziehe man II. ab, so findet sich C. u. s. w.

IV. Man kan hier nemlich so verfahren, wie man einzelne Stücke einer eingetheilten Linie

Linie a. b. (Fig. XX.) finden würde, indem man nemlich nach der Ordnung ac, ad, ae u. s. w. mässe, und nun um cd zu finden, von ad, ac abzöge, um de zu bestimmen, den Unterschied ae — ad angäbe u. s. w.

V. Auf diese Art verfähret man freylich sicherer, als wenn man jeden Theil ac, cd, de besonders misset; denn wegen der unvermeidlichen Fehler würde am Ende die Summe der für sich bestimmten Stücke $ac + cd + de$, selten mit der ganzen Länge ae übereinstimmen. Da hingegen das Verfahren IV. die Stücke ac, cd, de, so giebt, daß ihre Summe allemal das Ganze vollkommen genau beträgt.

VI. Bey Bestimmung einzelner Stücke einer geraden Linie ist das erwähnte Verfahren bequem. Allein meistens wird es bey Berechnung einzelner Flächen, wie B, C u. s. w. beschwerlich seyn. Denn wenn man z. E. um B zu finden, das ganze Stück $\alpha\beta\delta$ erst berechnen, und dann A davon abziehen, ferner um C zu finden, die Figur $\alpha\beta\gamma\epsilon\delta\alpha$ berechnen, und dann $\alpha\beta\delta$ davon abziehen will, so kan es geschehen, daß; obgleich jedes einzelne Stück eine zur Berechnung ganz bequeme Gestalt hat, doch mehrere derselben zusammen genommen, eine sehr unordentliche Figur bilden, wie z. E. $\alpha\beta\gamma\epsilon\delta\alpha$, welche in
der

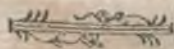


der That zur Berechnung schon etwas beschwerlich ist. Da nun überdem nach und nach die Stücke, wie $\alpha\beta\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\epsilon\delta\alpha$, $\alpha\beta\gamma\mu\eta\delta\alpha$ u. s. w. durch deren Abzug von einander man die einzelnen Theile, A, B, C, D, u. s. w. bekommt, immer grösser werden, so wird die Berechnung selbst auch immer weitläufiger und mühsamer, so daß ich der Meinung bin, man thue immer besser, die einzelnen Stücke A, B, C, u. s. w. für sich auszurechnen, wenn auch gleich die Genauigkeit etwas darunter leiden sollte. Der Fehler wird doch bey gehöriger Aufmerksamkeit nie so beträchtlich seyn, daß es nicht erlaubt seyn sollte, nachher eine Korrektion wie §. 289. vorzunehmen, wodurch die Summe der einzelnen Stücke mit dem Ganzen übereinstimmend wird.

Anmerkung.

§. 291. Bey Berechnung des Flächeninhalts der Aecker, lassen sich unterweilen einige Vortheile anbringen, daß man nicht nöthig hat jeden einzelnen Acker besonders in Trapezien zu zerlegen.

I. Es ist (Fig. XXI. Nro. 1.) ABCD ein Flurstücken, oder eine Verainung, worinnen mehrere einzelne Aecker M, N, O, liegen, deren Scheidungslinien AB, aa, b β , CD, mit



mit einander parallel laufen. Wären nun auch BD und AC gleichlaufend, und gerade Linien, so würde man aus der berechneten Fläche des ganzen Flurstückens $ABCD = F$, die einzelnen Aecker nach folgenden Proportionen finden:

$$AC : Aa = F : M$$

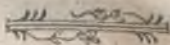
$$AC : ab = F : N$$

u. s. w.

wo man also nur Aa , Ab u. s. w. zu messen brauchte.

II. Wären Nro 2. zwar AB , $a\alpha$, $b\beta$ u. s. w. parallel, aber die geraden Richtungen AC , BD , nicht, so ziehe man $B\beta$ mit AC gleichlaufend, und berechne aus der ganzen Fläche $ABC\beta$, und den Stücken Aa , ab , bc , die Flächen $ABa\alpha$; $a\alpha b\beta$; $b\beta c\gamma$ nach I. Haben nun die Stücke $\alpha\alpha$, $\beta\beta$, $\gamma\gamma$, keine beträchtliche Krümmung, so daß man sie für gerade Linien annehmen kan, so addire man zu $ABa\alpha$ das kleine Dreieck $B\alpha\alpha$, so hat man M , zu $a\alpha b\beta$ das Trapezium $\alpha\alpha\beta\beta$, so hat man N u. s. w.

Weichen BD , AC , nicht sehr von der parallelen Lage ab, so wird man die kleinen Stücke $B\alpha\alpha$, $\alpha\alpha\beta\beta$, u. s. w. zureichend genau nach dem Augenmaasse schätzen können.



Sehr beträchtliche Krümmungen haben die Scheidungslinien der Aecker selten, und so wird man $\alpha 1$, $\beta 2$, $D 3$ in vielen Fällen für gerade annehmen dürfen.

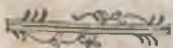
II. Wären selbst AC und BD keine gerade Parallellinien, so werden sich nach einiger Ueberlegung, doch leicht Abkürzungen bei Berechnung der Stücke M, N, O, ausfinden lassen, die ich hier der Kürze halben übergehe.

XXVII. Kapitel.

Von Verwandlung der Figuren in gleich grosse Dreiecke.

§. 292. Da die hieher gehörigen Aufgaben, sowohl zur Berechnung des Flächeninhalts der Figuren, als auch zur Theilung der Felder durch bloße Zeichnung, unterweilen sehr brauchbar sind, und sich als eine sinnreiche Anwendung einiger der ersten Lehrfälle aus der Geometrie empfehlen, so halte ich es nicht für unnütz, hier das Wesentliche davon beizubringen.

Ein Parallelogramm in ein Dreieck zu verwandeln, wird schon in den Elementen der



der Geometrie gewiesen. — Ich wende mich daher sogleich zu folgender Aufgabe.

§. 293. Aufgabe. Ein vorgegebenes Viereck ABCD (Fig. XXII.) in ein gleichgroßes Dreieck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer gegebenen Ecke der Figur z. E. bey B befinde, und die Grundlinie längst AD falle.

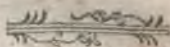
Aufl. Man ziehe aus B die Diagonallinie BD, verlängere AD, und ziehe durch C mit BD eine Parallele CE, so wird, nachdem man BE gezogen hat, das Dreieck ABE = dem Vierecke ABCD.

Bew. Weil CE mit BD parallel, so ist $\triangle BDE = \triangle BCD$ weil sie auf einer gemeinschaftlichen Grundlinie BD stehen; also nach Abzug des Stücks BHD, welches beyde Dreiecke gemein haben, $\triangle CBH = \triangle DHE$ also

$$ABHD + \triangle BCH = ABHD + \triangle DHE \text{ oder} \\ ABCD = \triangle ABE$$

Zus. I. Das Stück DHE ausserhalb des Vierecks ist dem BCH innerhalb desselben gleich.

Zus. II. Wenn wie bey (Fig. XXIII.) das Viereck ABCD bey C einen einwärts gehenden Winkel hätte, so bleibt wie die punk-



tirten Linien ausweisen, dieselbe Auflösung, und das Dreieck $\triangle ABE =$ Viereck $ABCD$; weil noch wie vorhin $\triangle DHE = \triangle BCH$.

Anmerkung. Die Parallelen wie BD , CE , brauchen nicht ganz ausgezogen zu werden. Man lege blos an BD die Hypothenuse eines hölzernen rechtwinklichten Dreiecks, und schiebe längst eines an den Catheden gelegten Linials, die Hypothenuse parallel fort, nach C , so wird sie auf der verlängerten AD den Punkt E schneiden, wo man demnächst von B aus die gerade Linie BE zu ziehen hat.

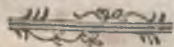
Daß es sowohl hier als künftig vorthailhaft sey, ein etwas grosses Dreieck zur Ziehung der Parallelen zu gebrauchen, wird jeden die Erfahrung lehren.

§. 294. **Aufg.** Ein Fünfeck $ABCDE$ (Fig. XXIV.) in ein gleich grosses Dreieck zu verwandeln.

Auf. Ich setze die Spitze des Dreiecks solle in B seyn.

Aus B gehen zwei Diagonallinien BD , BE .

Mit der ersten ziehe man durch C die Parallele CF , welche die Verlängerung von ED in F schneidet.

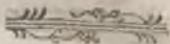


So ist, nachdem man BF gezogen hat, das Dreieck $DHF = BHC$, folglich das Fünfeck $ABCDE =$ dem Vierecke $ABFE$, welches man nun nach dem vorhergehenden §. in ein Dreieck BGF verwandelt, indem man mit BE durch A eine Parallele AG bis an die Verlängerung von FE , und hierauf BG ziehet.

Zus. I. Sind in dem Fünfecke $ABCDE$ (Fig. XXV.) bey A und C einwärts gehende Winkel, so bleibt nach Anweisung der punktirten Linien einerley Auflösung mit der vorhergehenden, und es wird das $\triangle BGF =$ dem Fünfecke.

Zus. II. Hätte das Fünfeck die Gestalt $ABCDE$ (Fig. XXVI.), so daß bey A und D einwärts gehende Winkel wären, so ziehet man wieder, wie vorhin, mit den Diagonalen BD, BE , durch C und A Parallelen CF, AG , welche in ED , oder deren Verlängerung bey F und G einschneiden, wo denn abermals das Dreieck $BGF =$ dem Fünfecke $ABCDE$.

Weil überhaupt in dem Beweise der Aufgabe nichts vorkommt, was das Fünfeck auf besondere Winkel einschränkte, so bleibt die daselbst gegebene Auflösung allgemein, das Fünfeck mag, wie man will, gestaltet seyn.



§. 295. **Lehrsatz.** Es sey (Fig. XXVII.) $ABCDEF$ ein Vieleck von einer beliebigen Anzahl Seiten. Aus einem Winkelpunkte, z. E. A , gehen die Diagonalen AC, AD, AE u. s. w. Wenn man nun nach der Ordnung mit der ersten Diagonale AC , durch B eine Parallele Ba zieht, welche in die dem Dreieck ABC zunächst liegende Seite DC , oder in deren Verlängerung bey a einschneidet, nun ferner mit der zwoten Diagonale AD , durch den Punkt a wieder eine Parallele ab zieht, welche in die Seite ED , oder deren Verlängerung bey b eintrifft, hierauf abermals durch b , mit AE die Parallele bc zieht, die in EF bey c einschneidet u. s. w. bis man mit allen Diagonalen fertig ist, so wird allemal das Dreieck wie AcF , welches sich ergibt, wenn man von A , nach dem letzten Punkt c eine gerade Linie zieht, dem Inhalte der Figur $ABCDEF$ gleich seyn.

Bew. Man ziehe von A nach a, b u. s. w. gerade Linien, so hat man erstlich wegen der Parallelen Ba, AC

$$\triangle AaC = \triangle ABC; \text{ mithin}$$

$$I. ACDEF + \triangle ABC = ACDEF + \triangle AaC$$

d. h.

$$\text{Sechseck } ABCDEF = \text{Fünfeck } AaDEF$$

II. Nun

II. Nun ferner, weil ab mit AD parallel

$$\triangle AbD = \triangle AaD; \text{ mithin}$$

$$ADEF + \triangle AaD = ADEF + \triangle AbD.$$

d. h.

$$\text{Fünfeck } AaDEF = \text{Viereck } AbEF$$

III. Eben so endlich wegen $\triangle AcE = \triangle AbE$

$$\triangle AEF + \triangle AbE = \triangle AEF + \triangle AcE$$

d. h.

$$\begin{aligned} \text{Viereck } AbEF &= \triangle AcF = \text{Fünfeck } AaDEF(II) = \\ &= \text{Sechseck } ABCDEF(I) \end{aligned}$$

Man siehet leicht, wie durch das gewiesene Verfahren überhaupt ein Vieleck von n Seiten, auf eines von $n-1$; und dieses wieder auf eines von $n-2$ Seiten u. s. w. gebracht wird, bis man zuletzt auf ein Dreieck kommt.

Zus. I. Der Satz würde seine Richtigkeit haben, wenn statt der auswärts gehenden Winkel, wie (Fig. XXVII.) auch hin und wieder einwärts gehende vorkämen, wie Fig. XXVIII. ausweist.

Dasselbst sind die Winkel bey B und D einwärtsgehend.

Man ziehe wieder, wie vorhin, mit AC, AD, AE, die Parallelen Ba, ab, bc;

so hat man nach ähnlichen Schlüssen, wie vorhin $\triangle ABC = \triangle AaC$; aber nun

$$ACDEF - \triangle ABC = ACDEF - \triangle AaC$$

d. h.

$$\text{I. Sechseck } ABCDEF = \text{Fünfeck } AaDEF$$

$$\triangle AaD = \triangle AbD; \text{ also}$$

$$ADEF + \triangle AaD = ADEF + \triangle AbD$$

oder:

$$\text{II. Fünfeck } AaDEF = \text{Viereck } AbEF$$

$$\triangle AbE = \triangle AcE; \text{ also}$$

$$\triangle AEF - \triangle AbE = \triangle AEF - \triangle AcE$$

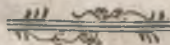
d. h.

$$\text{Viereck } AbEF = \triangle AcF \text{ mithin aus (II. I.)}$$

$$= \text{Sechseck } ABCDEF$$

Begreiflich sind diese Schlüsse im Wesentlichen, von denen für Fig. XXVII. nicht unterschieden.

Hier in dem Beweise für Fig. XXVIII, werden nur die Dreiecke ABC, AaC, AbE, AcE, abgezogen, da sie hingegen im Beweise für Fig. XXVII. addirt wurden, d. h. Die Dreiecke ABC, AaC, AbE, AcE, in dem



dem Beweise für Fig. XXVII. negativ gesetzt,
geben den Beweis für Fig. XXVIII.

Und so wird man überhaupt in jedem
Falle, die Figur mag einen oder mehrere
einwärtsgehende Winkel haben, den Beweis
für sie eben so führen können, als man ihn
von einer Figur, die eben so viel Seiten,
aber lauter auswärts gehende Winkel hätte,
führen würde, wenn man nur allemal über-
legt, welche Dinge man in dem Beweise
für lauter auswärtsgehende Winkel, als ne-
gativ ansehen müsse, damit der Beweis für
einwärtsgehende Winkel heraus komme.

Zus. II. In Fig. XXVII. hat man auch

$$\triangle A a D = \text{Viereck } ABCDA$$

$$\triangle A b E = \text{Fünfeck } ABCDEA$$

u. s. w.

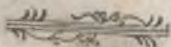
Zus. III. Das Dreieck AFc hat mit der
Figur $ABCDEF$, allemal ein gewisses Stück
z. E. Fig. XXVII. $AmDEF$ gemein; Dies
ses beiderseits vom Dreiecke und der Figur
weggenommen, läßt das Stück $EDmc =$
dem Stücke $mCBA$.

So findet man nach einiger Ueberlegung,
auch in Fig. XXVIII. daß die Flächenräume
 $ABi + tDq = iCt + Eqc$;

Das heißt so viel:

M 5

Die



Die Stücke welche das Dreyeck und die ihm gleich grosse Figur, nicht mit einander gemein haben, sind von gleicher Fläche. Ein Satz von dem wir künftig Gebrauch machen werden.

§. 296. Aufg. Eine Figur ABCDEF (Fig. XXVII. oder Fig. XXVIII.) in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur z. E. AF ist, dessen Spitze c aber in eine von denen der Grundlinie AF benachbarten Seiten, z. E. in EF oder deren Verlängerung, fällt.

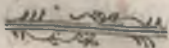
Aufl. Man ziehe nach der Ordnung mit denen aus A gehenden Diagonallinien AC, AD, AE, wie im vorhergehenden Lehrsatze, die Parallelen Ba, ab, bc; Bey c wo die letzte Parallele bc, in EF, oder deren Verlängerung einschneidet, ist die Spitze des Dreyecks AcF, welches am Inhalte der vorgegebenen Figur gleich ist.

Bew. Ist aus dem Lehrsatze §. 295. klar.

Zus. I. Obgleich diese Auflösung allgemein ist, die Figur mag aus- oder einwärts gehende Winkel haben, so eräugnet sich doch im letzten Falle sehr oft die Unbequemlichkeit, daß die Durchschnitte der Parallelen, mit den verlängerten Seiten, wie a, b, c, gar zu weit ausserhalb der Figur fallen, und daher oft
ein

ein Rojalbogen nicht zureichen würde, die erwähnten Durchschnitte anzugeben. Es kan sich selbst der Fall eräugnen, daß eine Parallele gar nicht in die gehörige Seite einschneidet, wie wenn z. E. in (Fig. XXIX.) die Punkte D und C mit A in gerader Linie lägen, oder die Diagonallinien AC und AD, zusammen fielen, wo alsdann a unendlich weit hinaus fällt. Dieser Fall schadet zwar der Allgemeinheit des Lehrsatzes §. 295. gar nicht; Allein die Ausübung bedarf alsdann einiger Abänderung, von der ich in der Folge erst reden werde. Vorläufig wird also die Auflösung dieser Aufgabe, nur auf solche Figuren anwendbar seyn, die lauter auswärts gehende Winkel haben, wo sich die erwähnte Schwierigkeiten nicht vorfinden, weil da niemals ein paar Diagonallinien zusammen fallen.

Zus. II. Man gedenke sich durch F (Fig. XXVII. XXVIII.) eine willkürliche gerade Linie Fh, und durch c mit AF, die Parallele ch gezogen, so ist, wenn man Ah zieht, das Dreyeck $Afc = AFh$; Also auch AFh der Figur ABCDEF gleich, d. h. Die Figur kan in ein Dreyeck verwandelt werden, dessen Grundlinie eine von den Seiten der Figur AF ist, dessen Spitze h aber in eine willkürliche durch F gezogene Linie fällt.



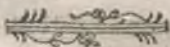
§. 297. Aufgabe. Eine vorgegebene Figur ABCDEFGH (Fig. XXX.) die lauter auswärts gehende Winkel hat, in ein Dreieck zu verwandeln, dessen Spitze sich in einer von den Ecken der Figur z. E. in A befindet, dessen Grundlinie aber, längst einer von den Seiten der Figur, z. E. längst DE fällt.

Aufl. I. Man gedenke sich von A nach E und D gerade Linien gezogen, so liegt linker Hand AE, ein Theil von dem Umfange der Figur, AHGFE, und eben so rechter Hand AD, der Theil ABCD.

II. Beide Stücke AEFGHA, ADCBA, verwandele man in Dreiecke; ersteres in ein Dreieck, dessen Grundlinie AE wäre, und die Spitze in EM, oder in die Verlängerung von ED siele; das andere Stück rechter Hand AD, aber in eines, dessen Grundlinie AD wäre, und die Spitze ebenfalls in die Verlängerung von ED, längst DN, siele.

III. Diese Verwandlungen können, weil lauter auswärtsgehende Winkel vorhanden sind, nach §. 296. bewerkstelliget werden; wenn man nach der Ordnung mit den Diagonalen AG, AF, AE, die Parallelen Ha, ab, bc, und mit den Diagonalen AC, AD, die Parallelen B α , $\alpha\beta$ ziehet.

So



So ist, wenn man von A nach c und β gerade Linien zieht das $\triangle AcE = AHGF EA$; das $\triangle AD\beta = ABCDA$ (§. 296.). mithin $\triangle AcE + \triangle AED + \triangle AD\beta$, oder $\triangle cA\beta =$ dem Inhalte der Figur.

Zus. I. Wenn die Figur einwärtsgehende Winkel hätte, von der Beschaffenheit, daß die Unbequemlichkeiten (§. 296. Zus. I.) sich nicht eräugneten, so könnte man vermittelst eben dieses Verfahrens (III.) die Figur in ein Dreieck verwandeln. Um sich hiebei nicht zu irren, so muß man an die Durchschnitte auf den verlängerten Seiten, nemlich an a, b, c u. s. w. nach der Ordnung die Zahlen 1, 2, 3 u. s. w. schreiben, um anzudeuten, daß a zur ersten Parallele Ha, b zur zweiten ab u. s. w. gehöre. Ohne diese Vorsicht, mögte man sonst leicht mit einer gewissen Diagonale, eine unrechte Parallele ziehen. So aber weiß man immer, welcher der letzte Durchschnitt war, durch den man allemal mit der neuen Diagonale parallel zieht.

Zus. II. Weil $\triangle AEc = AHGF EA$, so hat man vermittelst des bisher gewiesenen Verfahrens, die gebrochenen Gränzen AHGFE, gleichsam in die geradlinigte Ac, verwandelt, ohne Nachtheil des Inhaltes der Figur. Eben so die gebrochene Gränze ABCD in die geradlinigte A β .



§. 298. Aufgabe. Die Aufgabe des 296 ges, im Falle die Unbequemlichkeiten mit den einwärtsgehenden Winkeln (§. 296. Zus. I.) statt finden sollten, aufzulösen.

Aufl. I. Es sey (Fig. XXI.) ABCDEFGH die Figur, welche man in ein Dreieck verwandeln soll, dessen Grundlinie AH ist, und dessen Spitze in GH, oder deren Verlängerung fällt. Bey D und F befinden sich einwärts gehende Winkel.

II. Hier muß man nun erstlich suchen, diese einwärts gehenden Winkel wegzuschaffen.

Man ziehe durch D mit CE eine Parallele. — Ich setze nun, daß diese Parallele in eine von denen, dem Winkel CDE benachbarten Seiten CB oder EF einschneidet; Es geschehe dieses z. E. auf CB bey a; Man ziehe hierauf Ea, so ist $\triangle Cra = \triangle ErD$, mithin die Figur E a B A H G F E der vorgegebenen (I.) gleich, und hat jetzt nur noch den einwärts gehenden Winkel F.

III. Schneide die Parallele durch D auch in EF ein, so würde man auf eine ähnliche Art von C, nach diesem Durchschnitte eine gerade Linie ziehen, und auch den einwärts gehenden Winkel D weggeschafft haben.

IV. Um

IV. Um nun noch den Winkel F wegzuschaffen; so ziehe man mit EG eine Parallele durch F. Schneidet diese abermals in die benachbarten Seiten (die nun jetzt Ea und GH sind), z. E. in Ea, bey m, oder in GH bey n, so wird im erstern Falle von G nach m, im andern von E nach n eine gerade Linie gezogen, und in beyden Fällen wird der einwärts gehende Winkel F weggeschafft seyn, so daß die in (II.) erhaltene Figur EaBAHGFE, sich in EaBAHnE, oder in GmaBAHG, worinn lauter auswärts gehende Winkel vorkommen, verwandelt. — Eine von beyden kan man nun nach dem 296. §. in das verlangte Dreieck verwandeln, welches denn der in (I.) gegebenen Figur gleich seyn wird.

V. Wenn aber die durch D mit CE parallel gezogene Linie (Fig. XXXII.) die benachbarten Seiten (II.) gar nicht schneidet (von Verlängerungen dieser Seiten ist hier die Rede nicht), so wird doch gewiß eine mit BD durch C parallel gezogene Linie in ED eintreffen. Es geschehe dieses bey a. Zieht man nun Ba, so ist wegen $\triangle BCr = \triangle Dra$, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die Gränze BCDE in BaE verwandelt. Bey a wird aber nun ein einwärts gehender Winkel BaE seyn, der sich nach (II.) wird wegschaffen lassen. Man ziehe mit BE durch a eine Parallele;



rassele; Sie schneidet die dem Winkel BaE benachbarte Linie BA in b . Ziehet man nun Eb , so ist ferner ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, die gebrochene Gränze BaE , und folglich auch die $BCDE$ in die geradlinigte Eb verwandelt; und es bleibt nun noch der bei F sich befindende einwärts gehende Winkel wegzuschaffen, oder die gebrochene Gränze EFG in eine geradlinigte zu verwandeln übrig.

VI. Die mit EG durch F gezogene Parallele, schneidet hier so wohl Eb (V), als auch GH . Letztere in c . Man ziehe Ec , so ist der Winkel EFG weggeschafft: Und nun endlich die Figur $cEbAHc$, der vorgegebenen $GFEDCBAH$ gleich, und von einwärts gehenden Winkeln befreit: wo man denn $cEbAHc$ nach §. 296. in das verlangte Dreieck verwandeln kan.

VII. Wenn in der vorgegebenen Figur mehrere einwärts gehende Winkel, C , D , E (Fig. XXXIII) nach der Reihe auf einander folgen, so schafft man einen nach dem andern nach (II. oder V.) fort: oder wie man es sonst am bequemsten findet. Hier würde ich mit BD durch C eine Parallele, und durch E mit FD eine Parallele ziehen. Erstere schneidet BA in a , die andere FG in c ; ziehet man nun Da und Dc , so ist die gebrochene

brochene Gränze $BCDEF$, in die aDc verwandelt. Diesen einwärts gehenden Winkel aDc aber ferner wegzuschaffen, müste man wohl nach (V.) verfahren, weil die mit a c durch D gezogene Parallele, weder zwischen a und A , noch zwischen c und G einschneidet. Hier würde ich also mit GD durch c eine Parallele ziehen. Sie schneide Da in m , so wäre erstlich die gebrochene Gränze GcD , in die geradlinigte Gm verwandelt, und man hätte nur noch den Winkel Gma wegzuschaffen. Man ziehe also ferner mit Ga durch m eine Parallele; Sie schneidet GH in r ; Wenn ich endlich ar ziehe, so sind alle einwärts gehenden Winkel weggeschafft, und man hat also nur die Figur $AHra$ in einen Triangel zu verwandeln nach (§. 297).

VIII. Wer das bisherige wohl eingesehen hat, der wird leicht in jedem Falle beurtheilen, wie er es am bequemsten anzufangen habe, daß die einwärts gehenden Winkel wegfallen, und statt der vorgegebenen Figur, endlich eine herauskomme, die lauter auswärts gehende Winkel hat.

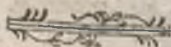
Um die Figuren nicht mit gar zu vielen Linien, undeutlich zu machen, so habe ich einige Parallelen nicht wirklich ausgezogen, sondern nur bloß ihre Durchschnitte auf den gehörigen Seiten der Figur angegeben.



Man siehet leicht, daß die bisherige Wegschaffung der Winkel immer auf den Satz beruhet, daß, wenn z. E. durch die Spitze eines beliebigen Winkels C (Fig. XXXIV.) mit der durch beyde benachbarte Spitzen B, D, gehenden Linie BD, eine Parallele nCm gezogen wird, welche in die dem Winkel DCB benachbarte Seiten DE, AB, bey m oder n einschneidet, also dann eine entweder von B nach m, oder von D nach n gezogene gerade Linie, die gebrochene Gränze BCD, allemal, ohne Nachtheil des Inhalts der Figur, in die geradlinigten Bm, oder Dn, verwandelt. Denn weil nm mit BD parallel, so ist $\triangle BDM = \triangle BDC$, mithin nach Abziehung des gemeinschaftlichen Dreynecks BrD, das $\triangle Drm = \triangle BrC$, und folglich die Figur ABCDE u. s. w. = der Figur ABmE u. s. w. Und eben so auch die Figur ABCDE u. s. w. = ANDE u. s. w.

Auch in (V), wo die Parallele nicht in die benachbarten Seiten einschneidet, wird man doch die Anwendung dieses Satzes wahrnehmen, und so überall in dem bisherigen (VI. VII. VIII.)

§. 299. Aufgabe. Eine jede Figur, die auch einwärts gehende Winkel hat, in ein Dreyneck zu verwandeln, dessen Spitze in einer



ner willkürlichen Ecke der Figur liegt, die Grundlinie aber längst einer gegebenen Seite der Figur fällt, die beyden Seiten natürlicher Weise ausgenommen, die an der erwähnten Ecke unmittelbar anliegen.

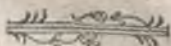
Aufl. I. Es sey (Fig. XXXV.) die Fläche ABCD u. s. w. in ein Dreyeck zu verwandeln, dessen Spitze bey A, und die Grundlinie längst NH falle.

II. Man gedenke sich von A innerhalb der Figur eine gerade Linie AV gezogen, die NH in V schneidet, so liegt

III. Auf der einen Seite von AV ein Stück der Figur, nemlich ABCDEFGHV, welches man in ein Dreyeck verwandele, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze in die gerade Linie HN, oder deren Verlängerung falle.

IV. Rechter Hand AV, liegt hier das Stück AIKLMN. Auch dieses verwandele man in ein Dreyeck, dessen Grundlinie AV wäre, und die Spitze längst HN falle, so wird die Aufgabe aufgelöst seyn.

V. Erst muß man aber, damit nach §. 297. verfahren werden kan, die einwärts gehenden Winkel, aus den Stücken (III. IV.) wegschaffen. (§. 298.)



. Hier würde ich so verfahren:

VI. Die durch D gehende Parallele mit CE, schneidet CB in a. Ziehet man nun Ea, so ist die gebrochene Gränze BCDE in BaE verwandelt.

VII. Eine Parallele mit BE durch a schneidet EF in b. Zöge man nun Bb, so wäre die gebrochene Gränze BaE (VI.) ferner in Bb verwandelt.

VIII. Die Parallele mit Gb durch F schneidet Bb. (VII.) in c. Zöge man nun Gc, so wäre die Gränze GFb in Gc verwandelt, und statt des Umfanges GFEDCB hätte man nun bloß GcB.

IX. Eine Parallele mit GB durch c schneidet BA in d; So wäre nun ferner GcB in Gd verwandelt, und es wäre nun noch bloß HGd, durch eine Parallele mit Hd durch G, die NH in e schneidet, in die geradlinigte Gränze ed zu verwandeln, wo denn die Figur AdecV = dem Stücke (III.).

X. Eben so verwandelte man die Gränze IKL erst in L α ; Nun ferner ML α in M β , und endlich NM β , in $\beta\gamma$. So ist A β V γ = dem Stück AIKLMNV.

XI. Diese Figur Adec $\gamma\beta$ A kan man nun nach §. 297, in einen Triangel verwandeln,

deln, wenn man mit den Diagonalen Ae , $A\gamma$, durch d und β Parallelen bis an die Verlängerung von HN zieht; Wenn diese in k und m , einschneiden, so ist kAm der verlangte Triangel $= Ade\gamma\beta A =$ der in (I.) vorgegebenen Figur.

Vergleichung dieses Verfahrens mit der §. 297. angegebenen Methode, wenn man solche auch auf gegenwärtige Figur anwenden wollte.

§. 200. Ich will hier dieselbe Figur, vermittelst des Verfahrens (§. 297.) in ein Dreieck verwandeln.

I. Ich ziehe mit der ersten Diagonale AC durch B eine Parallele, die in die Verlängerung von DC bey 1 eintrifft. — Es ist klar, daß man dadurch die gebrochene Gränze ABC , in die geradlinigte $A1$ würde verwandelt haben, so daß die Figur $ABCDE$ u. s. w. auf die $A1DE$ u. s. w. gebracht wäre.

II. Nun ziehe ich ferner mit der zwoiten Diagonale AD , eine Parallele durch 1, welche in die Verlängerung von ED bey 2 einschneidet. — Zöge man nun von A nach 2, so wäre ohne Nachtheil des Inhalts der Figur
 N 3 aber:



abermals die gebrochene Gränze A_1D (I.) in die geradlinigte A_2 verwandelt.

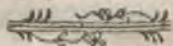
III. Die Parallele mit der dritten Diagonale AE , durch 2, schneidet die Verlängerung von EF bey 3 — die Parallele durch 3 mit der vierten Diagonale AF , schneidet die verlängerte GF bey 4.

IV. Bis hieher gieng das Verfahren des 297 §. auch bey den einwärts gehenden Winkeln noch immer gut von statten. Nun aber eräugnet sich die Schwierigkeit, daß, wenn man ferner durch den Punkt 4 mit der Diagonale AG eine Parallele ziehen wollte, solche gar nicht, oder wenigstens sehr weit entfernt, in die verlängerte GH einschneiden würde, weil AG mit GH beynähe in einer geraden Linie liegt.

Hier überlege man nun folgendes:

V. Man gedenke sich die gerade Linie A_4 gezogen, so ist dies die geradlinigte Gränze, in welche nach dem bisherigen Verfahren die Gebrochene von A bis F verwandelt worden ist, d. h. die Figur $ABCDEF GH$ u. s. w. ist $= A_4 GH$ u. s. w. weil nemlich, wie sich nach und nach erweisen läßt, das Stück Fläche $ABCr = r_4 FEDr$ wird.

Man hätte also nun eigentlich die gebrochene Gränze $A_4 GH$ in eine geradlinigte zu ver-



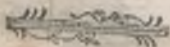
verwandeln, welches nun durch Wegschaffung des einwärts gehenden Winkels G nach (§. 298.) auf folgende Art geschieht.

Man ziehe mit $H4$ durch G eine Parallele. — Sie schneidet HN in 5 ; zöge man nun von 4 bis 5 eine gerade Linie, so wäre der einwärts gehende Winkel G weggeschafft, und man hätte endlich noch die gebrochene Gränze $A45$ weg zu schaffen, indem man mit $A5$ durch 4 bis an die verlängerte NH eine Parallele ziehet, und nun nach dem Durchschnitte k , von A eine gerade Linie Ak , welches also endlich die geradlinigte Gränze wäre, die statt der gebrochenen zwischen A und H gesetzt werden kan.

VII. Eben so würde nun die gebrochene Gränze $AIKL$ u. s. w. reducirt.

Mit der Diagonale AK , gehet durch I die Parallele la , mit AL durch a die Parallele ab ;

Die Parallele mit AM durch b' , würde in die Verlängerung von MN sehr weit einschneiden. Ueberlegt man indessen, daß, wenn man Ab' zöge, die Gränze $AIKLMN$ eigentlich auf $Ab'MN$ bisher reducirt worden ist, so würde man nun die nach §. 297. durch b' mit AM parallel zu ziehende Linie weglassen; und dagegen nach §. 298, den ein-



wärts gehenden Winkel $b'MN$ wegschaffen, und endlich die gebrochene Gränze $Ab'MN$ in die geradlinigte Am verwandeln.

VIII. Wenn man dieses Verfahren mit dem im vorhergehenden §. vergleicht, so sieht man leicht, daß es sich von jenem darinnen unterscheidet, daß dorten alle zur Verwandlung der gebrochenen Gränze in eine geradlinigte, nöthigen Parallelen, so gezogen und ausgewählet wurden, daß sie unmittelbar in die Seiten der Figur einschneiden, hier hingegen die Parallelen auch in die Verlängerungen der Seiten eintreffen. In so fern, hat nun das erste Verfahren, vor dem zweiten Vorzüge, weil es weniger Raum auf dem Papiere erfordert; da hingegen bey dem andern Verfahren, wo man nach der Ordnung mit den aus einem einzigen Punkte der Figur gehenden Diagonalen, Parallelen zieht, deren Durchschnitte mit den verlängerten Seiten oft weit hinausfallen. Hingegen sind bey dem ersteren Verfahren zur Wegschaffung der gebrochenen Gränze oft mehrere Linien zu ziehen nöthig, und die bequemste Art, die verschiedenen einwärts gehenden Winkel wegzubringen, erfordert manchesmal viel Aufmerksamkeit, da sich hingegen das zweite Verfahren wieder durch seine Simplicität empfiehlt, weil man immer von einer Diagonale auf die nächstfolgende fortgeht, und durch

durch den nächstvorhergehenden Durchschnitt, mit ihr eine Parallele ziehet, die denn auf der gehörig verlängerten Seite, den folgenden Durchschnitt giebt. (I II. III.)

Ich denke also, wenn man nach Verhältnis der Umstände beyde Verfahren mit einander verbindet, so wird man auch beyder Vortheile mit einander vereinigen; An solchen Stellen, wo also die Durchschnitte der Parallelen nicht ausserhalb des Papiere fallen, kan man das Verfahren §.297. gebrauchen -- und in andern Fällen das §.298, wie z. E. in (IV.) und (VII.) geschehen ist.

Anmerkung.

§. 301. Die bisherige Methode, Figuren in gleichgrosse Dreiecke zu verwandeln, hat mein seel. Vater in einer der Königl. Societät der Wiss. in Göttingen vorgelesenen Abhandlung gewiesen. Daß man in ältern Schriften schon ähnliche Aufgaben, aber nicht in der Allgemeinheit, und Anwendung auf alle Gattungen geradlinigter Figuren, in der sie mein Vater vorgetragen hat, findet, ist wohl nicht zu läugnen. Ihm aber deswegen das Verdienst, diese Aufgaben sehr erweitert zu haben, schmälern zu wollen, wie es Herr Wilke in einer 1756 zu Halle herausgegebenen Schrift über die Verwandlung und



Theilung der Felder, noch mehr aber in einer ben Gelegenheit einer Recension über die erwähnte Schrift von ihm herausgekommenen Vertheidigung, gethan hat, ist, ausserdem, daß sich Herr W. diese Erfindung zueignen wollte, ein Umstand, der öfter in der Gelehrtenrepublik vorkommt.

Wie weit sich ihr Gebrauch, ben Feldertheilungen u. dgl. erstreckt, wird sich in der Folge ausweisen.

Daß die Berechnung des Flächeninhalts einer Figur, dadurch erleichtert wird, daß man sie vorher in ein Dreieck verwandelt, welches man demnächst ausrechnet, versteht sich von selbst.

Die Parallelen müssen freylich mit der nöthigen Vorsicht gezogen werden, wenn das Dreieck den Inhalt der Figur so genau geben soll, als man ihn unmittelbar finden würde.

Zu wünschen wäre es, daß die Anwendung davon auf krummlinigte Figuren brauchbarer wäre. Denn ob man zwar gleich den Umfang einer krummlinigten Figur in lauter kleine Stücke, die man als geradlinigt ansehen darf, zerlegen, und solchergestalt die Verwandlung der krummlinigten Figur, auf die Verwandlung einer geradlinigten bringen kan,

kan, so wird man doch finden, daß, wegen der vielen kleinen Stücke, aus denen man sich den Umfang zusammengesetzt gedenket, die Arbeit nach den vorhergehenden Methoden immer sehr mühsam bleibt. — Ich werde daher suchen, so wohl die Verwandlung der geradlinigten, als auch krummlinigten Figuren, anitz auf eine leichtere Art zu behandeln.

Ein sehr bequemes Verfahren, eine jede Figur in ein gleichgroßes Rechteck und folglich auch in ein Dreyeck zu verwandeln.

§. 302. Um zu zeigen, worauf das Wesentliche dieses Verfahrens ankommt, so werde ich erstlich die Verwandlung eines Trapezii, welches zwei parallele Seiten hat, vortragen.

Aufgabe. Ein Trapezium (Fig. XXXVI.) $ABCD$, wo AB mit CD parallel ist, in ein gleichgroßes Rechteck, dessen eine Seite gegeben ist, zu verwandeln.

Aufl. I. Man ziehe willkürlich YZ auf beyde AB , CD gemeinschaftlich senkrecht;

II. so ist Ya die Höhe des Trapezii.

III. Ge



III. Gesezt nun, des Rechtecks Grundlinie solle $= YZ$ seyn. Man errichte durch Z eine senkrechte Linie R_r ; wie groß wird nun die Höhe des Rechtecks (die längst R_r fallen wird) seyn müssen, damit es an Fläche dem vorgegebenen Trapezio gleich ist?

IV. Man halbiere BC , und AD , bey α und β , und ziehe durch α , β , mit YZ , Parallelen, welche R_r bey γ und δ durchschneiden.

V. Von Y ziehe man nach γ und δ gerade Linien, die CD in m und n durchschneiden; so wird mn die gesuchte Höhe des Rechtecks seyn, dergestalt, daß, wenn man durch m , n , mit YZ Parallelen zieht, das Rechteck $KLMN$, dem Trapezio $ABCD$ gleich seyn wird.

VI. Bew. Die Fläche des Trapezii ist (S. 276.) $= \frac{AB+CD}{2} \cdot Ya$. d. h. die mittlere arithmetische Proportionallinie zwischen AB und CD ; multiplicirt mit Ya .

VII. Weil nun BC und AD bey α und β halbiert worden sind, so ist $\alpha\beta$ diese mittlere Proportionale; nemlich $\alpha\beta = \frac{AB+BC}{2} = \gamma\delta$ (IV).

VIII.



VIII. Also die Fläche des Trapez. $= Ya \cdot y\delta$.

IX. Nun ist in dem Dreieck $\delta y Y$; weil mn parallel mit $y\delta$

$$Ya : mn = YZ : \delta y; \text{ also}$$

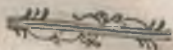
$$Ya \cdot \delta y = YZ \cdot mn \text{ oder}$$

die Fläche des Trapezii (VIII.) $= YZ \cdot mn$ $=$ einem Rectangel dessen Grundlinie $= YZ$, und die Höhe $= mn$. also das Trapezium $=$ dem Rectangel $MKLN$.

Zus. I. Es ist auch wie sich leicht erweisen läßt; das Rectangel $KLYZ =$ Trapez. $YBaC$; und $YZMN = YAaD$.

Zus. II. Wenn die Punkte B und A , bey Y zusammen fielen; und man also statt des Trapezii, das Dreieck CYD in ein gleich grosses Rectangel, dessen Grundlinie $= YZ$ zu verwandeln hätte, so würde die Auflösung dieselbe bleiben. In diesem Falle halbirte man YC , und YD , und verführe wie vorhin, um die Höhe des Rectecks zu finden.

§. 303. Aufgabe. Es sey nun (Fig. XXXVII.) das Vieleck $ABCDEFIKLA$ in ein Recteck zu verwandeln, dessen Höhe längst einer beliebigen Seite der Figur z. E. längst FI fällt; die Grundlinie aber einem Pers



Perpendikel von einer beliebigen Ecke der Figur A auf IF gezogen, oder = AZ seye.

Aufl. I. Um die Höhe des Rechtecks zu erhalten, verfahre man auf folgende Art.

Man verlängere erstlich FI unbestimmt, und halbiere nun nach der Ordnung die Seiten AB, BC, CD, DE, EF bey $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$.

II. Man fälle von B, C, D, E, auf AZ Perpendikulairlinien herunter, die also insgesamt der verlängerten FI parallel seyn werden.

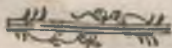
III. An AZ lege man ein Parallellinial, oder ein hölzernes Dreyeck, und ziehe durch $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon$, Parallelen mit AZ (§. 64.) und bemerke ihre Durchschnitte auf der Verlängerung von ZF; nach der Ordnung mit Zahlen 1, 2, 3, 4, 5.

Die Parallelen sind nemlich $\alpha 1$; $\beta 2$, $\gamma 3$, $\delta 4$, $\epsilon 5$.

IV. Man lege nun an A 1 ein Linial, und bemerke dessen Durchschnitt m auf dem ersten Perpendikel Bb.

Hierauf lege man es an A 2, und ziehe durch m, mit A 2 eine Parallele mn, welche das zweyte Perpendikel Cc, bey n durchschneidet.

Ser.



Ferner ziehe man mit A_3 durch n , die Parallele no , bis an das dritte Perpendikel; u. s. w.

So wird endlich die durch p mit A_5 gezogene Parallele, das letzte Perpendikel in q durchschneiden; und Zq wird die Höhe eines Rectangels $AZqQ$ seyn, welches dem Raume $ABCDEFZA$, oder der Summe der Trapezien ABb ; $BbCc$; $CcDd$; $DdEe$; $EeFZ$ gleich seyn wird.

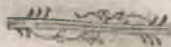
V. Bew. Das Dreieck $ABb =$ dem Rechteck $AZ.bm$. (§. 302. 3. II.)

VI. Man gedенke sich durch b , mit mn , oder mit A_2 (IV.) eine Parallele bv ; so ist $AZ:Z_2 = bc:cv$; Also $AZ.cv = Z_2.bc$. Aber Z_2 ist die mittlere arithmetische Proportionale zwischen Bb und Cc (§. 302.). Mithin das Rectangel $AZ.cv =$ dem Trapez. $BbCc$.

Aber $nv = bm$; Also $AZ.nv = AZ.bm =$ dem Dreieck ABb (V).

Mithin $AZ.(cv + vn)$ oder $AZ.cn = \Delta ABb + \text{Trapez. } BbCc$.

Wenn man sich auf eine ähnliche Art, durch c mit no eine Parallele vorstellt, so erhellet völlig nach ähnlichen Schlüssen, daß
das



das Rechteck $AZ.do = \Delta ABb + \text{Trapez. } BbCc + \text{Tr. } CcDd.$

und so endlich auch das Rechteck $AZ.Zq = \Delta ABb + \text{Tr. } BbCc + \text{Tr. } CcDd \text{ u. s. w.} + \text{Tr. } EeZF$

oder das Rechteck $AQZq =$ der Figur $ABCDEFZA.$

VII. Auf eben die Art verwandelt man den Raum $ALKIZA$, in das Rechteck $AZMN$, indem man von L, K , u. s. w. Perpendikulair-Linien auf AZ herabfällt, die Seiten AL, LK u. s. w. halbiert, und wie vorherin verfährt.

VIII. So ist demnach das ganze Rectanzel $MQNq$ der vorgegebenen Figur gleich.

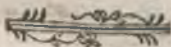
Zus. I. 1. Die bisherigen Schlüsse gelten, die Figur mag ein- oder auswärts gehende Winkel haben, wie man will.

Zur Erläuterung mag noch die Figur $ABCDEF$ (Fig. XXXVIII.) dienen.

2. Hier sind wieder die Seiten AB, BC, CD, DE nach der Ordnung ben $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ halbiert, und die mit AF parallel gehenden Linien $\alpha_1, \beta_2, \gamma_3, \delta_4$ gezogen.

Hier ist nun der Fall, daß das Perpendikel von B , oder Bb , durch A gehet; und das Perpendikel Cc linker Hand A fällt.

3. Legt



3. Legt man also an A_1 wie vorhin (IV.) das Linial, so durchschneidet A_1 die Bb so gleich selbst bey A ;

Nun ziehet man mit A_2 , eine Parallele durch den eben erhaltenen Punkt A . Sie schneidet die auf Bb folgende Perpendikularhöhe Cc bey n .

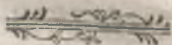
Hier fällt also n unterhalb AF .

4. Die Parallele mit A_3 durch n schneidet Dd bey o ; die Parallele mit A_4 durch o schneidet FE bey q ; und das gesuchte Rechteck ist $AKqF$.

5. Daß hier die besondern Umstände, daß Bb durch A gehet, und Cc linker Hand A fällt, in obigen Beweise (V) nichts wesentliches verändern, wird folgendermaassen erhellen.

6. Weil F_2 die mittlere Proportionale zwischen AB und Cc , oder zwischen Bb und Cc ist, und $AF:bc = F_2:cn$; (3) so ist das Rechteck $AF.cn = \text{Trap. } ABCc$.

7. Nun gedenke man sich $c\omega$ parallel mit no , oder mit A_3 (4) so ist $AF:F_3 = cd:d\omega$ oder welches einerley ist $AF:\frac{Cc+Dd}{2} = cd:d\omega$ mithin das Rechteck $AF.d\omega = \text{dem Trap. } CcDd$.



8. Also wegen $do = d\omega - o\omega = d\omega - cn$.

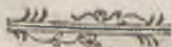
Wird das Rectangel $AF. do = AF. d\omega - AF. cn =$ dem Trap. $CcDd -$ Trap. $ABCc$ (6.7) oder

das Rectangel $AF. do =$ dem Raume $ABCDdA$.

9. Und so ferner das Rectangel $AF. Fq$, oder $AFKq =$ dem Raume (8.) + Trap. $DdEF$ also $=$ der vorgegebenen Figur $ABCDEF A$.

10. Man siehet leicht, daß gegenwärtiger Beweis in der Hauptsache von dem obigen der Aufgabe (§. 303.) nicht wesentlich unterschieden ist. Er verwandelt sich völlig in jenen, wenn man nur das dortige $bm = o$, und das dortige cn negativ setzt, weil hier der Einschnitt n , unterhalb AF fällt, und b und A zusammen fallen.

Zuf. II. Wolte man die Figur (§. 303.) in ein gleich grosses Dreieck verwandeln, dessen Spitze in A (Fig. XXXVII.) und die Grundlinie längst der Seite IF fallen sollte, so dürfte man nur $Zq = qr$; $ZN = Ns$ nehmen, und Ar, As ziehen, so wäre das $\Delta Asr =$ dem Rechtecke $MQNq$, also $=$ der vorgegebenen Figur. Da wären also auch die gebrochenen Gränzen $ABCDEF$; $ALKI$, in die geradlinigten Ar, As verwandelt.

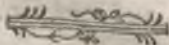


Anmerkung.

§. 304. Das Verfahren (§. 303.), eine Figur in ein gleich grosses Rechteck, und folglich auch in ein Dreieck (Zus. 11.) zu verwandeln, ist ohnstreitig weit einfacher und zur Ausübung bequemer, als die Auflösung (§. 297). Daben mögen die Winkel an der Figur aus- oder einwärts gehende seyn, wie man will, so bleibt die Konstruktion immer dieselbe (§. 303. und das. Zus. 1.). Auch die Gefahr sich zu irren, ist hier weniger zu befürchten, und in der Figur selbst brauchen keine andere Linien, als die Perpendikel Bb, Cc u. s. w. ganz ausgezogen zu werden, so wie denn überhaupt die Konstruktion des Rechtecks, bey weiten nicht so viel Raum auf dem Papiere einnimmt, als es unterweilen bey obigen Verfahren (§. 297.) wegen den Verlängerungen der Seiten erfordert wird.

Was aber gegenwärtiges Verfahren vorzüglich empfiehlt, ist dessen bequeme Anwendung auf die Verwandlung krummlinigter Figuren in gleich grosse Rechtecke.

Es sehen (Fig. XXXVII.) die Punkte A, B, C, D u. s. w. in dem Umfange einer krummen Linie, so nahe neben einander angenommen, daß man, die Bogen AB, BC, CD u. s. w. ohne beträchtlichen Irrthum für gerade annehmen darf. Halbirt man nun die



Bogen, oder vielmehr die Sehnen AB, BC u. s. w. und verfährt wie vorhin, in Bestimmung der auf die Ordinaten Bb, Cc, u. s. w. zu liegen kommenden Punkte m, n, o, p, q so wird das Rectangel AZQq, der krummlinigten Figur ABCDEFZA, desto näher kommen, je näher man die Punkte A, B, C, u. s. w. neben einander angenommen hat.

Konstruktion der Formel

(§. 283. IV.)

§. 305. I. Längst der Abscissenlinie AE einer krummen Linie Abcde (Fig. XXXIX.) setzen lauter gleiche Theile $AB = BC = CD = DE$ genommen, von einer solchen Grösse, daß die Stücke der krummen Linie zwischen den Ordinaten Bb, Cc, u. s. w. ohne merksichen Fehler als gerade Linien angesehen werden dürfen.

II. Wenn man $AE = x$ nennet, und x hier, zu $n=4$ gleichen Theilen nimmt, so ist, weil hier die Ordinate bey $A = 0$, der Flächenraum bis an die Ordinate Ec, oder

$AbcdeEA = \left(\frac{1}{2}E + B + C + D\right) \frac{x}{n}$. (§. 283. IV.); wo die Ordinaten $Bb = B$; $Cc = C$; $Dd = D$; $Ee = E$.

III. Gesezt nun der Raum AbcdeEA; solle in ein Rectangel verwandelt werden, dessen

dessen Grundlinie $= AE = x$; Wie groß wird die Höhe desselben $= y$ seyn?

IV. Die Fläche des gesuchten Rechtecks ist $= x \cdot y$.

Also soll seyn $xy = (\frac{1}{2}E + B + C + D) \frac{x}{n}$ mithin

$$y = \frac{B}{n} + \frac{C}{n} + \frac{D}{n} + \frac{\frac{1}{2}E}{n}$$

V. Auf der verlängerten Abscissenlinie EA, nehme man also $A\beta = AD$; $A\gamma = AC$; $A\delta = AB$; und halbiere $Ee = E$ bey ε .

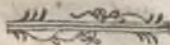
VI. Man ziehe mit βb , durch A eine Parallele, welche Bb in 1 durchschneidet, nun mit γc durch 1 eine Parallele welche Cc in 2 durchschneidet, durch 2 ferner eine Parallele mit δd , die Dd bey 3 durchschneidet u. s. w. endlich, mit $A\varepsilon$ eine Parallele durch 3, welche in Ee bey 4 eintrifft, so wird $E4$, die gesuchte Höhe des Rechtecks $Am E4$ seyn, welches dem Flächenraume (II.) gleich ist.

Bew. VII. Es ist $\beta B : Bb = AB : B1$; (VI); Aber weil βB so viel gleiche Theile als AE enthält (V); so ist $\beta B = n \cdot AB$; mithin $AB = \frac{1}{n} \beta B$; folglich auch $B1 = \frac{1}{n} Bb = \frac{1}{n} B$.

VIII. Man gedenke sich durch B mit γc , oder mit der Linie durch die Punkte 1, 2 (VI); eine Parallele Br , so ist wegen

$\Delta 3$

$\gamma C:$



$$\gamma C : Cc = BC : Cr \text{ oder wegen} \\ n.BC : Cc = BC : Cr$$

$$Cr = \frac{1}{n} Cc = \frac{1}{n} C; \text{ folglich wegen } r_2 = \\ B_1 = \frac{1}{n} B, \text{ die Linie } C_2 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C.$$

IX. Und so ferner nach ähnlichen Schlüssen

$$D_3 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C + \frac{1}{n} D$$

$$E_4 = \frac{1}{n} B + \frac{1}{n} C + \frac{1}{n} D + \frac{\frac{1}{2}E}{n} = \gamma \text{ (IV).}$$

Also E_4 die gesuchte Höhe des Rechtecks.

Anmerkung.

§. 306. Daß die bisherige Aufgabe dienen kan, die Fläche einer krummlinigten Figur, durch Berechnung des ihr gleich grossen durch Zeichnung gefundenen Rechtecks, zu bestimmen, ohne daß man, wie sonst, Ordinaten zu messen braucht, wird von selbst erhellen.

Die Aufgabe §. 303. hat auch Herr Lambert (Beiträge zur Mathematik III. Th. p. 60.) abgehandelt. — Daß aber meine Konstruktion leichter und einfacher als die Lambertische ist, wird aus der Vergleichung beider zu ersehen seyn.

XXVIII. Kapitel.

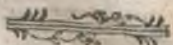
Theilung der Gelder durch Rechnung.

§. 307. Eine der wichtigsten und häufigsten Aufgaben in der Feldmesskunst besteht darinnen, von einem vorgegebenen Stücke Landes einen verlangten Theil abzuschneiden, oder es selbst in mehrere Theile einzutheilen, die entweder von gleicher Grösse seyn, oder gegen einander gegebene Verhältnisse haben sollen.

In Rücksicht der Theilungslinien können nun allerley Bedingungen vorkommen.

Die gewöhnlichste und zugleich brauchbarste ist, daß die Theilungsgränzen nicht gebrochen, sondern gerade, und so viel als möglich mit einander parallel laufen sollen, es müßten denn die parallelen Theilungsgränzen bey gewissen Arten von Figuren Unbequemlichkeiten haben, die zu vermeiden, man lieber die Theilungslinien anders nähme,

Auch kan der Fall vorkommen, daß alle Theilungslinien sich in einem gewissen Punkte durchschneiden, oder daß sie alle an eine gegebene Seite der Figur anstossen sollen, wie



wenn z. E. längst dieser Seite ein Weither läge oder ein Fluß vorbeigienge, den die Interessenten gemeinschaftlich auf eine bequeme Art nützen wollten u. dgl. so daß jeder Interessent sogleich von seinem Grundstücke aus, hinfahren könnte, ohne seines Nachbarn Grund und Boden zu berühren.

Diese und ähnliche Fälle werde ich nun erst durch Rechnung aufzulösen suchen, und dann im folgenden Kapitel zeigen, wie man sie auch durch bloße Zeichnung bewerkstelligen könnte.

§. 308. Aufg. Ein Trapezium (Fig. XL) welches zwei parallele Seiten AB und CD hat, dergestalt zu theilen, daß das Stück $ABHE$ einen gegebenen Inhalt $= p$ habe, und die Theilungslinie HE mit AB parallel laufe.

Aufsl. I. Man falle AG auf CD senkrecht und nenne die Seiten $AB = a$, $CD = b$; $HE = y$, die ganze Höhe $AG = c$; die Entfernung der zu suchenden Theilungslinie HE von der Seite AB ; oder $AF = x$.

II. Man gedenke sich AM mit BD parallel, so ist $CM = CD - AB = b - a$,

$$HL = HB - AB = y - a.$$

Nun

Nun in dem Dreiecke ACM

$$CM:HL = AG:AF; \text{ oder}$$

$$b-a:y-a=c:x; \text{ also}$$

$$x = \frac{c \cdot (y-a)}{b-a}$$

III. Die Fläche des Trapezii ABHE ist

$$\frac{HF+AB}{2} \cdot AF = \frac{(y+a)}{2} \cdot x = \frac{(y+a)(y-a)c}{2(b-a)} \quad (\text{II.})$$

$$\text{oder wegen } (y+a)(y-a) = y^2 - a^2$$

$$\text{die Fläche des Trapez.} = \frac{c(y^2 - a^2)}{2(b-a)}$$

IV. Dieses Trapezium soll nun den Inhalt p haben, folglich muß seyn

$$\frac{c(y^2 - a^2)}{2(b-a)} = p \text{ oder}$$

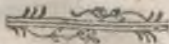
$$y^2 - a^2 = \frac{2(b-a)p}{c}$$

$$\text{mithin } y = \sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)}$$

V. Und folglich (II.)

$$x = \frac{c}{b-a} \left(-a + \sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)} \right)$$

VI. Dieser Ausdruck ist zur Berechnung etwas unbequem, weil eine Quadratwurzel dabey auszuziehen ist. Um diese zu vermeiden, und die ganze Rechnung auf Logarithmen



men zu bringen, so will ich mit dieser Formel folgende Veränderung vornehmen.

Ich nehme erstlich an, daß b grösser als a , mithin $b-a$ eine positive Grösse ist.

VII. Man setze in (Trig. S. XVI. 2.) das dortige $B^2 = a^2$, und das dortige $A^2 = \frac{2(b-a)p}{c}$. Man suche einen Winkel $= \psi$ dessen Tangente $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(b-a)p}}{a\sqrt{c}}$, so wird die Quadratwurzel in VI. oder

$$\sqrt{\left(\frac{2(b-a)p}{c} + a^2\right)} = a \sec. \psi = y \text{ (IV).}$$

VIII. Mithin $x = \frac{c}{b-a}$. ($-a + a \sec. \psi$)

$$= \frac{ac}{b-a} (\sec. \psi - 1)$$

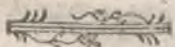
$$= \frac{ac}{b-a} \left(\frac{1 - \cos. \psi}{\cos. \psi} \right).$$

Aber wegen $1 - \cos. \psi = \text{Sin. } \psi \text{ tang. } \frac{1}{2} \psi$ (Trig. S. XIII. 27.)

$$x = \frac{ac}{b-a} \cdot \frac{\text{Sin. } \psi}{\cos. \psi} \cdot \text{tang. } \frac{1}{2} \psi$$

$$= \frac{ac}{b-a} \text{ tang. } \psi \text{ tang. } \frac{1}{2} \psi$$

IX. Man



IX. Man setze aber, es sey b kleiner als a , mithin $b-a$ eine negative Grösse, so verwandelt sich erstlich der Werth von

$$x \text{ in } \frac{c}{a-b} \left(a - \sqrt{a^2 - \frac{2(a-b)p}{c}} \right)$$

Man setze nun in (Trig. S. XVI. 1.) das dortige $B^2 = a^2$ und $A^2 = \frac{2(a-b)p}{c}$, und suche einen Winkel $\downarrow$ dessen Sinus $= \frac{A}{B} = \frac{\sqrt{2(a-b)p}}{a\sqrt{c}}$; so wird die Wurzelgrösse $\sqrt{a^2 - \frac{2(a-b)p}{c}} = a \cos. \downarrow = y$ (IV.)

Mithin $x = \frac{ac}{a-b} (1 - \cos. \downarrow)$ oder

$$x = \frac{ac}{a-b} \sin. \downarrow \text{ tang. } \frac{1}{2} \downarrow. (\text{Trig. S. XIII. 27.})$$

X. Exemp. Es sey $b=364'$; $a=216'$; $c=240'$; Von dem Trapezio, dessen Inhalt solchergestalt 69600 Quadr. Füsse hielte, sollte man ein Stück abschneiden, dessen Inhalt $p=34800$ Q. F. wäre.

Es ist also $b-a=148'$. Weil nun b grösser als a , so wird x nach der Formel (VIII.) berechnet.



Erst für den Winkel $\downarrow$ ist

$$\log. \tan. \downarrow = \frac{1}{2} (l. 2p + l. (b-a)) - (l. a + \frac{1}{2} \log. c)$$

log. 2 p = 4,84260	log. a = 2,33445
log. (b-a) = 2,17026	$\frac{1}{2} l. c = 1,19010$
7,01286	3,52455
halb = 3,50643	
abgezogen = 3,52455	

$$\log. \tan. \downarrow = 9,98188 - 10; \text{ also } \downarrow = 43^\circ.48'$$

$$l. \tan. \frac{1}{2} \downarrow = 9,60422 - 10$$

$$\log. a = 2,33445$$

$$\log. c = 2,38021$$

$$4,30076$$

$$\text{abgez. } (l. b-a) = 2,17026$$

$$\log. x = 2,13050$$

$$\text{Also } x = 135,07$$

Wenn man also in (Fig. XL.) $AF = 135'$ nimmt, und durch F mit AB parallel zieht, so ist das Trapezium ABHE = dem gegebenen Inhalte p.

XI. Bei einer Zeichnung, wo es immer erlaubt ist, das Unbemerkbare wegzulassen, ist es zureichend, den Winkel $\downarrow$ nur bis auf die Minuten, so wie man ihn unmittelbar in den Sinustafeln findet, zu nehmen.

Die Secunden nach der gewöhnlichen Art, durch Proportionaltheile zu suchen, würde hier

hier sehr überflüssig seyn, weil sie auf den Werth von x einen so geringen Einfluß haben, daß der Fehler auf dem verjüngten Maasstabe, von welchen man nachher das berechnete x abtrüge, völlig unmerklich ist. Aus eben der Ursache ist es auch nicht nöthig, aus den Tafeln, die Logarithmen, weiter als bis auf 5 Decimalstellen zu nehmen.

XII. Der Werth von $y=a$ Sec. $\downarrow$ würde für (X.) $= 299,2$.

Verzeichnung der Formeln.

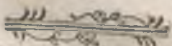
§. 309. I. Die Berechnung des Werthes von x im vorigen §. bleibt indessen für die Ausübung noch immer etwas beschwerlich. Ich werde also zeigen, wie man ihr durch eine Konstruktion zu Hülfe kommen könne.

II. Man berechne erstlich die Höhe eines Dreiecks, dessen Grundlinie $= AC = c$, und der Inhalt $= p$ wäre. Nennet man diese Höhe $= m$, so muß seyn $\frac{mc}{2} = p$, also $m = \frac{2p}{c}$.

III. Folglich (§. 308. V.)

$$x = \frac{c}{b-a} \left(-a + \sqrt{(b-a)m + a^2} \right)$$

IV. Man



IV. Man verlängere also AB auf beyden Seiten, und nehme (Fig. XL.) $Ab = m$ (II); $Bd = DC$, so ist $Ad = b - a$; Man halbiere bd bey e , und durchschneide mit $ef = ed = eb$, das heraufwärts verlängerte Perpendikel GA.

Die Weite von B nach f , trage man von B nach ϕ , und ziehe durch ϕ mit DB eine Parallele, welche AC in H durchschneidet, so wird H der Punkt seyn, durch welchen mit CD eine Parallele HE, von dem ganzen Trapezio ABCD, das gegebene Stück $p = AHBE$ abschneiden wird.

V. Bew. Es kommt darauf an, darzutun, daß die Höhe AF des gefundenen Trapezii AHBE, dem Werthe von x in III. gleich ist. Dis erhellet so:

VI. Weil $Ab = m$; $Ad = b - a$ (IV.) und die drey Punkte d, f, b , in einem Halbkreise liegen (IV.), so ist Af die mittlere geometrische Proportionallinie zwischen Ad, und Ab, oder zwischen m , und $b - a$; mithin

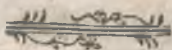
$$m : Af = Af : b - a$$

oder $Af^2 = m \cdot (b - a).$

VII. Nun ist in dem rechtwinklichten Dreiecke Baf; $Bf^2 = Af^2 + AB^2 = (b - a)m + a^2$. (VI.) also

$$Bf = \sqrt{(b - a)m + a^2}$$

VIII.



VIII. Nun wurde $B\Phi = Bf$ gemacht (IV).
Mithin ist

$$A\Phi = B\Phi - BA = -a + \sqrt{(b-a)m + a^2}$$

IX. Weil nun ΦH mit BD , oder mit AM parallel läuft, so ist $HL = A\Phi$ und

$$CM : HL = AG : AF \text{ oder (VIII.)}$$

$$b-a : -a + \sqrt{(b-a)m + a^2} = c : AF$$

$$\text{Mithin } AF = \frac{c}{b-a} \left(-a + \sqrt{(b-a)m + a^2} \right) \\ = x \text{ (III.).}$$

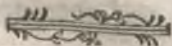
X. Es ist also bey der bisherigen Konstruktion nichts zu berechnen als die Grösse $m = \frac{2p}{c}$; welches ohne viel Mühe geschehen kan. So wäre z. E. für die Grössen p und c aus §. 308. X.

$$m = \frac{2p}{c} = \frac{69600}{240} = 290'$$

Welche Grösse man nach dem verjüngten Maasstabe nach welchen das Trapezium aufgetragen worden, von A bis b trägt.

Zus. I. Wenn vorgegeben wäre, was das Trapezium $ABHE$ für ein Theil des ganzen $ABCD$ seyn sollte, so wird die Bestimmung des Werthes von m (X) noch einfacher. Gesetzt p sollte $\frac{v}{n}$ des Trapezii $ABCD$ seyn.

Weil



Weil nun Trapez. $ABCD = \frac{a+b}{2} \cdot c$; so wäre

$$p = \frac{v \cdot (a+b)c}{2n}; \text{ mithin}$$

$$m = \frac{v \cdot (a+b)}{n}$$

Man theile also die Summe der beyden Seiten $AB+CD$ in n gleiche Theile, nehme v dergleichen Theile, so hat man m , oder bey der Konstruktion die Linie Ab .

Sollte z. E. $p = \frac{1}{2} ABCD$ seyn so wäre $\frac{v}{n} = \frac{1}{2}$; folglich $Ab = m = \frac{AB+CD}{2}$. wo man also AB von D nach K trüge und CK halbirte.

Zus. II. Die Konstruktion §. 309. gilt nur für den Fall, wenn b grösser ist als a .

Wäre aber (Fig. XLI.) b kleiner als a , so würde die Konstruktion nach der Formel §. 307. IX. auf folgende Art aussehen.

Man mache wie vorhin, $Bd = DC = b$; und $Ab = m = \frac{2p}{c}$. (M. S. auch Zus. I.)

Halbire bd bey e , und durchschneide wie vorhin das aufwärts verlängerte Perpendikel GA bey f , mit $ef = eb = ed$.

So ist wiederum $Ab : Af = Af : Ad$ mithin $Af^2 = (a-b) m$.

Aus

Aus f durchschneide man AB mit fg = AB = a; so ist

$$Ag = \sqrt{(fg^2 - Af^2)} = \sqrt{(a^2 - (a-b)m)}$$

also $Bg = a - Ag = a - \sqrt{(a^2 - (a-b)m)}$.

Nimmt man endlich $B\phi = Ag$; und zieht durch ϕ mit BD die Parallele ϕH , so wird wie vorhin (§. 309. IV.), die Parallele mit AB durch H, das verlangte Trapezium ABHE = p abschneiden.

§. 310. Aufgabe. Ein vorgegebenes dreneckiges Feld, ACD, (Fig. XLII.) Tab. IV. durch Linien, die mit einer Seite desselben CD parallel laufen, in eine beliebige Anzahl gleicher oder ungleicher Theile zu theilen.

Aufl. I. Die Grundlinie CD des Dreiecks ACD heisse b, die Höhe AG = c.

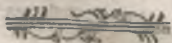
II. Gesezt, von dem Dreiecke solle durch HE, die mit CD parallel ist, ein Stück AHE abgeschnitten werden, dessen Inhalt = p. Wie groß wird man AF = x nehmen müssen?

III. Man setze in dem bisher §. 308 u. f. betrachteten Trapezio ABCD (Fig. XL.) falle der Punkt B mit A zusammen, oder es sey BA oder a = 0, so stellet das Trapezium ein Dreieck

Dritter Theil,

P

ect



eck vor, dessen Grundlinie $= b$, und die Höhe $= c$.

IV. Man setze also in der Formel §. (308. IV.) $a=0$, so wird in dem Dreiecke CAD (Fig. XLII.)

$$AF = x = \frac{c}{b} \sqrt{\frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{c^2}{b^2} \cdot \frac{2bp}{c}} = \sqrt{\frac{2cp}{b}}$$

mithin $\log. x = \frac{1}{2} (\log. 2 + 1. c + 1. p - 1. b)$, welches also leicht zu berechnen ist.

Zus. I. Sollte das Dreieck ACD in lauter gleiche Theile durch Parallellinien HE, IK, getheilet werden, so erwäge man folgendes:

Gesetzt ACD solle 3. E. in drey gleiche Theile getheilet werden. Es solle also $AHE = \frac{1}{3} ACD$, und $AIK = \frac{2}{3} ACD$ seyn, so ist in der Formel (IV.) erstlich $p = \frac{1}{3} ACD = \frac{1}{3} \cdot \frac{bc}{2}$; mithin $AF = \sqrt{\frac{2c}{b} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{c^2}{2}}$.

Zweitens für das Stück $AIK = \frac{2}{3} ABC$; ist in der Formel (IV.) $p = \frac{2}{3} ABC = \frac{2}{3} \cdot \frac{bc}{2}$ mithin $AL = \sqrt{\frac{2c}{b} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{bc}{2}} = \sqrt{\frac{2}{3} c^2}$.

So finden sich also durch Berechnung der Werthe AF, AL, die Punkte F und L durch welche man mit CD Parallelen zieht, um



um $AHE = \frac{1}{3}ACD$; und $HEIK = \frac{1}{3}ACD$
 folglich auch $IKCD = \frac{1}{3}ACD$ zu erhalten.

So wird auf eine ähnliche Art erhellen,
 daß wenn ein Dreyeck in n gleiche Theile
 getheilt werden sollte, nach der Ordnung die
 Werthe

$$AF = \sqrt{\frac{ca}{n}}$$

$$AL = \sqrt{\frac{2ca}{n}}$$

$$AG = \sqrt{\frac{3ca}{n}}$$

u. s. w.

berechnet, und nach dem verjüngten Maas-
 staabe abgetragen werden müssen. Daß
 alles durch Logarithmen berechnet wird, ver-
 stehet sich von selbst.

Die Art die Parallelen HE , IK u. s. w.
 ohne Rechnung durch bloße Konstruktion zu
 finden, werde ich in der Folge erläutern.

§. 311. Aufgabe. Von einer vorgebe-
 nen Figur MN (Fig. XLIII.) Stücke Mvn ,
 $vnpq$, abzuschneiden, die einen gegebenen
 Inhalt haben, und deren Scheidungslinien,
 vn , pq mit einer gegebenen Linie MS pa-
 rallel laufen.

Aufl. I. Man ziehe durch alle Winkel-
 punkte der Figur nach der Ordnung mit MS



Parallelen A, B, C, D u. s. w. nach Anweisung der punktirten Linien, und bemerke deren Durchschnitte a, b, c, d u. s. w. auf einer Linie SW, die auf MS senkrecht steht.

II. Man messe alle Parallelen A, B, C, D u. s. w. und von a angerechnet, die Entfernungen $ab = a$; $ac = b$, $ad = c$, $ae = d$ u. s. w.

III. So kan man daraus nach der Ordnung die Trapezien I, II, III, IV, u. s. w. berechnen, wozu man sich hier der Formel (§. 276. Zus. I.) bediene.

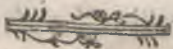
IV. Man addire zum ersten Dreieck oder Trapezio das zweyte Trapezium, und schreibe die Summe besonders; Zu dieser Summe, addire man das dritte Trapezium, und schreibe die Summe wieder besonders u. s. w. Mit einem Worte, man berechne nach der Ordnung folgende Summen der Trapezien:

$$\begin{array}{rcl} \text{I} & = & S^{\text{I}} \\ \text{I} + \text{II} & = & S^{\text{II}} \\ \text{I} + \text{II} + \text{III} & = & S^{\text{III}} \\ \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} & = & S^{\text{IV}} \end{array}$$

V. Gesezt nun das abzuschneidende Stück Fläche Mvn solle den Inhalt p haben.

VI. Man suche unter den Summen (IV) diejenige aus, welche zunächst kleiner als p ist.

Ge



Gesetzt Siv sey 3. E. zunächst kleiner als p .

So weiß man daraus, daß die Scheidungslinie vn zwischen die beiden Parallelen D, E , des Trapezii V , nothwendig fallen muß, und so in andern Fällen.

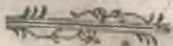
VII. Der Unterschied $p - Siv$, giebt das Stück Fläche mwn , welches man an Siv anhängen muß, damit man das gesuchte Stück $Mvn = p$ erhalte.

VIII. Oder, welches auf eins hinausläuft, von dem Trapezio V oder von mwn , dessen gegen einanderüber stehende Parallelen D und E , und deren Abstand $af = ae = e - d$ (II.) bekannt sind, muß durch die Parallele vn , ein Stück mwn , dessen Inhalt $= p - Siv$, abgeschnitten werden.

IX. Schneidet also die Scheidungslinie nv , das Perpendikel SW bey z , so muß man die Weite ez , der beyden Parallelen $m.w, vn$, nach den Formeln (§. 308.) berechnen, wo denn die dortigen Größen

hier $D \mid E \mid e - d \mid p - Siv \mid ez$
bedeuten.

Wenn übrigens D kleiner ist als E , so bedienet man sich der Formel (§. 308. VII.). Im andern Falle aber der (§. 308. IX.).



X. Was ich bisher blos zur Erläuterung von der Scheidungslinie vn , welche zwischen die Parallelen D, E , fällt, gesagt habe, gilt überhaupt, die Scheidungslinie mag zwischen welche Parallelen man will, fallen, welches denn allemal aus (VI) beurtheilt wird.

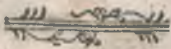
XI. Das andere Stück $vnpq$ abzuschnelden, verfährt man eben so.

Nur wird dieses Stück's Inhalt vorher zu des erstern Mvn Inhalt addirt, und das ganze Stück Mqp auf einmal abgeschnitten. So wie man denn überhaupt, wenn von einer Figur mehrere Theile abgeschnitten werden sollen, niemals jeden Theil besonders bestimmt, sondern allemal erst den ersten Theil abschneidet, dann die Summe des ersten und zweiten, hierauf die Summe der erstern drey u. s. w. Diß geschieht, um die Anhäufung der Fehler zu vermeiden, die aus der unmittelbaren Aneinandersehung einzelner Stücke zu befürchten wären.

Pr e m p e l.

XII. Es seyen in der vorgegebenen Figur nach der Ordnung die Parallelen A, B u. s. w. und die Weiten a, b, c u. s. w. folgende:

$A =$



A =	120'	ab =	20 =	a
B =	154	ac =	33 =	b
C =	200	ad =	75 =	c
D =	212'	ae =	90 =	d
E =	240	af =	176 =	e
F =	220	ag =	250 =	f
G =	205	ah =	275 =	g
		ai =	317 =	h

so findet man daraus nach der Ordnung
das Dreieck I = Si = 1200 Qu. Fuß.

$$\text{Trapez. II} = \underline{1781}$$

$$\text{also Si} = 2981$$

$$\text{Trapez. III} = \underline{7434}$$

$$\text{SIII} = 10415$$

$$\text{Trapez. IV} = \underline{3090}$$

$$\text{SIV} = 13505$$

$$\text{Trapez. V} = \underline{19436}$$

$$\text{SV} = 32941$$

$$\text{Trapez. VI} = \underline{17020}$$

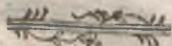
$$\text{SVI} = 49961$$

$$\text{Trapez. VII} = \underline{5312}$$

$$\text{SVII} = 55273$$

$$\text{Dreieck VIII} = \underline{4305}$$

$$\text{SVIII} = 59578 = \text{Inh. d. Fig.}$$



XIII. Gesezt nun von dieser Figur sollen folgende Stücke

$$M v n = p = 25627 \text{ Qu. Fuß}$$

$$v n p q = p' = 28380$$

abgeschnitten werden.

XIV. So schneidet man erstlich 25627 Q. Fuß, und hierauf $p + p' = 25627 + 28380 = 54007$ Q. Fuß vom Anfange M angerechnet, von der Figur ab.

IV. Für den ersten Theil 25627 Q. F. siehet man, daß von obigen Summen der Trapezien, die Summe der ersten viere, nemlich $S_{IV} = 13505$ zunächst kleiner ist als 25627; also muß die Theilungslinie $v n$, zwischen D und E, also zwischen 212', und 240' fallen.

Um deren Abstand von D zu finden, so ist $p - S_{IV} = 12122$ (in §. 308. VII. $= p$)

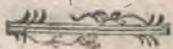
$$D = 212 \text{ (daselbst } = a)$$

$$E = 240 \text{ (daselbst } = b)$$

$$e - d = 86 \text{ (daselbst } = c)$$

Diese Werthe demnach in die erwähnte Formel substituirt, gehen $x = 56,7$, oder in gegenwärtiger Figur die Weite $e z$.

Nimmt man also $e z = 56,7$ oder beynahe 57 Fuß, und ziehet durch z die Parallele



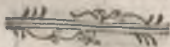
rallele vn , so ist das erste Stück $Mvn = 25627$ Q. F. abgeschnitten.

XVI. Eben so ist für das zweyte Stück 54007 (XIV) die Summe $S = 49961$ zunächſt kleiner; der Unterschied ist $= 4046$, und die Scheidungslinie pq muß zwischen $F = 220$ und $G = 205$ (XII) fallen. Um deren Abstand von der Parallele F zu finden, so muß man, weil F gröſſer iſt als G , nach der Formel (§. 308. IX.) rechnen, in welcher $a = 220$, $b = 205$, $p = 4046$ und $c = 25$ nemlich $= ah - ag = g - f$ (XII).

So findet ſich $x = 18, 8$, oder beynähe $= 19$.

Man nehme alſo in der Figur die Weite $gy = 19$ Fuß, und ziehe durch y die Parallele pq , ſo iſt das Stück $Mpq = 54007$; Miſſhin auch $vpnq = 28380$ (XIII), wie verlangt wurde.

Zuſ. Es kan ſich eraugnen, daß die Trapezien wie z. E. m w r t, in welche eine Theilungslinie wie vn fällt, entweder völlig Parallelogramme ſind, oder ſehr wenig davon abweichen. In beyden Fällen braucht man die Rechnung des Abſtandes der Scheidungslinie vn von der nächſtvorhergehenden Parallele D , nicht nach den Formeln (§. 208.) zu



führen, sondern, weil alsdann das Stück wie $m v n$ auch als ein Parallelogramm zu betrachten ist, dessen Inhalt (VII.) und Grundlinie $m w = D$, gegeben sind, so findet man die Höhe dieses Parallelogramms, wenn man geradehin den Inhalt mit der Grundlinie dividirt.

So käme in obigen Beispiele, das Trapezium $m w r t$ als ein Parallelogramm betrachtet, die Höhe $c z$ oder x (XV.) $= \frac{p - S^{IV}}{D} = \frac{12122}{212} = 57, 1$, welches von dem obigen Werthe 56, 7, um eine für die Ausübung unbeträchtliche Grösse unterschieden ist.

Begreiflich wird der Fehler desto geringer seyn, je kleiner der Unterschied zwischen den beiden Parallelen, zwischen denen die gesuchte Theilungslinie fällt, ist, auch je weniger der Unterschied wie $p - S^{IV}$ beträgt.

In obigem Beispiele ist $E - D = 28$, also ohngefähr $= \frac{1}{8} D$. Ferner $m v n$ oder $p - S^{IV} = 12122$; also ohngefähr $\frac{1}{2}$ des Trapezii $m r w t$; Und dennoch fand sich, $m v n$ als ein vollkommenes Parallelogramm betrachtet, nur ein geringer Fehler in der Bestimmung des Werthes von x .

Man kan demnach sagen; Wenn der Unterschied zweier Parallelen, wie D und E , nicht grösser

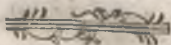
größer ist, als ohngefähr $\frac{1}{2}$ der Parallele D, und das von dem Trap. m w r t abzuschneidende Stück m v w n, nicht über $\frac{1}{2}$ des Trap. m w r t beträgt, so ist es erlaubt, die Höhe des abzuschneidenden Stücks, geradehin durch eine Division der Grundlinie in den Inhalt des Stücks, zu berechnen, und der Fehler den man dadurch begehet, wird für die Ausübung unbeträchtlich seyn.

Auf diese Art kan man oft Rechnungen ersparen, die man sonst umständlicher nach den Formeln (§. 308.) zu führen hätte.

Eben so wäre z. E. auch für die zweite Scheidungslinie p q, der Abstand von der Parallele $F = \frac{4016}{220} = 18,4$ welches von obigen wahren Werthe 18,8 (XVI.) wieder nur um eine Kleinigkeit unterschieden ist.

Anmerkungen über gewisse Unbequemlichkeiten bey Figuren mit sehr einwärts gehenden Winkeln.

§. 312. Wenn eine Figur wie $\alpha\beta\gamma\dots\downarrow\alpha$ (Fig. XLIV.) sehr einwärts gehende Winkel hat, so kommen bey Theilungen deren Scheidungslinien mit einer gegebenen parallel laufen sollen, oft sehr ungestaltete Figuren heraus,



aus; αS sey z. E. die Linie mit der die Scheidungslinien, der von der Figur abzuschneidenden Stücke, parallel laufen sollen. Es sey erstlich durch Linien, welche nun mit αS parallel gezogen werden, die ganze Figur wieder in lauter Dreiecke und Trapezien zerlegt. Gegenwärtig kommen ausser den Trapezien vier Dreiecke; I. V. VI. VIII. zum Vorschein. Diese nebst den Trapezien, werden nun aus den gemessenen Parallelen und dem Abstände derselben berechnet, und nach der Ordnung der numerirten Inhalte I, II, III u. s. w. zusammen addirt, um wie im vorhergehenden §. die Summen S^I , S^{II} , S^{III} u. s. w. zu erhalten.

Gesetzt nun von dieser Figur solle ein Stück Fläche $= P$ abgeschnitten werden. Man finde die Summe S^V zunächst kleiner als P .

Den Unterschied $P - S^V$ würde man also hier in das Dreieck VI. hineinzutragen haben, d. h. an die Grundlinie dieses Dreiecks. Dr müste man ein Trapezium $drqn$ setzen, dessen Inhalt $= P - S^V$.

Die Höhe dieses Trapezii fände man nach der Formel (§. 308.), in welcher $b = dr$; $P =$ dem Inhalte des Trapezii $drqn$, $c =$ der Höhe des Dreiecks VI, und $a = 0$, gesetzt werden müste.

So

So erhielt man demnächst die Figur $\alpha\beta\gamma\delta\eta\kappa\mu\lambda\alpha$ = dem gegebenen Inhalte P. Ein Stück Fläche also, von einem sehr unordentlichen Umfange.

Hieben eräugnete sich aber noch eine größere Unbequemlichkeit. Die Person nemlich, welche das übrige von der ganzen Figur bekommen sollte, würde das Dreieck $\varepsilon\eta\kappa$ + dem Stücke $\eta\zeta\phi\mu$ erhalten; welches also gar ein paar von einander abgeforderte Theile wären, welches bey deren Benutzung auf dem Felde grosse Unbequemlichkeit gäbe. Diese und andere Unbequemlichkeiten sind bey Figuren, mit sehr einwärts gehenden Winkeln oft nicht zu vermeiden, vorausgesetzt, daß die Scheidungslinie wie $\eta\kappa$, nothwendig mit einer gegebenen $\alpha\delta$ parallel laufen soll.

Hängt es aber von der Willkühr des Feldmessers ab, die Theilung so zu bewerkstelligen, wie sie für jeden Interessenten am bequemsten ausfällt, so kan er oft die Linien, mit der die Theilungen parallel gehen sollen, so wählen, daß oben erwähnte Unbequemlichkeiten grossentheils gehoben werden.

So z. E. würden wenigstens keine abgeforderte Stücke, wie vorhin, zum Vorschein kommen, wenn man die Theilungen mit der Richtung $\delta\omega$ parallel nähme.

Nach



Nach dem Augenmaasse und einiger vorläufigen Ueberlegung wird es dem Feldmesser nicht schwer zu beurtheilen seyn, mit welcher Richtung in einer vorgegebenen Figur die Theilungen am bequemsten und schicklichsten parallel gehen.

Freychlich giebt es Figuren, wo sich keine Theilung mit irgend einer Linie parallel machen läßt, ohne daß abgesonderte Stücke zum Vorschein kämen. — In solchen Fällen kan man aber oft die Figur schicklicher durch andere Linien theilen, die nicht mit einander parallel laufen. —

In der Ausübung kommen indessen so unordentliche Plätze, wenigstens bey Theilungen der Aecker und Wiesenstücke, so häufig nicht vor. — Daher halte ich das bisher bengebrachte für zureichend.

§. 313. *Aufg.* Eine krummlinigte Figur durch Parallellinien in gewisse Theile einzutheilen, oder Stücke vorgegebenen Inhaltes davon abzuschneiden.

Aufl. Dieses Verfahren ist wesentlich von dem im vorhergehenden §. nicht unterschieden. — Vorausgesetzt, daß man kleine Theile des Umfangs als geradlinigt ansehen darf.

Eine

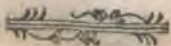
Eine grosse Bequemlichkeit ist es bey der Theilung krummlinigter Flächen, wenn man den Parallelen, wie A, B u. s. w., wodurch die krummlinigte Figur in Drehecke und Trapezien zerlegt wird, durchgehends gleichen Abstand giebt, und man solchen allemal eine oder mehrere ganze Ruthen groß nimmt, je nachdem die Parallelen nahe oder weit von einander seyn dürfen. Als denn werden nemlich die einzelnen Trapezien I. II. u. s. w. und deren Summen S', S'' u. s. w. ohne viele Rechnung nach (§. 286. II. III.) gefunden.

Wenn man z. E. die Parallelen nur eine Ruthe von einander nimmt, so wird die Fläche I. Fig. XLIII. geradehin $= \frac{1}{2} A$ Quadr. Ruthen; das Trapez. II. $= \frac{1}{2} A + \frac{1}{2} B$ Quadr. Ruthen u. s. w. also

$$\begin{array}{rcll}
 S_I & = & I & = \frac{1}{2} A \text{ Quadratruthen.} \\
 \text{Trapez. II.} & = & \frac{1}{2} A + \frac{1}{2} B & \text{---} \text{---} \\
 \text{also } S_{II} & = & A + \frac{1}{2} B & \text{---} \text{---} \\
 \text{Trapez. III.} & = & \frac{1}{2} B + \frac{1}{2} C & \text{---} \text{---} \\
 \text{also } S_{III} & = & A + B + \frac{1}{2} C & \text{---} \text{---} \\
 & & \text{u. s. w.} &
 \end{array}$$

Wo also diese Summen mit dem von der krummlinigten Figur abzuschneidenden Stücke p zu vergleichen, und die Theilungslinie wie vn im vorhergehenden §. zu bestimmen ist.

Näh



Nähme man den Abstand der Parallelen
 $= 2$ Ruthen, so würde in Quadratruthen

die Fläche I $= \frac{1}{2} A \cdot 2^{\circ} = A$ Qu. Ruth.

Trap. II $= \frac{1}{2} (A+B) 2^{\circ} = A+B$ — —

also S^I $= \frac{2 A+B}{2} = A + \frac{B}{2}$ — —

III $= \frac{B+C}{2}$ — —

also S^{III} $= \frac{2 A + 2 B + C}{2} = A + B + \frac{C}{2}$ — —

u. s. w.

Schuhe und Zolle, welche die gemessenen
 Parallelen A, B u. s. w. enthalten, muß man
 hieben als Decimaltheile von Ruthen betrach-
 ten, wo denn die in S^I, S^{II} u. s. w. kommen-
 den Decimalstellen, sich auf Quadratruthen
 beziehen.

§. 314. Aufgabe. Eine vorgegebene Fi-
 gur ABCDEF (Fig. XLV.) deren Inhalt be-
 kannt, z. E. $= 115860$ Q. Schuhe ist, so
 zu theilen, daß die Theilungslinien, alle an
 eine gegebene Seite AB der Figur anstossen.

Aufl. I. Gesezt, die Figur solle man in
 3 Theile theilen, z. E. $p = 38620$; $p' =$
 30896 ; $p'' = 46344$.

II. Man schneide also von B nach A das
 Stück BMSDCB $= p = 38620$ Q. S. ab.

Dann mache man das Stück NREDCBN
 $= p + p' = 69516$ Q. S. so wird durch die
 Linien

Linien MS, NR die Theilung geschehen seyn,
so daß $BMSDCB = p$, $MNRES = p'$
und $NARF = p''$.

III. Die Lage der Scheidungslinien MS,
NR zu finden, so müssen die Punkte M, N
auf AB gegeben seyn, durch welche die er-
wähnten Linien gehen sollen.

IV. Ich will hier annehmen, daß sich
BM, MN, NA verhalten sollen, wie die zu-
gehörigen Stücke p, p', p'' . (I).

Man messe also AB, nach dem bey der
Figur zum Grunde liegenden verjüngten
Maasstabe.

Ich finde $AB = 288$ Schuhe.

V. So wird unter der Voraussetzung
(IV.) durch die Regel de Tri gefunden $BM =$
 96 ; $MN = 76 \frac{4}{5}$; mithin von selbst $NA =$
 $115 \frac{1}{5}$.

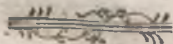
VI. Ich mache also nach dem verjüngten
Maasstabe $BM = 96$, $BN = 96 + 76 \frac{4}{5} =$
 $172 \frac{4}{5}$, so sind erstlich die Punkte M, N mit
der gehörigen Richtigkeit bestimmt.

VII. Um nun die Lage von MS zu fin-
den, so ziehe man aus M, die Diagonalen
MC, MD u. s. w. und berechne nach der
Ordnung die Dreyecke BMC, CMD, DME
u. s. w. so wird sich aus den Summen

Dritter Theil,

Q

S =



$$S = BMC$$

$$S^I = BMC + CMD$$

$$S^{II} = BMC + CMD + DME$$

u. s. w.

beurtheilen lassen, zwischen welche Diagonalen MS fallen muß.

Ich finde $BMC + CMD = 24531$ Q. S. zunächst kleiner als $p = 38620$.

Also wird MS zwischen den Diagonalen MD, ME liegen müssen; d. h. an das Viereck MDCB, dessen Inhalt $= 24531$, wird ein Dreieck DMS gesetzt werden müssen, dessen Inhalt $= 38620 - 24531 = 14089$ Quadr. Sch.

Die Grundlinie dieses Dreiecks ist MD. Diese finde ich $= 232'$. Die Höhe desselben zu berechnen, so muß man bekanntlich den doppelten Inhalt mit der ganzen Grundlinie oder den einfachen Inhalt mit der halben Grundlinie dividiren. Diß giebt die Höhe des Dreiecks $= \frac{14089}{116} = 121,4$ benähe 121'.

VIII. Man mache also senkrecht auf MD die Linie ar $= 121'$. Ziehe durch r mit MD eine Parallele, so wird diese auf DE den Punkt S abschneiden, wo MS gezogen, das Dreieck MDS $= 14089$, mithin die Figur

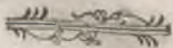
Figur $BMSDCB = p = 38620$ Quadr.
Sch. wird.

VIII. Auf eben die Art findet man die Theilungslinie NR . Die Fläche $MDCB$ ist schon bekannt $= 24531$ (VII). Hierzu addire man nach der Ordnung die Dreiecke NDM , NDC u. s. w. welche sich durch Ziehung der Diagonalen ND , NE u. s. w. ergeben; so findet sich die Fläche $NEDCBN = 62215$ zunächst kleiner als $p + p' = 69516$ (II.), dergestalt, daß also die Theilungslinie NR , in das Dreieck NFE fallen muß; d. h. an $NE = 485'$, muß man ein Dreieck NRE setzen, dessen Fläche $= 69516 - 62215$ Qu. Sch. $= 7301$ Q. S.

Die Höhe dieses Dreiecks wird $= \frac{2 \cdot 7301}{485}$
 $= 30,1'$. Diese trage man von b nach s , ziehe durch s eine Parallele mit NE , welche FE in R durchschneidet. So wird das Dreieck $NRE = 7301$ Q. S. mithin die Fläche $NREDCBN = p + p'$; weil nun $MSDCBM = p$, so ist $NRESMN = p'$. $\triangle FRNA = p''$. Daß also die vorgegebene Figur in 3 Theile p , p' , p'' getheilt worden, deren Inhalte sich wie in (I.) verhalten.

Anmerkung.

§. 315. Bei dieser Art von Theilung fallen die Theilungslinien MS , NR u. s. w.
Q 2 zwar



zwar nicht parallel, aber doch in vielen Fällen immer schicklich genug, daß die abgeschnittene Stücke keine zu unordentliche Gestalt bekommen. Anwendungen dieser Theilungsart sind, wenn 3. E. längst AB ein Weiher läge, oder ein Fluß vorbeystosse, den die Interessenten des vorgegebenen Stück Feldes gemeinschaftlich nützen wollten, ohne daß einer über des andern sein Land gehen dürfte, oder wenn längst AB Gebäude lägen, von denen ein jeder Hauswirth gleich unmittelbar auf sein Feld kommen wollte, ohne nöthig zu haben seines Nachbarn Grund und Boden zu berühren u. dgl. In allen solchen Fällen werden also Theilungen vorkommen, bei denen die bisherige Aufgabe angewandt wird.

§. 316. Aufg. Ein vorgegebenes Stück Feld (Fig. XLVI.) so zu theilen, daß die Theilungslinien alle nach einem gewissen innerhalb der Figur liegenden Punkte R hinklaufen.

Aufl. I. Man ziehe aus R nach allen Ecken der Figur gerade Linien RA, RB u. s. w. und berechne nach der Ordnung die Dreiecke RAB, RBC u. s. w. nebst deren Summen.

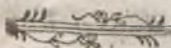
$$S = RAB$$

$$S^I = RAB + RBC$$

$$S^{II} = RAB + RBC + RCD$$

u. s. w.

II. Um



II. Die von der Figur abzuschneidenden Stücke sehen nun nach der Ordnung p, p', p'' u. s. w.

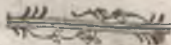
III. Man vergleiche nun erstlich p mit einer der Summen (I). Fände man z. E. S' zunächst kleiner als p , so fiele die Theilungslinie RM in das Dreieck CRD , oder zwischen RC und RD .

Man trage an RC ein Dreieck $RM C$ dessen Fläche $= p - S'$, so wird ARM der erste Theil $= p$.

IV. Die Höhe dieses Dreiecks ist $\frac{2(p-S')}{RC}$ (§. 314. VII) welche man senkrecht auf RC , von a bis r trägt, und durch r mit RC , eine Parallele zieht, welche CD in M durchschneidet; wo denn, nachdem RM gezogen ist, das Stück $ARMCB = p$ ist.

V. Eben so mache man $ABCDNRA = p + p'$; $ABCDEFORA = p + p' + p''$ u. s. w.

Aus Vergleichung der Flächen $p + p'$; $p + p' + p''$ u. s. w. mit den Summen (I.) findet sich allemal, in welche Dreiecke DRE , FRA u. s. w. die Theilungslinien RN , RO u. s. w. fallen, welche denn wie RM (IV.) bestimmt werden.



Auf diese Art ist also die vorgegebene Figur in die Theile $ARM = p$; $MRN = p'$; $NRO = p''$ u. s. w. verlangter massen getheilt.

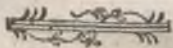
Anmerkung.

§. 317. Diese Aufgabe kan vorkommen, wenn sich 3. E. innerhalb eines unter verschiedene Personen zu theilenden Stück Feldes bey R eine Quelle befände, die einem jeden Interessenten nutzbar werden sollte, ohne daß der eine nöthig hätte, über des andern seine Felder zu gehen u. dgl.

Man sieht übrigens leicht, daß eben die Auflösung statt fände, wenn R 3. E. in dem Umfange der Figur ABC u. s. w. läge, und alle Theilungslinien nach diesem Punkte hinführen sollten.

Wäre die Figur krummlinigt, so muß man ihren Umfang als aus lauter kleinen geraden Stücken zusammen gesetzt ansehen, und eben so verfahren, woben denn freylich die Theilung etwas beschwerlicher ausfällt.

Aus dem bisherigen wird man zureichend die Gründe verstehen, die man bey Theilungen der Felder durch blosser Rechnung zu befolgen hat. Es sind hieben ein für allemal folgende zweyen Lehrsätze zu bemerken. Wenn
die



die von einem Stücke Feldes abzuschneidenden und unmittelbar neben einander liegenden Theile, p, p', p'', p''' u. s. w. heißen, so muß man nicht nach der Ordnung einen Theil nach dem andern für sich allein in die Figur tragen, sondern erstlich den Theil p , alsdann die Summen $p+p'$; $p+p'+p''$; u. s. w. alle von den nämlichen Ende der Figur an gerechnet, abschneiden. Zweytens. Müssen die Trapezien oder Drehecke, in welche man die Figur zerlegt, um wie im vorhergehenden, die Summen S, S', S'' u. s. w. zu erhalten, immer auf eine gewisse Art mit der Lage, der von der Figur abzuschneidenden Theile p, p' u. s. w. übereinstimmen, d. h. wenn die Theilungslinien der Stücke p, p' u. s. w. mit einer gegebenen Linie parallel laufen sollen, so muß die Figur auch in Trapezien zerlegt werden, die mit dieser Linie parallel gehen. Sollen alle Theilungslinien nach einem und demselben Punkte zulaufen, so muß auch die Figur aus diesem Punkte anfanglich in Drehecke zerlegt werden u. s. w. Auf diese Art werden nicht nur viele Fehler verwieden, sondern die Vergleichung der Summen S, S' u. s. w. mit den Größen $p; p+p';$ u. s. w. wird auch allemal richtig die Gränzen bestimmen, zwischen denen die Scheidungslinien der Theile p, p' u. s. w. fallen müssen, wie aus dem vorhergehenden zur Gnüge erhellet.



Zum Schlusse dieses Kapitels will ich noch folgende Aufgabe, deren ähnliche in der Ausübung häufig vorkommen, auflösen.

§. 318. Aufgabe. Es sey (Fig. XLVII.) $abcd$ ein Weiser oder so etwas; Um ihn herum liegt ein Stück Landes $ABCDE$, welches unter verschiedene Personen, so getheilt werden soll, daß die Scheidungslinien der einzelnen Theile, alle an den Umfang des Weisers $abcd$ anstossen.

Aufl. Man nehme innerhalb der Figur $abcd$ einen willkürlichen Punkt R an, und ziehe von ihm, so wohl nach allen Ecken der Figur $abcd$, als auch der $ABCDE$ gerade Linien.

Man berechne nun nach der Ordnung die Flächen $NaAn = \triangle NRA - \triangle nRa$
 $NaBm = \triangle NRB - \triangle mRa$
 u. s. w.

Und hierauf die Summen

$$S = NaAn$$

$$S' = NaAn + NaBm$$

$$S'' = NaAn + NaBm + Bmcl$$

u. s. w.

Gesetzt man wolle nun von der Linie An angerechnet, den Theil $nABvman = p$ von der Figur abschneiden.

Man.

Man vergleiche also p mit einer von den Summen S, S^1 u. s. w. so ergibt sich, zwischen welchen Linien wie Bm, lc , die Scheidungslinie mv fällt, oder an welche Linie wie Bm , man ein Dreieck Bmv setzen muß, dessen Inhalt dem Unterschiede zwischen p , und der nächst kleinern Summe S oder S^1 u. s. w. gleich ist.

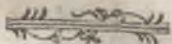
So wird man also die Lage der Scheidungslinie mv , und so einer jeden andern finden.

Mehreres brauche ich hier zur Erläuterung nicht beizubringen.

XXIX. Kapitel.

Theilungen der Felder durch bloße Zeichnung.

§. 319. Aufg. **E**in vorgegebenes Dreieck (Fig. XLVIII.) BAC , dergestalt zu theilen, daß die Theilungslinie XY mit einer gegebenen Seite BC parallel gehe, und des Stückes AXY Inhalt sich zum ganzen Dreieck ABC verhalte $= p : P$.



Aufl. I. Man setze durch die der Seite BC gegenüberliegende Spitze A eine Linie DE senkrecht auf AB, und mache $AE = AB$.

II. Man suche eine Linie $= x$ die sich gegen AB verhält $= p : P$.

Man messe also AB nach einem verjüngten Maasstabe, und schliesse nach der Regel detri

$$P : p = AB : x.$$

III. Das gefundene x trage man nach dem verjüngten Maasstabe von A und D, so ist wegen $AE = AB$

$$AD : AE = p : P.$$

IV. Ueber DE beschreibe man einen Halbkreis, welcher AB in X durchschneidet, und ziehe endlich XY mit BC parallel, so wird die Theilung geschehen seyn.

Bew. Weil XY parallel mit BC so ist das Dreieck AXY dem ABC ähnlich; mithin

$$\triangle AXY : \triangle ABC = AX^2 : AB^2 = AX^2 : AE^2.$$

$$\text{Nun ferner } AD : AX = AX : AE \text{ also} \\ AX^2 = AD \cdot AE.$$

$$\text{Mithin } \triangle AXY : \triangle ABC = AD \cdot AE : AE^2 \\ = AD : AE. \\ = p : P$$

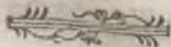
Zuf.

Zus. I. Soll ferner das Stück $XYWZ$ sich zum Inhalte des ganzen Dreiecks $= p' : P$ verhalten, und auch WZ mit BC parallel gehen, so schneide man von dem ganzen Dreiecke BAC , den Triangel WAZ ab, dessen Inhalt sich zum ganzen BAC verhält $= p + p' : P$, woben man denn wie vorhin verfährt.

Solchergestalt kan man durch Parallelen mit der Seite BC , das ganze Dreieck BAC dergestalt theilen, daß, wenn die Fläche desselben P heißt, die Stücke AXY , $XYWZ$, $WZBC$ u. s. w. nach der Ordnung die Inhalte p , p' , p'' u. s. w. bekommen.

Zus. II. Ein Dreieck BAC (Fig. XLIX. Nro 1.) dessen Höhe AD ist, dergestalt zu theilen, daß die Theile sich wie die Stücke BE , EF , FC der Grundlinie BC verhalten, und die Theilungslinien mit der Höhe AD parallel laufen, so ziehe man durch B und C , auf BC die senkrechten εd , ϕd ; Mache $Bd = BD$; $Cd = CD$, und trage das Stück BE welches linker Hand AD liegt, von B nach ε , hingegen das Stück CF , welches sich rechter Hand AD befindet, von C nach ϕ , beschreibe über εd , ϕd , Halbkreise, welche BC in e und f durchschneiden, und ziehe eg , fh , mit AD gleichlaufend, so wird die Theilung geschehen seyn.

Denn



Denn vermöge der vorhergehenden Aufgabe ist

$$\begin{aligned}\triangle B e g : \triangle B D A &= B e : B d \\ &= B E : B D\end{aligned}$$

Nun ist aber auch

$$\begin{aligned}\triangle B D A : \triangle B A C &= B D : B C \\ \text{also } \triangle B e g : \triangle B A C &= B E : B C \\ \text{Eben so } \triangle C f h : \triangle B A C &= C F : B C\end{aligned}$$

Es verhalten sich also die Dreiecke $B e g$, $C f h$ zum ganzen $B A C$, wie $B E$, $C F$ zur Grundlinie $B C$; Es folgt daraus von selbst, daß auch das mittlere Stück $e g . h f$ sich zu $B A C = E F : B C$ verhalten muß.

Es ist also das ganze Dreieck $B A C$ durch Linien $g e$, $h f$, die auf $B C$ senkrecht stehen, verlangtermaassen eingetheilt.

Zus. III. Der Beweis dieses Verfahrens (Zus. II.) gründet sich nicht darauf, daß $A D$ auf der Grundlinie $B C$ senkrecht stehe. Man könnte durch eben das Verfahren die Theilung so bewerkstelligen, daß die parallelen Theilungslinien mit einer durch A unter einem gegebenen Winkel gegen die Grundlinie $B C$ geneigten Linie $A D$ parallel liefen.

§. 320. Aufgabe. Aus einem gegebenen Punkt D in der Seite $B C$ eines Dreiecks $A B C$ (Fig. XLIX. Nro 2.) eine gerade Linie zu



zu ziehen, welche das Dreieck in einem gegebenen Verhältniß $m : n$ theile.

Aufl. I. Man theile BC bey G , so, daß $BG : GC = m : n$.

II. Durch D ziehe man DA , und durch G, GH mit DA parallel, bis solche in eine der Seiten BA, AC bey H einschneide, ziehe hierauf DH , so wird die Theilung geschehen seyn, so daß

$$BDAH : \triangle DHC = m : n$$

III. Bew. Man ziehe GA , so hat man folgende Vergleichung zwischen den in der Figur vorkommenden Dreiecken.

Wegen der Parallelen DA, GA ist erstlich

$$\triangle GHA = GHD \text{ also}$$

$$GHA + GHC = GHD + GHC \text{ oder}$$

$$AGC = DHC;$$

$$\text{Mithin } ABC : AGC = ABC : DHC$$

$$ABC - AGC : AGC = ABC - DHC : DHC$$

oder

$$BAG : AGC = BDAH : DHC;$$

$$\text{Aber } BAG : GAC = BG : GC = m : n$$

Also auch

$$BDAH : DHC = m : n.$$

§. 321. Aufgabe. Eine jede vorgegebene Figur $ABCDEFG$ (Fig. L.) durch bloße Zeichn



Zeichnung, vermittelst einer Linie $\mu\nu$ dergestalt zu theilen, daß das Stück $ABC\mu\nu GA$ einen gegebenen Inhalt $= P$ habe, und die Theilungslinie $\mu\nu$ mit einer angenommenen Richtung EM parallel laufe.

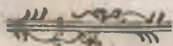
Aufl. I. Durch die beiden äußersten Punkte der Figur, oder hier durch A und E , ziehe man RE , AT der gegebenen EM parallel, und verwandele die Figur nach (§. 303.) in ein Rectangel, dessen Grundlinie, dem Abstände der beyden äußersten Parallelen AT , ER gleich ist.

II. Damit die vorgegebene Figur selbst, nicht mit vielen Linien, die zur Verwandlung und Theilung nöthig wären, verunziert werde, so ziehe man ausserhalb der Figur in zureichender Entfernung, TR senkrecht auf AT .

So wäre also erstlich TR die Grundlinie des Rectangels (I.).

Um nun das Rectangel selbst zu erhalten, so ziehe man mit RM , durch alle Winkelpunkte der Figur, die Parallelen Bb , Gg , Cc u. s. w. und bemerke auf TR , die Punkte, β , χ , γ , u. s. w. wo die Richtungen βI , χII , γIII u. s. w. als Verlängerungen, der erwähnten Parallelen Bb , Gg u. s. w. in TR einschneiden.

IV. So



IV. So sind $T\beta$, $\beta\chi$, $\chi\gamma$, u. s. die Weiten der Parallelen von einander.

V. Man halbiere nach der Ordnung AB , Ab bey 1; Bg , bG bey 2; gC , Gc bey 3 u. s. w.

So sind der Ordnung nach, die Entfernungen

$$\text{von 1 nach 1} = \frac{1}{2} Bb$$

$$\text{von 2 nach 2} = \frac{Bb + Gg}{2}$$

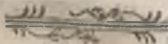
$$\text{von 3 nach 3} = \frac{Gg + Cc}{2}$$

u. s. w.

die mittlern arithmetischen Proportionalen zwischen jedem Paare nächst aufeinander folgenden Parallelen der Figur.

VI. Diese mittlern Proportionallinien trage man nun der Ordnung nach längst RM , von R nach 1, von R nach 2 u. s. w. Man ziehe von T nach 1 eine gerade Linie, welche βI in k durchschneidet, und nun ferner durch k die Linie kl mit $T2$ parallel, u. s. w. so erhält man nach und nach die Punkte k , l , m , n , o , p ; und Rp wird die Höhe des Rectangels (1.). Auch sind nach und nach die Rechtecke

TR.



$$TR. \beta k = \Delta ABb$$

$$TR. \chi l = \Delta ABb + \text{Trap. } BbGg$$

$$TR. \gamma m = \Delta ABb + \text{Tr. } BbGg + \text{Tr. } GgCc$$

VII. Gesezt nun, von der Figur solle ein Stück Fläche $= P$ abgeschnitten werden.

Man drücke den Inhalt P auch durch ein Rechteck aus, dessen Grundlinie $= TR$ wäre. d. h. man dividire P mit TR , so kommt die Höhe des Rectangels $= \frac{P}{TR}$ die ich $= h$ nennen will.

VIII. Diese Höhe fasse man mit dem Zirkel, und vergleiche sie mit einer von den Linien βk , χl , γm u. s. w.

Gesezt, man fände γm zunächst kleiner als h ; so wird also der gegebene Inhalt P , oder das Rectangel $TR. h$ zwischen die Rectangel $TR. \gamma m$ und $TR. \phi n$ fallen, d. h. die Theilungslinie μv wird in der Figur zwischen den Parallelen Cc und Ff liegen müssen.

Um also die Lage von μv zu finden, so muß man an Cc ein Trapezium $Cc\mu v$ setzen, dessen Inhalt $= P - TR. \gamma m = TR. h - TR. \gamma m = TR. (h - \gamma m) = p$ (§. 308.).

IX. Dieses muß man nach §. 309. bewerkstelligen, weil hier Cc kleiner ist als Ff .

Man

Man trage also von γ nach t die Größe h ; so ist das Stück $mt = h - \gamma m$.

Man mache $\phi r = mt$; und halbiere $\gamma \phi$ bey w . Lege an w und r ein Parallellineal und ziehe mit wr durch R eine Parallele Ry ;

so ist $w\phi : \phi r = TR : Ty$ oder

$$\frac{1}{2} \gamma \phi : h - \gamma m = TR : Ty$$

$$\text{Also } Ty = \frac{2 \cdot TR \cdot (h - \gamma m)}{\gamma \phi}$$

X. Diese solchergestalt gefundene Ty ist der Werth m (§. 308.) weil nemlich die

$$\begin{array}{c} \text{dortigen } p \\ \text{hier } TR (h - \gamma m) \end{array} \left| \begin{array}{c} c \\ \gamma \phi \end{array} \right|$$

bedeuten. $\gamma \phi$ ist nemlich der beyden nächsten Parallelen Cc , Ff Abstand.

XI. Man mache nun $\gamma n = Ty$

$$\gamma K = Ct (= a \text{ §. 308.})$$

$$Kd = \phi L = Ff (= b \text{ das.})$$

so ist $\gamma d = b - a$.

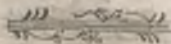
Zwischen $\gamma n = m$ (X.) und $\gamma d = b - a$, suche man eine mittlere geometrische Proportionallinie γq .

Man erhält sie; wenn man über nd einen Halbkreis beschreibt, der TR in q durchschneidet.

Dritter Theil,

R

Man



Man fasse demnachst $Kq = V(K\gamma^2 + \gamma q^2) = V(a^2 + (b-a)m)$ trage sie von K nach s, und ziehe sx parallel mit KL, so ist γx der Abstand der gesuchten Theilungslinie μv , von der nächst kleinern Parallele Cc (§. 309.) Wenn man daher durch x mit RM die Parallele μv ziehet, so ist das Stück ABC μv GA dem verlangten Inhalte P gleich.

XII. So ist also hier eine der brauchbarsten Aufgaben bey der Feldertheilung, durch bloße Zeichnung aufgelöst. Daß die bisherige Konstruktion weniger Zeit erfordert, als die arithmetische Auflösung davon (§. 311.) wird ein jeder bey der Probe selbst wahrnehmen.

XIII. Wenn mehrere Theile durch Linien welche mit MR parallel laufen, von der Figur abgeschnitten werden sollen, wenn z. E. ferner das Stück zwischen μv und $\omega \pi$ den Inhalt P' haben sollte, so weiß man, daß von A angerechnet, nur die Grösse $P + P'$ von der ganzen Figur abgeschnitten werden darf, wo denn nach der bisherigen Auflösung verfahren wird.

XIV. Bisher war Cc kleiner als Ff (IX). Die Konstruktion von IX—XII, wird nach (§. 309. 3. II.) abgeändert, im Falle die Parallele Cc grösser als Ff wäre.

XI. Wenn

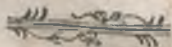
XI. Wenn Cc von Ff nur um eine geringe Grösse unterschieden wäre, so dürfte man nur durch den Punkt t (IX.) mit TR eine Parallele tz, bis an die gerade Linie mn, und dann durch den Punkt z mit RM, die parallele Scheidungslinie $\mu\nu$ ziehen. Den Beweis davon wird ein jeder leicht selbst finden.

Anmerkung.

§. 321. I. Daß die Linie TR, welche bey der Division (vorherg. §. VII.) gebraucht wurde, nach dem Maasstaabe, nach welchem die Figur ABCDEFG verzeichnet, und der Inhalt P angegeben worden ist, gemessen werden müsse, bedarf wohl kaum einer Erinnerung.

II. Es wird übrigens die Bestimmung der Scheidungslinie $\mu\nu$ desto sicherer und richtiger ausfallen, je nach einem grössern verjüngten Maasstabe die ganze Figur entworfen ist. Ueberhaupt ist dis ein für allemal zu merken, daß bey allen Theilungen, die auf dem Papiere vorgenommen werden, die Figur niemals zu klein gezeichnet seyn muß.

III. Die Anwendung dieser Aufgabe, auf die Theilung der krummlinigten Figuren, bedarf wohl keiner weitläufigern Erläuterung.



Wenn ich dabey annehme, daß man die Parallelen Bb , Cc , u. s. w. ziemlich nahe neben einander gezogen hat, so kan man meistens nur nach (vorhergeh. §. XV.) die Lage der Scheidungslinie $\mu\nu$ bestimmen, ohne daß ein für die Ausübung beträchtlicher Fehler daraus entsünde.

IV. Begreiflich kan man die ganze Konstruktion vom Xten Absatze des vorhergehenden §es angerechnet, ersparen, wenn man den Abstand der Scheidungslinie $\mu\nu$, von der Parallele Cc berechnet, nach (§. 308.); die zur Berechnung nöthigen Stücke, giebt der erwähnte Xte Absatz an. Die Zeichnung vom ersten Absatze des vorhergehenden §es bis zum Xten, dienet, das Trapezium $CcFc$, in welches $\mu\nu$ fallen muß, zu finden, ohne daß man nöthig hätte, alle einzelne Trapezien ABb , $BbGg$ u. s. w. wirklich zu berechnen, wie im 311ten §. welches allerdings bey Theilungen der Figuren, eine Ersparung der Zeit ist.

§. 322. **Lehrsatz.** Es sey (Fig. LI.) $ABCD FGH$ eine willkührliche Figur. Man verwandle sie nach (§. 296.) in ein Dreieck, dessen Grundlinie AH ist, und die Spitze in die Verlängerung der an der Grundlinie liegenden Seite HG falle, d. h. man ziehe bis an die verlängerten Seiten DC , FD u. s. w. mit den Diagonalen AC , AD , AF , AG u. s. w.

u. s. w. nach der Ordnung die Parallelen Ba, ab, bc, ca, und finde solchergestalt die Spitze des Dreiecks bey α . Durch α sey αn mit HA parallel gezogen. — Die Verlängerungen von Ba, ab, bc, schneiden αn bey δ , γ , β ; Es sey nun E ein willkürlicher Punkt innerhalb AH, und von E gedенke man sich nach den Winkelpunkten G, F u. s. w. nach der Ordnung gerade Linien gezogen, durch α ziehe man mit der ersten EG eine Parallele αe , bis an die verlängerte Seite GF: Ich behaupte, wenn man nun durch β und e eine gerade Linie βe , bis an die verlängerte Seite FD ziehet; darauf ferner durch γ und f wieder eine gerade Linie γg u. s. w. so werde auch βe , mit FE; γf mit DE u. s. w. parallel seyn.

Bew. I. Ich will erstlich darthun daß βe mit FE parallel ist.

Man ziehe durch F, die Linie Fh mit AH parallel, und verlängere AG, EG, bis solche bey h und m in Fh einschneiden.

So hat man das Dreieck FEh;

Dieses vergleiche man mit dem Dreiecke $\beta e \alpha$;

II. Weil $e\alpha$ parallel mit Eh , und Fh parallel mit AH oder mit $\alpha\beta$ gezogen worden, so ist der Winkel $EhF = e\alpha\beta$. Könnte man nun erweisen daß auch $Eh : hF = e\alpha : \alpha\beta$, so wäre das Dreieck EFh dem $e\beta\alpha$ ähnlich; Mit hin müßte auch βe mit FE parallel seyn.

III. Um die erwähnte Proportion zu erweisen, so will ich erst verschiedene Winkel, die in den Vierecken $AFGE$, $\beta c\alpha$ vorkommen, benennen, und mit einander vergleichen. Wobey man denn überlege daß, βc mit FA , αc mit GA , $\alpha\beta$ mit HA und αe mit GE parallel sind.

IV. Man nenne also

$$FAG = \beta c\alpha \text{ (III)} = \lambda$$

$$GAE = \beta\alpha c = \tau$$

$$AGE = c\alpha e = \varphi$$

$$AGF = \alpha c e = \downarrow$$

So ist auch $FhA = hAE = \tau$ (IV.) und $FmE = mhG + mGh = \tau + \varphi$.

VI. Dieses vorausgesetzt, hat man in dem Dreiecke $c\alpha e$

$\text{Sin. } c\alpha e : ce = \text{Sin. } \alpha c e : e\alpha$; also

$$e\alpha = \frac{ce \text{ Sin. } \downarrow}{\text{Sin. } \varphi} \text{ (IV.)}$$

Auch



Auch $\text{Sin. } c\alpha e : ce = \text{Sin. } ce\alpha : c\alpha$; also

$$c\alpha = \frac{ce \text{ Sin. } (\varphi + \psi)}{\text{Sin. } \varphi}.$$

VII. In dem Dreiecke $c\beta\alpha$

$$\text{Sin. } c\beta\alpha : c\alpha = \text{Sin. } \beta c\alpha : \beta\alpha$$

$$\beta\alpha = \frac{c\alpha \text{ Sin. } \lambda}{\text{Sin. } (\lambda + \tau)}$$

$$= \frac{ce \text{ Sin. } (\varphi + \psi) \text{ Sin. } \lambda}{\text{Sin. } \varphi \text{ Sin. } (\lambda + \tau)}.$$

VIII. Also aus (VI. VII.)

$$c\alpha : \alpha\beta = \text{Sin. } \psi \text{ Sin. } (\lambda + \tau) : \text{Sin. } \lambda \text{ Sin. } (\varphi + \psi)$$

IX. In dem Dreiecke $G F m$ ist der Winkel $G F m = A G F - G h F = \psi - \tau$.

$$\text{Nun Sin. } F m G : F G = \text{Sin. } F G m : F m$$

$$F m = \frac{F G \text{ Sin. } (\varphi + \psi)}{\text{Sin. } (\varphi + \tau)}$$

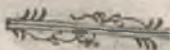
X. Ferner $\text{Sin. } F m G : F G = \text{Sin. } G F m : G m$

$$G m = \frac{F G \text{ Sin. } (\psi - \tau)}{\text{Sin. } (\varphi + \tau)} \quad (\text{IX.})$$

XI. Nun ist ferner in dem Dreiecke $F A G$

$$\text{Sin. } F A G : F G = \text{Sin. } A F G : A G$$

$$A G = \frac{F G \text{ Sin. } (\lambda + \psi)}{\text{Sin. } \lambda} \quad (\text{IV.})$$



XII. Und im Dreiecke AGE

$$\text{Sin. AEG} : \text{AG} = \text{Sin. GAE} : \text{EG}$$

$$\text{EG} = \frac{\text{AG} \cdot \text{Sin. } \tau}{\text{Sin. } (\varphi + \tau)}; \text{ (IV.)}$$

$$= \frac{\text{FG Sin. } (\lambda + \psi) \cdot \text{Sin. } \tau}{\text{Sin. } \lambda \text{ Sin. } (\varphi + \tau)}; \text{ (XI.)}$$

XIII. Mitin (X. XII.)

$$\text{Em} = \text{EG} + \text{Gm}$$

$$= \frac{\text{FG}}{\text{Sin. } (\varphi + \tau)} \left(\frac{\text{Sin. } (\lambda + \psi) \text{ Sin. } \tau}{\text{Sin. } \lambda} + \text{Sin. } (\psi - \tau) \right)$$

XIV. Also (IX. XIII.)

$$\text{Em} : \text{Fm} = \frac{\text{Sin. } (\lambda + \psi) \text{ Sin. } \tau}{\text{Sin. } \lambda} + \text{Sin. } (\psi - \tau) : \text{Sin. } (\psi + \varphi);$$

$$= \text{Sin. } (\lambda + \psi) \text{ Sin. } \tau + \text{Sin. } \lambda \text{ Sin. } (\psi - \tau) : \text{Sin. } \lambda \text{ Sin. } (\psi + \varphi)$$

XV. Aber aus (Trig. S.) ist

$$\text{Sin. } (\psi - \tau) = \text{Sin. } \psi \text{ Cos. } \tau - \text{Sin. } \tau \text{ Cos. } \psi$$

$$\text{Sin. } (\lambda + \psi) = \text{Sin. } \lambda \text{ Cos. } \psi + \text{Sin. } \psi \text{ Cos. } \lambda$$

XVI. Diese Werthe in (XIV.) substituirt geben demnach

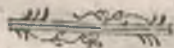
$$\text{Em} : \text{Fm} = \text{Sin. } \psi (\text{Sin. } \tau \text{ Cos. } \lambda + \text{Sin. } \lambda \text{ Cos. } \tau) : \text{Sin. } \lambda (\psi + \varphi)$$

$$= \text{Sin. } \psi \text{ Sin. } (\lambda + \tau) : \text{Sin. } \lambda \text{ Sin. } (\psi + \varphi)$$

XVII. Hieraus erhält man end'ich

$$\text{Em} : \text{Fm} = \text{ca} : \beta a; \text{ (XVI. VIII.)}$$

Es

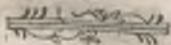


Es ist mithin βe mit FE parallel (II.)

XVIII. Es wird sich nun auch leicht erweisen lassen, daß γf mit DE parallel seyn müsse. Denn wenn man sich durch β , F , die gerade Linie βL gedenkt, so erhellet, daß in Rücksicht des Punktes γ , die Linie βL das ist, was vorhin αH in Rücksicht des Punktes β war. — Weil also eben erwiesen worden, daß βe oder βf mit EF parallel ist, so wird man völlig nach ähnlichen Schlüssen erweisen können, daß auch γf mit DE parallel seyn müsse. Man darf nur überlegen daß in dem Beweise für γf , die Linien βL , FD , EF , βf , und die Vierecke $\beta \gamma b f$, $AEDF$ das sind, was im vorigen Beweise für βe , nach eben der Ordnung die Linien αH , GF , EG , αe und die Vierecke $\alpha \beta c e$, $A EFG$ waren. Und so wird man völlig so, auch γf mit DE parallel finden.

Daraus würde man nun weiter herleiten, daß auch δg mit EC parallel seyn müsse, voraus gesetzt, daß der Punkt g nicht zwischen C und D , sondern in die Verlängerung von DC zwischen C und a fiele u. s. w.

Daß also diese Schlüsse so lange fortgesetzt werden können, bis man, wie hier



ben g , unmittelbar auf den Umfang der Figur stößt.

Geometrischer Beweis dieses Satzes.

Denen zu gefallen, die den eben geführten analytischen Erweis zu schwer finden mögen, und an dergleichen Betrachtungen nicht gewöhnt sind, will ich noch einen geometrischen beifügen.

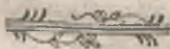
1. Nachdem man αe mit EG parallel gezogen hat, so sey nun auch ef mit EF gleichlaufend bis an die verlängerte FD und ich werde erweisen, daß die Punkte e, f , mit β in gerader Linie liegen müssen.

2. Es ist die ganze Figur $ABCDEFGH = \triangle A H \alpha$, oder wenn man $A\beta$ und $H\beta$ sich gezogen vorstellt. (Um die Figur nicht mit zu vielen Linien zu verwickeln, so ziehe ich $A\beta$ nicht wirklich aus.) $= \triangle A H \beta$.

3. Wenn man ferner durch β und F die gerade Linie βL zieht, so ist

$$\triangle A H \beta = \triangle A L \beta + \triangle H L \beta = A B C D F G H (2)$$

Weil



4. Weil Ba mit AC, ab mit AD, bβ mit AF parallel sind, so hat man auch die Figur $ABCDL = \triangle AB\beta$. (§. 296.)

5. Also aus (3)
 $ABCDL = \triangle AL\beta = \triangle HL\beta$ oder (4)
 $ABCDL = \triangle HL\beta$

d. i.

$$HGFL = \triangle HL\beta.$$

6. Man ziehe nun von e nach E eine gerade Linie, so ist hier das Viereck $EHGe = \triangle EH\alpha$, (weil nemlich αe mit EG parallel und folglich $\triangle EGe = \triangle EG\alpha$, mithin $\triangle EGe + \triangle EGH = \triangle EG\alpha + \triangle EGH = \triangle EH\beta$.)

7. Oder $ELFe + HGFL = \triangle EL\beta + \triangle HL\beta$,
 d. i. $ELFe = \triangle EL\beta$.

8. Oder $\triangle ELF + \triangle EFe = \triangle ELF + \triangle EF\beta$

d. h.

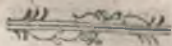
$$\triangle EFe = \triangle EF\beta.$$

9. Nun ist ef mit EF parallel (1) mithin
 $\triangle EFF = \triangle EFe$.

10. Folglich (9.8)

$$\triangle EFF = \triangle EFe = \triangle EF\beta.$$

11. Da



11. Da diese Drehecke einerley Grundlinie EF haben, und einander gleich sind, so müssen ihre Spitzen β , e, f in einer einzigen geraden Linie liegen, und weil ef mit EF parallel ist (1), so liegt also β in der Verlängerung dieser Parallele ef, oder wenn man durch β und e eine gerade Linie zieht, so muß diese mit EF parallel seyn.

12. Auf eine ähnliche Art würde man auch erweisen, daß die gerade Linie γfg , mit ED parallel seyn werde u. s. w.

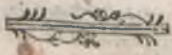
Diese merkwürdige Eigenschaft der Punkte α , β , γ , δ , u. s. w. führt nun auf eine sehr leichte Auflösung folgender Aufgabe.

§. 323. Aufg. Ueber der Linie AH befinde sich eine Figur ABCDFGH, man soll vermittlest gE, ein Stück gDFGHE von der ganzen Figur abschneiden, welches sich gegen die Figur verhalte wie HE:HA.

Aufl. I. Man verwandele nach (§. 296.) die ganze Figur, wie in voriger Aufgabe in den Triangel AH α .

II. Man gedенke sich nun das Stück EgDFGH auch in einen Triangel, dessen Grundlinie EH wäre, verwandelt.

Man



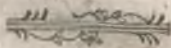
Man würde nemlich gf mit ED , fe mit EF , $e\alpha$ mit EG nach der Ordnung parallel ziehen, und so für das erwähnte Stück das Dreieck $EH\alpha$ bekommen.

III. So wird man nun leicht umgekehrt sehen, daß man den Punkt g , durch welchen die Theilungslinie gE gehen würde, dadurch fände, daß man αe mit EG ; ef mit EG , und fg mit ED parallel zöge. — die Parallelen nemlich so lange fortsetzte, bis man, wie bey g , unmittelbar auf den Umfang der Figur stiesse.

IV. Da aber das Ziehen der Parallelen etwas beschwerlich ist, so kan man vermöge der im vorigen Lehrsatze bewiesenen Eigenschaft der Punkte α, β, γ u. s. w. kürzer auf folgende Art verfahren.

Man ziehe erstlich αe mit EG parallel. — Nun aber, durch β und e , die gerade Linie βf , bis an die Verlängerung von FD , hierauf durch γ und f die gerade Linie γg bis abermals an die Verlängerung von DC u. s. w. dies Verfahren setze man so lange fort, bis man, wie hier schon bey g geschiehet, unmittelbar auf den Umfang der Figur kommt, so wird Eg die gesuchte Theilungslinie seyn.

Zuf.



Zus. I. Es erhellet, daß man solchergestalt mit äußerster Bequemlichkeit durch Hülfe der Punkte α, β, γ u. s. w. die Figur in so viel Theile theilen kan als man verlangt. Denn das Verhältniß $EH:HA$ kan seyn, welches man will.

Zus. II. Wäre der Inhalt des Stückes $EgHG = p$, der ganzen Figur $= P$, so müste man $p:P = EH:HA$ machen, welches sich allemal durch den verjüngten Maasstab bewerkstelligen läßt.

Zus. III. Die Theilungslinien wie gE , stossen solchergestalt alle an die gegebene Seite AH der Figur, und so ist die Aufgabe (§. 311.) durch bloße Zeichnung bewerkstelligt.

Anmerkung

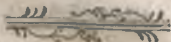
über die Punkte α, β, γ u. s. w. wenn die
 Figur sehr auswärts gehende
 Winkel hat.

§. 324. In diesem Falle können nach (§. 296.) die Linien, wie Ba, ab, bc , in deren Verlängerungen die Punkte δ, γ , u. s. w. liegen, unterweilen entweder gar nicht in die verlängerten Seiten DC, FD , u. s. w. einschneiden, oder die Punkte a, b, c , u. s. w. können so weit ausserhalb der Figur fallen, daß die Figur selbst

selbst nach (§. 296.) gar nicht in ein Dreieck verwandelt werden kan, sondern die Verwandlung nach §. 297. vorgenommen werden muß, in welchen Falle aber offenbar auch die Punkte β, γ, δ , unbestimmt bleiben. Um sie aber dennoch zu finden, und die Figur nach Verhältnissen, die man längst HA abgetragen hat, bequem theilen zu können, so verfahre man auf folgende Art.

Man nehme innerhalb AH einen Punkt E nach Gefallen. — Da nun das Dreieck AH α mithin auch der Punkt α gefunden wird, man mag die Verwandlung nach §. 296. oder nach §. 297. vornehmen, so ziehe man durch α mit EG eine Parallele αe , bis an die verlängerte Seite GF; durch e mit EF wieder eine Parallele $e f$, bis an die verlängerte Seite FD; verlängere hierauf $e f$ bis an αn , so findet sich der Punkt β . Eben so der Punkt γ , wenn man durch f mit ED eine Parallele $f g$ zieht, und sie aufwärts verlängert u. s. w. Den Punkt δ würde man aber jetzt nicht finden, weil man bey g schon auf den Umfang der Figur gekommen ist.

Um ihn zu bestimmen, muß man einen andern Punkt X der näher bey A liegt, als der zuerst angenommene E, zu Hülfe nehmen, woben man denn nur in Ueberlegung zu ziehen



hen hat, daß eine gerade Linie die man sich durch γ und D gezogen vorstellt, in Rücksicht des Punktes δ und des Umfanges ABCD eben das ist, was vorhin die gerade Linie durch α und G, in Absicht des Punktes β , und des Umfanges ABCDFG war; Um also δ zu bestimmen, so ziehe man ist durch γ mit XD eine Parallele bis an die verlängerte Seite DC, wo sie bey p einschneide. Nun durch p eine Parallele mit XC, so wird sie in den Punkt δ einschneiden. Auf diese Art kan man also durch willkürlich angenommenen Punkte, wie X und E, die zur Theilung der Figur erforderlichen Punkte β , γ , δ , u. s. w. finden, wenn man gleich die Verwandlung der Figur in ein Dreieck nach §. 297. vorzunehmen genöthigt wäre.

§. 325. Aufg. Eine Figur ABCDE (Fig. LII.) so zu theilen, daß alle Theilungslinien nach einem willkürlichen innerhalb der Figur liegenden Punkt F zulaufen.

Aufl. I. Man verwandele die Figur erst in ein Dreieck dessen Spitze bey F, und die Grundlinie längst einer Seite der Figur z. E. längst AE falle.

II. Um dieses zu leisten, verlängere man vorher alle Seiten der Figur, ausser denen beyden

benden BC , CD , die hier dem Punkte F gegenüber liegen.

II. Mit FB ziehe man Cb , und mit FA die Linie bc parallel.

III. Eben so mit FD , die Parallele Cd , und mit FE die Parallele de , so wird das Dreyeck cFe , der vorgegebenen Figur gleich seyn, wie sich leicht aus dem bisherigen herleiten läßt.

IV. Gesezt nun von der Figur solle ein Stück abgeschnitten werden, welches sich zur ganzen Figur verhielte wie $p:P$.

V. Man suche zu P , p , und der Grundlinie ce , des Dreyecks (III.) eine vierte Proportionallinie, und trage sie auf ce z. E. von A bis m , so wäre das Dreyeck AFm dem von der Figur abzuschneidenden Stücke gleich.

VI. Von diesem Dreyecke liegt aber ein Stück Enm ausserhalb der Figur.

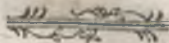
Um es in die Figur hinein zu bringen, so muß man nach der bisher gelehrtten Methode den Punkt m an den Umfang der Figur reduciren,

Man ziehe also mit FE durch m eine Parallele mr bis an die verlängerte ED , und durch r mit FD wieder eine Parallele rt .

Dritter Theil.

S

Weil



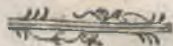
Weil hier rt unmittelbar an den Umfang der Figur stößt, so wird die gezogene Ft , das Stück $AFtDE =$ dem Dreiecke $AFm =$ dem gegebenen Inhalte (V), abschneiden.

Zus. I. Wäre die vierte Proportionallinie (V .) grösser als Ae , daß also m über e hinausfallen würde, so muß man solche längst ce so tragen, wie qm anzeigt, und hierauf die Punkte q und m , immer von einer verlängerten Seite auf die nächstfolgende reduciren, wie in (V .) bis man auf den Umfang der Figur kommt.

Zus. II. Die bisherige Auflösung gilt auch, wenn die Figur einwärts gehende Winkel hat. Nur muß man im Falle die Verwandlung der Figur in ein Dreieck nach dem 296 §. nicht angiengen, vorher nach §. 297. die einwärts gehenden Winkel weggeschafft haben.

§. 326. Aufg. Von einer Figur $ABCDE$ u. s. w. (Fig. LIII.) ein beliebiges Stück abzuschneiden, ohne daß man nöthig hat, die ganze Figur selbst vorher in einen Triangel zu verwandeln.

Ausl. I. Der abzuschneidende Inhalt heisse p ; und man setze, der verjüngte Maasstab, nach welchem die Figur auf dem Felde gezeichnet worden ist, sey gegeben. Dieses wird



wird bey gegenwärtiger Aufgabe unumgänglich erfordert.

II. Man setze die Theilungslinie Ks solle durch den Punkt k der Seite AB gehen.

III. Man verwandele den gegebenen Inhalt p in ein Dreyeck, dessen Grundlinie $= KB$ und die Spitze längst der an KB zunächst liegenden Seite BC falle.

IV. Die Höhe dieses Dreyecks wäre also $= \frac{2p}{KB}$, wo man KB nach dem verjüngten Maasstabe gemessen haben muß.

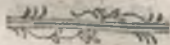
V. Diese berechnete Höhe trage man senkrecht auf KB von B bis n , und ziehe nr parallel mit AB bis an die verlängerte BC , so wird das Dreyeck KBr den gegebenen Inhalt p haben.

VI. Von diesem Dreyecke liegt nun das Stück mrC ausserhalb der Figur.

Um es in die Figur hinein zu bringen, so reducire man den Punkt r an den Umfang der Figur, indem man rt mit KC , und ts mit KD parallel ziehet, so ist, wenn man Ks ziehet, das Stück $KsDCB =$ dem Dreyecke $KrB =$ dem Inhalte p ; mithin Ks die gesuchte Theilungslinie.



Zus.



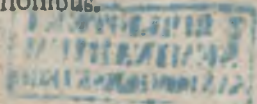
Zus. I. Man sieht leicht, daß der Punkt K nicht in der Seite AB zu liegen braucht. Er könnte nach Gefallen auch innerhalb der Figur angenommen werden, und so erhielte man die Theilung der Figur aus einem Punkte, der innerhalb der Figur läge.

Anmerkung.

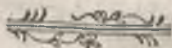
§. 327. Das bisherige wird zureichen, die gewöhnlichsten und brauchbarsten Fälle, welche in der Ausübung vorkommen können, sowohl durch Rechnung als Zeichnung aufzulösen. Daß sich in der Theorie noch mancherley andere Bedingungen gedenken lassen, welche die Theilungslinien haben sollen, ist wohl offenbar. — Allein es würde wider meine Absicht seyn, mich auf solche Fälle einzulassen, und die Abhandlung über die Theilung der Figuren könnte leicht zu einem ganzen Buche anwachsen. Daher werde ich es bey dem bisherigen bewenden lassen, und hoffe übrigens, daß, wenn in der Ausübung auch einmal ein anderer Fall vorkäme, solcher doch aus den bisherigen Gründen, nach gehöriger Ueberlegung, sich ohne Schwierigkeit werde bewerkstelligen lassen.

Schriftsteller, die man über das bisherige sonst noch nachlesen kan, sind 3. E.

Commandini tractatus de superficierum divisionibus.



Simon



Simon Stevin Geom. Præctique Lib. IV.

Clavii geometria præct. Lib. VI.

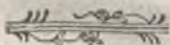
Ozanam Cours de mathématique T. III. pag. 33. von welcher Abhandlung auch eine deutsche Uebersetzung unter dem Titel: Anweisung, die geradlinigten Figuren nach einer gegebenen Verhältniß ohne Rechnung zu theilen, mit illuminirten Kupfern (Frankf. und Leipz. 1776.) herausgegeben ist.

Meines Vaters Methode findet man auch in C. S. Wilkens Entscheidung der Gränzstreitigkeiten 2c. 2c. Halle 1757.

Im Vten Bande der Abhandl. der Bayerischen Acad. d. W. findet sich auch von Herrn Alb. Euler eine Abhandlung über Theilungen der Figuren.

Ferner über die Verwandlung derselben in Herrn Lamberts Beyträgen zur Math. II. B. — Vollimbaus Anweisung zu Felder- und Landtheilungen 2c. 2c. (Hannover und Leipz. 1773).

Auch in Herrn G. R. Böhms Anleitung zur Messkunst auf dem Felde; in Herrn J. Karl Schulzens Taschenbuch zur gründlichen Anwendung der Messkunst (Berl. 1782.) und andern Schriften der praktischen



Geometrie findet man die Theilungen der Felder aus einander gesetzt.

Ich werde nun im nächstfolgenden Kapitel einige Fragen auflösen, die bey Landvertheilungen, Repartirungen u. dgl. vorkommen können, und deren Zusammenhang mit dem bisherigen gezeigt werden muß.

XXX. Kapitel.

Anwendung der bisher bengebrachten Theilungsmethoden auf mancherley im gemeinen Leben vorkommende Fälle.

§. 328. Aufgabe. Ein Grundstück, dessen Güte durchaus einestheils ist, A B C D E F (Fig. LIV.) gehöret mehreren Interessenten. Diese werden unter einander eins, ihre in dem Grundstücke zerstreut liegenden Antheile dergestalt gegen einander zu vertauschen, daß ein jeder das seinige beisammen erhält.

Aufl. I. Geleht, die Stücke m und p gehörten der Person A; n und q dem Besitzer B, und o der Person C. Die Fläche eines jeden Stückes in Morgen, oder Quadrat-



dratruthen u. dgl. wird als bekannt zum vora
aus gesetzt.

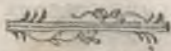
II. Man vermesse die Figur ABCDEF,
und entwerfe sie nach einem nicht gar zu
kleinen Maasstabe auf dem Papiere.

III. Nachdem man die Richtung $\mu\nu$ fest-
gesetzt hat, mit welcher die neuen Theilungs-
linien parallel gehen sollen, (oder wie auch
sonst die Bedingungen der Theilungslinien
beschaffen seyn mögen), so theile man die
Figur auf dem Papier den erwähnten Be-
dingungen gemäß, dergestalt, daß das Stück
 $\alpha ABC\beta = m+p$; $\alpha\beta\gamma\delta = n+q$, und
folglich von selbst $\gamma\delta FD = o$ werde.

So werden nun die Antheile eines jeden
Interessenten nicht mehr in dem Grundstücke
zerstreut, sondern verlangter maassen beisam-
men liegen.

IV. Die Theilungspunkte $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, die
man nun auf dem Papiere gefunden hat,
müssen auf das Feld abgetragen werden.

Man messe die Weiten $A\alpha, A\gamma, C\beta, C\delta$,
auf dem Papiere, und trage sie auf die Li-
nien AE, CD der Figur auf dem Felde; so
werden sich auf dem Felde die Punkte α, β ,
 γ, δ , ergeben, durch welche die Scheidungen



der einzelnen Stücke gehen, die man demnächst gehöriger maassen verpfälen kan.

V. Anmerkung. Wenn der Umfang des Grundstückes $ABCDEF$, keine kenntlichen Ecken hat; so muß man in die Punkte A , B , C u. s. w. bey der Vermessung des Umfanges des Grundstückes, Pfäle einschlagen und solche stehen lassen, bis die Theilung auf dem Papiere geschehen ist, damit man die auf dem Risse gefundene Theilungspunkte α , β u. s. w. auf dem Felde gehöriger Maassen nach (IV.) bestimmen könne.

VI. Wäre der Umfang krummlinigt, so würde man die Punkte α , β , γ , δ . auf dem Felde folgendergestalt bestimmen müssen. Man ziehe auf dem Risse eine gerade Linie von B nach A , und von B nach α , trage den Winkel $AB\alpha$ auf den Meßtisch, und hierauf den Meßtisch über B , so wird man auf dem Felde an die Linie BA , den Winkel $AB\alpha$ tragen, und solchergestalt längst $B\alpha$, am Umfange der Figur den Punkt α bestimmen können. Auf eine ähnliche Art die übrigen Punkte β , γ , δ .

§. 329. Aufg. m und n (Fig. LV.) sind zwey Stücke Feldes, von unterschiedener Güte — m gehöret der Person A und n der Person

Person B. Beide wollen einen Tausch mit einander treffen; dergestalt daß A den Theil a b c d seines Feldes m, gegen ein gewisses Stück des Feldes n, an die Person B überlassen will. — Es fragt sich, wie viel die Person B dagegen an A abtreten muß.

Ausl. I. Es verhalte sich die Güte des Grundstücks m zur Güte von n, z. E. wie 4:5. d. h. 5 Morgen des Feldes m hätten so viel Werth als 4 Morgen von n.

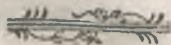
II. Es wolle nun A das Stück a b c d an A abtreten. Der Inhalt dieses Stückes betrage, z. E. 460 Quadratruthen. — Wie viel Quadratruthen, wird A dagegen von dem Felde n bekommen?

III. Man schliesse nach der Regel betri

$$5 \text{ Morgen} : 4 \text{ M.} = 460 : x$$

so wird $x = 368$ Qu. R. das was A von dem Felde n bekommt — welches also durch eine Linie vr, deren Bedingung bekannt seyn muß, von dem Felde n abgeschnitten wird.

§. 330. Aufgabe. Durch eine Flur von Acker ABCD, (Fig. LVI.) soll eine Chaussee mxyzn geführt werden. — Die erste Person A verliert dadurch von ihrem Acker den Theil x, die andere B den Theil y, die dritte B den Theil z. Zur Entschädigung
 S 5 will



will man ein anderes Stück Landes CEFD unter diese drey Personen theilen, wie viel wird jede Person bekommen.

Aufl. Die Fläche des Stücks CEFD heisse F; so wird

A von dem Inhalte F bekommen $\frac{x}{x+y+z} \cdot F$

B — — — $\frac{y}{x+y+z} \cdot F$

C — — — $\frac{z}{x+y+z} \cdot F$

wie aus der Gesellschafts Rechnung klar ist.

Die Flächen der Stücke x, y, z, müssen hiebei als bekannt angenommen werden.

Wären die Stücke x, y, z; nicht durchaus von einerley Güte, sondern verhielten sich in Absicht ihrer Benützung gegen einander wie $\mu : \nu : \xi$, so muß man in obigen Formeln statt x, y, z, setzen, $\mu \cdot x$; $\nu \cdot y$; $\xi \cdot z$.

§. 331. Aufgabe. A und B (Fig. LVII.) sind zween Bauerhöfe; die zu A gehörige Länderey abcd liegt unmittelbar hinter beyden Höfen A und B, und hinter abcd, liegt die zu B gehörige Länderey aefb. — Beyde wollen, um Streitigkeiten wegen der Ausfarth zu vermeiden, das ganze Stück Land cefd dergestalt theilen, daß ein jeder seinen Antheil gleich unmittelbar hinter seinem Hofe habe.

habe. Wie wird die Theilungslinie zu führen seyn, daß keinem von beyden Interessenten zu nahe geschehe?

Aufl. Man siehet leicht, daß hier die ganze Figur $cefd$, aus einem Punkt F der zwischen beyden Höfen A und B liegt, dergestalt getheilt werden müsse, daß das Stück $cFen = abcd$; und $Fnfd = efab$ werde. Sind nun beyde Stücke $abcd$, und $efab$ von gleicher Güte, so wird die Theilungslinie Fn nur sogleich nach den gegebenen Ruthengehalt der Stücke $cFen = abcd$; $Fmfd = efab$ bestimmt, und die Theilungslinie Fn wird immer eine einzige gerade Linie.

Sind aber beyde Ländereyen von ungleicher Güte, d. h. Die Benutzungen von zweyen gleichen Flächen beyder Grundstücke verhielten sich wie $n : m$, so wird nothwendig ein Tausch vorgenommen werden müssen, wenn der Aufgabe ein Gnüge geschehen soll, und die Theilungslinie wird meistens eine gebrochene Linie seyn, wenigstens wenn sie gerade seyn sollte, so gehören algebraische Kenntnisse zu deren Bestimmung, die ich bey vielen meiner Leser nicht voraus setzen darf.

Man setze also die Fläche $abcd$ halte p Quadratruthen, und $aefb$, π Qu. R.

$abcd$ sey gutes Land, $aefb$ schlechteres;

Man



Man ziehe aus F eine willkürliche gerade Linie Fs bis an die Gränze a b, und berechne das Stück Fsbd des guten Landes. Die Fläche davon heisse k.

Man berechne ferner, was das ganze schlechte Land aefb an guten beträgt.

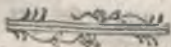
Da die Güte von abcd zur Güte von aefb $= n:m$ und der Inhalt des schlechten Landes aefb $= \pi$; so wird die Fläche π an guten Lande betragen $\frac{m}{n} \pi$.

Fände sich nun z. E. daß das Stück Fsbd oder k $= \frac{m}{n} \pi$ wäre; so würde Fs sogleich die gesuchte Theilungslinie seyn.

Nemlich zum Bauerhose B käme das Stück Fsbd guten Landes, und A bekäme dagegen zu dem Stücke asFe das schlechte Land aefb, welches vorher zu B gehörte.

Fände sich aber k grösser als $\frac{m}{n} \pi$, so muß man von Fsbd einen Triangel, oder ein Stück Fläche Fst abschneiden dessen Inhalt $= k - \frac{m}{n} \pi$, und so wird Ftb die gemeinschaftliche Gränze der zu beiden Bauerhöfen gehörigen Ländereien. A nemlich bekäme ccfbtFc, und B das Stück Ftb d.

Für



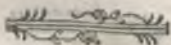
Für k kleiner als $\frac{m}{n}\pi$, müßte man an Fs ein Stück Fsr setzen dessen Fläche $= \frac{m}{n}\pi - k$, so würde $Fr b$ die gemeinschaftliche Gränze, und A erhielte $ce f F br F c$; B hingegen $Fr d b$.

In allen drey Fällen, könnte also jeder Interessent gleich unmittelbar von seinem Hofe auf sein Land, vermittelst der gemeinschaftlichen Ausfarth Fs, Ft, Fr , gelangen.

Zus. Wollte A an B nur eine gewisse bestimmte Grösse $= k$ von dem guten Lande abtreten, so darf man nicht wie vorhin Fs willkürlich annehmen, sondern von $a b c d$ muß man das Stück $Fs b d$ dergestalt abschneiden, daß der Inhalt davon der erwähnten Grösse k gleich ist.

Alsdenn aber, wenn sich z. E. k kleiner als $\frac{m}{n}\pi$ fände, müßte man, weil von dem guten Lande nichts mehr zu $Fs b d$ oder zu k genommen werden darf, an $s b$ ein Stück $s g b$ schlechten Landes setzen, dessen Werth, dem Werthe von $\frac{m}{n}\pi - k$ gleich käme.

Die Grösse $\frac{m}{n}\pi - k$, wird aber an schlechten Lande betragen $\frac{n}{m}\left(\frac{m}{n}\pi - k\right) = \pi -$



$\pi - \frac{n}{m}k$; so viel wird also das Stück s g b schlechten Landes, Inhalt haben müssen — und die gemeinschaftliche Gränze der zu A und B gehörigen Ländereyen würde nun Fsg.

So wird auf eine ähnliche Art der Fall zu entscheiden seyn, wenn k grösser als $\frac{m}{n}\pi$ wäre.

Anmerkung. Da das Feld a efb, nebst der alten Gränze a b vorher aufgenommen seyn muß, ehe man die Lage der neuen Gränzen, Fsb, Fsg u. s. w. für jeden Fall bestimmen kan, und folglich auch der verjüngte Maasstab der Figur bekannt seyn wird, so liesse sich mit Vortheil die Aufgabe des 325 §. hier anwenden. Indessen werden es die Umstände ergeben, in wie ferne sich auch andere Methoden, des vorhergehenden Kapitels in Anwendung bringen ließen.

§. 332. Aufgabe. Ein Stück Holzung dessen Inhalt = P soll dreien Dörfern A, B, C zugemessen werden, dergestalt daß A zweymal so viel bekommt als B, und C fünfmal so viel als B. — Wie viel wird jedes Dorf bekommen?

Ausl.



Aufl. Der Antheil des Dorfes A heisse x
 so ist der Antheil des Dorfes $B = \frac{1}{2}x = y$
 — — — — — $C = \frac{1}{2}x = z$.

Also muß seyn $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = P$; oder
 $4x = P$

folglich $x = \frac{1}{4}P$; mithin $y = \frac{1}{8}P$, und $z = \frac{1}{8}P$.

Da solchergestalt der Ruthengehalt des Antheils eines jeden Dorfes bekannt ist, so kan nun einem jeden das seinige zugemessen, und nach der festgesetzten Lage der Theilungslinien angewiesen werden.

Anmerkung. Da dergleichen Aufgaben, wo der Antheil eines jeden Interessenten, vorher nach gewissen Bedingungen berechnet wird, ehe man an die Theilung selbst schreitet, sich in grosser Menge gedenken lassen, so würde es überflüssig seyn, mehrere Fälle, weil sie sich leicht durch etwas Buchstabenrechnung bewerkstelligen lassen, hier auseinander zu setzen. Ich werde also nur noch folgende Aufgabe, ihrer häufigen Anwendung wegen, hier auflösen.

§. 333. Aufgabe. AD (Fig. LVIII.) sey ein Grundstück welches aus verschiedenen Theilen Amn, mnop, opD, bestehet, deren Güte sich so gegen einander verhält, daß der Werth eines Morgens auf Amn = f, eines Morgens auf mnop = g, auf opD = h.
 Das



Das Stück A m n selbst halte nun F Morgen; m n o p = G Morgen; o p D = H. Morgen. Das ganze Grundstück soll unter Interessenten A, B, C, dergestalt vertheilet werden, daß die Antheile eines jeden sich gegen einander in Rücksicht ihres Werthes verhalten, wie L, M, N.

Aufl. I. Man suche erst den Werth des ganzen Grundstücks A D.

Weil ein Morgen auf A m n werth ist = f; und A m n, F Morgen hält, so ist der ganze Werth von A m n = F. f. Eben so der Werth von m n o p = G. g; von o p D = H. h.

Also der sämtliche Werth des Grundstücks = F. f + G. g + H. h = W.

II. Dieser Werth soll nun in Theile x, y, z getheilet werden, die sich gegen einander verhalten wie L, M, N.

III. Mithin wird der Werth des Anthells des ersten Interessenten $A = \frac{L}{L+M+N} \cdot W = x$

— zweiten — $B = \frac{M}{L+M+N} \cdot W = y$

— dritten — $C = \frac{N}{L+M+N} \cdot W = z$

wie aus der Gesellschaftsrechnung klar ist.

IV. Ge

IV. Gesezt nun, der Interessenten A, B, C, ihre Antheile sollten nach der Ordnung in dem Grundstücke von A nach D zu liegen kommen, wie man solches etwa durch eine Verloosung ausgemacht haben könnte.

Man vergleiche also den Werth $F.f$ des ersten Stücks Amn (I.) sogleich mit dem Werthe desjenigen, was A bekommt, d. h. mit x (III.).

Fände sich z. E. $F.f = x$, so bekäme also der erste Interessent A sogleich das ganze Stück Amn.

Wäre aber $F.f$ kleiner als x , so muß man zu dem Stücke Amn, noch einen Theil aus dem folgenden Stücke mnop hinzusetzen.

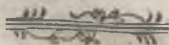
Man nenne den Inhalt dieses Theiles $= \lambda$.

Der Werth desselben wäre $= g \cdot \lambda$.

Dieses mit dem Werthe von Amn zusammen genommen, muß also $= x$ seyn; d. h.

$$Ff + g\lambda = x; \text{ mithin } \lambda = \frac{x - Ff}{g}.$$

Man setze also an mn ein Stück Fläche $mn\zeta\tau$, dessen Inhalt $= \frac{x - F.f}{g}$; so be-
 Dritter Theil. ζ kommt



kömmt der Interessent A das Stück A g r, dessen Werth, wie verlangt worden $= x$ (III).

V. Man siehet leicht, wie zu verfahren wäre, wenn sich F. f grösser als x fände. — Auch wie man auf eine ähnliche Art an g r den Antheil des zweiten Interessenten setzen würde.

VI. Es könnte sich eräugnen, daß nicht nur wie in (IV.) der Werth des Stücks Amn, sondern selbst der von A o p, oder von Amn + mnop noch kleiner als x bliebe. — d. h. daß F. f + G. g (I.) kleiner als x wäre. — In diesem Falle müste man also von dem Stücke o p D noch einen Theil zu A o p nehmen, um des Interessenten A seinen Antheil zu bekommen; Nennen wir den aus o p D $= H$ noch zu A o p hinzu zu setzenden Theil jetzt $= \lambda'$; so ist dessen Werth $= \lambda' \cdot h$; und es muß nun seyn $F f + G g + \lambda' h = x$;

$$\text{d. h. } \lambda' = \frac{x - F f - G g}{h},$$

welches das Stück Fläche gäbe, das man noch an o p setzen müste u. s. w.

VII. Wenn es die Bedingung mit sich brächte, daß ein jeder Interessent, von allen 3 Stücken Amn, mnop, o p D etwas bekommen sollte, so setze man, A solle von Amn den Theil μ , von mnop den Theil ν ,
und

und von opD den Theil ξ bekommen; der Werth dieser Theile zusammen genommen betrage $f. \mu + g. \nu + h. \xi$.

Da dieses dem Werthe x in (III.) gleich seyn soll, so bekommt man

$$\frac{L}{L+M+N} \cdot W = f\mu + g\nu + h\xi \text{ oder}$$

$$\frac{L}{L+M+N} \cdot Ff + \frac{L}{L+M+N} \cdot Gg + \frac{L}{L+M+N} \cdot Hh =$$

$$= \mu \cdot f + \nu \cdot g + \xi \cdot h$$

Also muß seyn

$$\mu = \frac{L}{L+M+N} \cdot F; \nu = \frac{L}{L+M+N} \cdot G; \xi = \frac{L}{L+M+N} \cdot H$$

so viel muß man also dem ersten Interessenten aus jedem Stücke zumessen.

Man mache also das Stück $imk = \mu$; $mkot = \nu$; $otr = \xi$; so wird durch $iktr$ der Antheil des ersten Interessenten abgeschnitten seyn.

Und so kan man auf eine ähnliche Art für die übrigen Interessenten verfahren.

Anmerkung.

§. 334. Es kan vorkommen, daß die Verhältnisse der Antheile eines jeden Interessenten, oder die Grössen L, M, N , selbst erst nach gewissen Bedingungen berechnet werden
2 2
muß



müssen. — Um dieses zu erläutern, und zugleich ein Beyspiel für die vorige Aufgabe beizubringen, so will ich setzen, das Grundstück AD, sey bisher eine Kuppelhute gewesen, welche mehrere Dorffschaften A, B, C, mit verschiedenen Arten Viehes zu verschiedenen Jahreszeiten betrieben haben; Man wolle nun die Kuppelhute abschaffen, und einer jeden Dorffschaft von dem ganzen Grundstücke so viel zumessen, als dem Nutzen proportional wäre, den jede jährlich von der Kuppelhute gehabt hat. Hier werden also die Verhältnisse L, M, N, erst diesem Nutzen gemäß, besonders berechnet werden müssen.

I. Man setze also die drey Dörfer hätten die Hute mit Schaafen, Schweinen und Kühen betrieben, und zwar

A mit A Schaafen; B Schweinen; C Kühen

B — a — — b — — c —

C — α — — β — — γ —

II. Man nehme ferner an, das Verhältniß des nöthigen Futters für ein Schaafe = k; für ein Schwein = l; für ein Stück Hornvieh = m;

Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Verhältnisse k, l, m, ohngefähr wie 1, 2, 5 sind. — Für jeden Ort müssen freylich besondere Erfahrungen über das Verhältniß des Viehfraßes

frasses angestellt werden — wenn man solches genauer haben will.

III. Solchergestalt ist der Nutzen, den jedes Dorf nach Verhältnis seines Viehstammes, von der Kuppelhute hatte;

$$\text{Für } A = k \cdot A + l \cdot B + m \cdot C;$$

$$— B = k \cdot a + l \cdot b + m \cdot c;$$

$$— C = k \cdot \alpha + l \cdot \beta + m \cdot \gamma;$$

IV. Weil aber noch der Umstand hinzu kommt, daß alle drei Dörfer die Hute nicht zu einerley Jahreszeit genuset haben, sondern A z. E. in den Sommermonaten, B und C, wieder zu andern Zeiten gehütet haben, da folglich nicht jede Dorfschaft die Hute gleich brauchbar angetroffen hat, so sen überhaupt zu der Jahreszeit da A hütete, die mittlere Güte der ganzen Hütung = E, und A habe solche e Monate hindurch betrieben. — Wenn nun E', e', für das Dorf B; und E'', e'' für C, ähnliche Dinge bedeuten, so ist die Nutzung der Kuppelhute, in Rücksicht der Zeiten da sie betrieben worden;

$$\text{für } A = E e$$

$$— B = E' e'$$

$$— C = E'' e''.$$

V. Mit hin die Nutzung der Hute in Rücksicht des Viehstammes, und der Zeiten, da sie



sie betrieben worden, in zusammengesetzter Verhältniß

$$\text{für } A = E e . (k A + l B + m C)$$

$$— B = E' e' . (k a + l b + m c)$$

$$— C = E'' e'' (k \alpha + l \beta + m \gamma).$$

Nach diesen Verhältnissen, soll also die ganze Hütung unter die Dorfschaften vertheilt werden.

Daher sind diese Grössen das, was wir im vorigen §. unter L, M, N verstanden haben, und die übrige Rechnung kan nun nach der dortigen Anweisung ohne Mühe bewerkstelliget werden.

VI. Exempel. Geseht

$$\text{für } A \text{ sey } A=2000; B=400; C=200$$

$$B : : a=2500; b=600; c=100$$

$$C : : \alpha=3000; \beta=300; \gamma=500$$

Nähme man nun $k : l : m = 1 : 2 : 5$, und setze ferner, A habe die Hütung in den ersten drey Sommermonaten, B in den folgenden 3 Monaten, und C während des Vierteljahres nach Michäli, betrieben, und nähme aus Erfahrungen als bekannt an, die mittlere Güte der ganzen Hütung verhalte sich in diesen verschiedenen Jahreszeiten = 3 : 2 : 1; so hätte man ferner $e=e'=e''=$

3 Mo.

3 Monate; $E=3$; $E'=2$; $E''=1$ und es würde nach (V.)

$$L=11400; M=8400; N=6100$$

oder diese Verhältnisse verkürzt;

$$L=114; M=84; N=61.$$

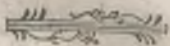
VII. Es sey nun das Stück Amn der Hutzung $= 20$ Morgen $= F$; $mno p = G = 30$ Morgen; $opD = H = 10$ Morgen, die besondere Güte dieser dreyn Stücke nach der Ordnung $f=1$; $g=3$; $h=\frac{1}{2}$, so erhält man W im vorigen §. $(L.) = 115$ und

$$x = \frac{114}{259} \cdot 115 = 50,60 \dots$$

$$y = \frac{84}{259} \cdot 115 = 37,2 \dots$$

$$z = \frac{61}{259} \cdot 115 = 27,1 \dots$$

Nun ist der Werth des Stückes Amn $= F \cdot f = 20$; dieses mit $x = 50,6$ verglichen, giebt x grösser als $F \cdot f$; aber kleiner als $F \cdot f + G \cdot g = 20 + 90 = 110$. Mithin wird die Theilungslinie $\xi\tau$ in das Stück $mno p$ dessen Güte $= g = 3$, fallen; und der Inhalt des an mn zu setzenden Stückes, wird $m\xi n\tau = \lambda = \frac{x - F \cdot f}{g} = \frac{30,6}{3} = 10,2$ Morgen vorhergeh. §. (IV); welches man also nach vorigen Kapitel an die gemessene Linie mn setzen kan.



Und so wird $A\sigma\tau = 20 + 10, 2 = 30, 2$ Morgen, das Stück der Kuppelhute, welches der Dorfschaft A anzuweisen wäre.

Für B wäre die Rechnung folgender maassen:

Das Stück $\sigma\sigma\tau\phi$ beträgt noch an Inhalte $= 30 - 10, 2 = 29, 7$ Morgen; der Werth davon ist $= 29, 7 \cdot 8$ oder $29, 7 \cdot 3 = 89, 1$.

Nun ist $y = 37, 2$ kleiner als $89, 1$. Man schneide also von $\sigma\sigma\tau\phi$ ein Stück $\sigma\sigma\tau\psi$ ab, dessen Inhalt $= \frac{89, 1 - 37, 2}{8}$
 $= \frac{51, 9}{3} = 17, 3$ Morgen; so ist dieses der Antheil des zweiten Dorfes B.

E erhielt endlich das übrige, welches $22, 5$ Morgen betragen würde.

Zus Wenn mehrere als drei Interessen vorhanden wären, so ist auf dieselbe Art zu verfahren; für weniger als drei, fallen in der Formel verschiedene Größen weg; z. E. wenn nur A und B vorhanden wären, so fallen die Größen $\alpha, \beta, \gamma, E'', e''$ u. s. w. aus den Formeln weg, oder man betrachtet sie als $= 0$. Fehlt eine gewisse Gattung Viehes, so wird mit den sich darauf beziehenden Größen eben so verfahren. — Kurz
man

man begreift, daß obige Formeln viel besondere Fälle in sich halten, die wir eben nicht nöthig haben, hier herzusetzen.

**Bemerkungen über die Zusammenziehung
der in einer Feldmark zerstreut liegenden
Grundstücke, und andere hieher
gehörige Umstände.**

§. 335. Bekanntlich liegen in einer Feldmark oft die Grundstücke so zerstreut herum, und haben dabey nicht selten einen so unbequemen Zug, daß von einzelnen Interessenten, die Bearbeitung ihrer Felder nicht, nur sehr mühsam und mit beträchtlichen Zeitverluste bewerkstelliget wird, sondern auch überhaupt der Erfahrung gemäß, viele Plätze unbrauchbar in der Feldmark liegen bleiben. Bey einer Landesvermessung kan also das eine der wichtigsten Absichten seyn, die in einer Feldmark herumliegenden Aecker und Felder eines jeden Interessenten zusammen zu ziehen, damit ein jeder das seinige bey einander liegen habe, und folglich den erwähnten Unbequemlichkeiten, wo nicht ganz, doch zum Theil abgeholfen werde, wie auch Wegen, Heerstrassen u. dgl. so viel als möglich einen bessern Zug zu geben, und dadurch manche leer herumliegenden Plätze besser zu benutzen, und die



Feldmark in einen brauchbarern Zustand zu versetzen.

Da eine solche in einer Feldmark am schicklichsten vorzunehmende Veränderung mit zu den Geschäften eines Feldmessers gehört, so werde ich in der Kürze das Wesentliche, worauf man hiebei zu merken hat, auch anführen müssen. — In wie ferne ein in der Landwirthschaft erfahrener Mann dabei zugegen seyn, und dem Feldmesser die nöthigen Data an die Hand geben müsse, wird sich aus folgenden Absätzen, von selbst ersehen lassen.

I. Vor allen Dingen muß der Feldmesser aus der Beschaffenheit der Gegend beurtheilen, ob und wie sich die Zusammenziehung der Aecker und Felder am bequemsten und vortheilhaftesten bewerkstelligen ließe.

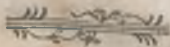
Ist eine Gegend sehr bergigt, hin und wieder morastig, steinig u. dgl. und sind einzelne Grundstücke in nahe neben einander liegenden unbeträchtlichen Revieren, von sehr unterschiedener Güte und Fruchtbarkeit, so wird sich selten eine brauchbare Veränderung vornehmen lassen, sondern die Stücke werden so liegen bleiben müssen, wie man sie nach der Beschaffenheit des Terreins wählen mußte.

Hat man aber eine Gegend, wo beträchtliche Reviere z. B. wenigstens von 20 und mehr

mehrern Morgen einerley Fruchtbarkeit und Güte haben, so kan man mit denen in unterschiedenen solchen Revieren herumliegenden Feldern oft eine vortheilhafte Veränderung treffen, so, daß jeder Interessent seine Grundstücke ohne Nachtheil beisammen erhält, wenn sie gleich in eine andere Gegend zu liegen kommen.

II. Ein ganzer Bezirk neben einander liegender Felber von einerley Fruchtbarkeit, wird eine Wanne genannt. Ehe nun die Verlegung der Grundstücke geometrisch bewerkstelligt werden kan, so muß der Feldmesser die Güte der Wannen wissen, und deren Umrisse auf der Karte der Feldmark angegeben haben; —

Die Bonitirung und Taxation der Wannen, und die Bestimmung ihrer Gränzen muß unter der Aufsicht eines Kommissairs, von Ahtsleuten geschehen, die die Gegend aufs genaueste kennen, unpartheyisch sind, und in einem guten Rufe stehen, dabey wird es denn vortheilhaft seyn, die Wannen so groß als möglich zu nehmen, und deren Gränzen so gut es geschehen kan, dergestalt auszuwählen, daß die in die Wanne hinein zu liegen kommenden Felder eine bequeme Gestalt erhalten, und besonders die Grundstücke die etwa hernach an den Gränzen der Wanne zu
 lies



liegen kommen, nicht zu keilsförmig und unordentlich ausfallen — wiewohl letzteres doch nicht immer zu vermeiden ist; in welchem Falle die zugehörigen Besitzer auf eine andere Art entschädigt werden können. Vieles wird hiebei auf die Geschicklichkeit des Feldmessers ankommen, in so ferne nemlich die Eintheilung der Wannen durch ihn bewerkstelligt wird.

Unbrauchbare Plätze in einer Wanne, z. E. Hungerquellen, Erdfälle, Gebüsch u. dgl. die ohne grosse Kosten weggeschafft werden können, muß man, ehe die Anweisung der Grundstücke geschieht, auszurotten und zu verbessern suchen. Die Kosten können unter die Interessenten, nach Maassgabe ihrer in die Wanne zu liegen kommenden Grundstücke vertheilet werden. Plätze, die keiner vortheilhaften Verbesserung fähig sind, bleiben als leere Stellen liegen, oder man rechnet sie nicht zu dem geometrischen Inhalte der Wanne, so wie auch Gebäude und Gärten, die in einer Wanne vorkommen, nicht mit zur Vertheilung der Wanne gezogen werden können. Da ferner diejenigen Felder, welche in einer Wanne etwa an Heerstrassen, Triften, Holzungen u. dgl. zunächst ihre Lage erhalten, aus verschiedenen Ursachen nicht von gleicher Güte mit den übrigen sind, so muß auch in dieser Rücksicht den zugehörigen Interessenten

teressenten eine Vergütung geschehen, und überhaupt müssen alle besondern Umstände einer Wanne vorher genau erwogen werden, ehe man an die Vertheilung derselben schreiten kan.

III. Sind nun die Wannen in Ansehung ihrer Figur, Güte, und Inhalts genau bestimmt, so wird es gewöhnlich durch eine Verlosung ausgemacht, in welcher Wanne ein jeder Interessent seine Grundstücke beisammen erhält. Hierauf wird alsdann die Eintheilung vorgenommen. Von der Vertheilung selbst, darf man sich aber keineswegs in Rücksicht des Inhalts der einzelnen Grundstücke, nach den Lagerbüchern richten, die etwa schon vorhanden wären, noch weniger nach den Angaben der Interessenten, sondern alles muß aufs genaueste nach der speciellen Vermessung der Feldmark bestimmt werden. Denn die vielfachen Abweichungen des Feldmaasses in alten Lagerbüchern, und die unrichtigen Anzeigen der Interessenten von dem Inhalte ihrer Grundstücke, sind oft so schwankend, daß zu einer richtigen Eintheilung der Feldmark nothwendig eine geometrische Aufnahme vorhergegangen seyn muß — diese nebst der Erwägung der localen Güte eines jeden Grundstücks, giebt alsdenn einen sichern Maasstab, nach welchem man einem jeden Interessenten das seinige



nige in einer ihm durch das Loos zugeworfenen Wanne zumessen, und anweisen kan.

IV. Was die Theilungslinien betrifft, die in eine Wanne zu liegen kommen, so sollen solche so viel als möglich gerade, und einen Zug nach dem Dorfe bekommen — die Felder selbst sollen eine proportionirliche Breite gegen ihre Länge erhalten; bey sehr schmalen und dabey langen Aeckern, geht nicht allein durch die Gränzfurchen viel Land verlohren, sondern die Aecker werden auch dadurch zur Bearbeitung unbequem. Uebrigens muß man bey der Vertheilung auch einen solchen Zug der Aecker beobachten, bey dem das Wasser in den Furchen einen bequemen Ablauf bekommt u. dgl.

Man siehet leicht, daß bey dem Vertheilungsgeschäfte die einzelnen Wannen, selbst wieder in kleinere Stücke zerfallen müssen, die ohngefähr Parallelogrammen vorstellen, und gleichsam Verainungen von Aeckern in einer solchen Wanne abgeben.

Einzelne Verainungen einer solchen Wanne, müssen durch Wege von einander getrennet seyn, und damit ein jeder Interessent ohne Schaden seines Nachbars, auf sein Grundstück fahren könne, so muß ein jeder Acker an einen Wannenweg anstoßen.

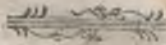
Die

V. Bei Vertheilung der Wiesen, wird wie bei der Vertheilung der Aecker verfahren. — Aenger und Kuppelhuten kan man nach der bisherigen Benutzung eines jeden Interessenten abtheilen, wie im vorigen §. gewiesen worden.

VI. Andere Umstände, auf die man vor der Vertheilung noch Rücksicht nehmen könnte, z. E. daß gewisse Interessenten einen vortheilhaften Tausch in Absicht der Wannen, in die sie nach der Verlosung zu liegen kämen, treffen könnten, daß ferner etwa zehntpflichtige Ländereyen in eine Wanne zusammengezogen würden u. dgl. brauche ich hier nicht weiter aus einander zu setzen. Mehreres davon findet man in hieher gehörigen Kameralistischen Schriften. — Z. E. in Herrn Bergius oberwähnten Buche (§. 263. I.) in Wilkens Landesvermessungen II. Theil u. s. w.

VI. Ist nun endlich allen Bedingungen gemäß, auf dem Papiere die Vertheilung der Wannen geschehen, so müssen die gefundenen Theilungslinien auf das Feld abgetragen werden. Da gleich anfänglich bei der Taxation der Wannen, ihre gehörigen Gränzen mit Marksteinen oder Pfählen versehen, und diese auch auf dem Risse der Feldmark angegeben worden sind, so hat man sichere Punkte auf dem Felde und dem Papiere, durch Hülfe deren man, die in jeder Wanne be-

stimmt



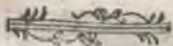
stimmten Wege und Theilungslinien abtragen kan. Erst steckt man die durch die Wannen laufenden Wege ab, und dann die an diese Wege stossenden Acker-Gränzen. Nachdem solches geschehen ist, so werden letztere in Gegenwart der Interessenten mit Gränzmarken versehen, und damit der Verrückung derselben auf die Folge vorgebeuet werde, so kan man die Breite eines jeden Ackers, und andere Umstände darauf anmerken. M. S. umständlicher hievon lo. Oettingeri Tract. de iure et controversiis linitum etc. etc. (Hannover 1711.) Cap. XVII.

§. 336. Aufg. Zwen Felder (Fig. LIX.) haben eine gemeinschaftliche unordentliche Gränze $abcde$; die Interessenten wünschen statt ihrer eine geradlinigte Gränze em , doch so daß der Gränzpfahl e beybehalten werde.

Aufl. Man hat hieher weiter nichts zu beobachten, als daß man nach geschehener Aufnahme der gebrochenen Gränze $edcba$, und der daranhängenden Seite vw nach §. 296. verfährt, und den Umfang $edcba$ in den geradlinigten em verwandelt, so wird die Figur $edcbawk = mwek$, folglich auch $vabcdeiv = vmie$.

Von dem Risse kan man alsdann die Weite vm aufs Feld abtragen, und die neue Gränze em verpfählen.

Zus.

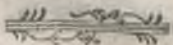


Zus. Begreiflich ist es bey gegenwärtiger Aufgabe nicht erforderlich, beyde Felder ganz zu vermessen. Auch braucht man nicht zu wissen, wie viel jedes Feld besonders an Inhalt betrage, wenn man sich der Konstruktion dazu nach §. 296. bedienet. Mehr würde man aber vermessen, und von dem Inhalte beyder an einander gränzenden Grundstücke wissen müssen, wenn man die neue Gränze em durch Rechnung bestimmen wollte.

Diese Aufgabe kan übrigens in allen Fällen mit Vortheil angewandt werden, wo man Feldern eine bequemere und schicklichere Gestalt verschaffen will.

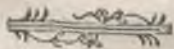
§. 337. Aufgabe. $\alpha m r s y w \alpha$ Fig. LX. ist eine in einem Flusse entstandene Insel; $ac ei$; $b d f k$ sind die Ufer des Flusses — AB, CD, LM, NP Gränzen von daran stossenden Grundstücken A, B, u. s. w. Unter die Besitzer dieser Grundstücke soll man die Insel dergestalt zertheilen, wie es denen hieher gehörigen Vorschriften der Rechtslehrer gemäß ist.

Aufl. I. Die Gesetze, nach denen solche Inseln zu zertheilen sind, entscheiden vorzüglich *Pomponius* in l. 30. princ. D. (XLI. t. I.) de acquir. rer. dom. *Proculus* in l. 56. princ. D. eodem, und *Cajus* in l. 7. §. 3. D. eod.



II. Ihnen gemäß soll man sich durch die Mitte des Flusses eine Linie $\alpha\beta\gamma\delta\alpha$, bis an die äußersten Gränzen α , α der Insel gedenken, und nun die Theile der Insel, die auf beyden Seiten dieser Mittellinie zu liegen kommen, den gegenüberliegenden Grundstücken A, B, C, D u. s. w. dergestalt zumessen, daß jedes Grundstück z. E. B, längst der Mittellinie $\alpha\beta\gamma$ den Theil mnr v der Insel bekomme, welcher der Ufergränze dieses Grundstücks, hier der Linie MeP, gerade gegenüber liegt. Diese Ufergränze MeP, mit der das Grundstück B an das Ufer stößt, heist in den Gesetzen, frons agri. So wäre ferner für A die Ufergränze a c M u. s. w.

III. Dieser Vorstellung gemäß, die leicht aus den (I.) angeführten Gesetzen folgt, würde man also die Sache auf folgende Art bewerkstelligen. Nachdem man den Fluß samt der Insel zu Papiere gebracht hat, so wähle man an beyden Ufern des Flusses nicht gar zu weit von einander, Punkte, wie a, c, e, b, d, f, u. s. w. dergestalt, daß die Linien ab, cd, ef u. s. w. so viel als möglich auf beyden Ufern senkrecht stehen, (da die Ufer in den meisten Fällen so weit sich die Insel erstreckt, ohngefähr mit einander parallel laufen, so wird sich dieses immer bewerkstelligen lassen); halbire hierauf diese Linien bey α , β, γ

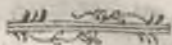


β, γ u. s. w. und ziehe durch die Punkte $\alpha, \beta, \gamma, \dots, \mu$, eine zusammenhängende krumme Linie, so hat man die Mittellinie des Flusses. Von den Punkten a, M, P u. s. w. falle man auf diese Mittellinie die senkrechten Linien ax, Mn, Pv , u. s. w. so wird das Grundstück A von der Insel den Theil αmn ; B den Theil $mnr v$; C den Theil $rv d$ bekommen. Auf gleiche Weise D das Stück $\alpha q w$; E das Stück $w q v d s y w$ u. s. w. Nachdem diese Zuthellung auf dem Risse bewerkstelligt worden, so kommt es nun darauf an, die Theile auf der Insel wirklich abzustecken. Das könnte man hic etwa so bewerkstelligen.

IV. Man bringe den Meßtisch, nebst dem darauf befindlichen Risse (III.) z. E. über den Punkt A auf dem Felde, richte AC auf dem Meßtische längst AC auf dem Felde, und lasse längst der Richtung Aq , die man auf dem Meßtische hat, bey w einen Stab abstecken. Man begeben sich hierauf mit dem Meßtische über C , richte ihn längst CA zurück, und lasse nun bey q einen Stab in die verlangte gerade Richtung Aw dergestalt einsehen, daß er auch mit Cq auf dem Meßtische in gerader Linie liege, so ist der Punkt q gehöriger maassen von dem Meßtische auf die Insel festgelegt. Von diesem kan man nun

U 2

die



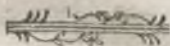
die auf dem Meßtische befindliche krumme Linie $\alpha\beta\gamma\delta$ auf der Insel anfangen abzustrecken, wo man denn der Bequemlichkeit halber, die krumme Linie als aus lauter geraden Stücken wie $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ u. s. w. zusammengelegt ansieht, und hiebei so verfährt, als wenn man eine Figur aus ihrem Umfange abstecken wollte. Die Theilungslinien $m n$, $q w$ u. s. w. werden sich alsdann auch leicht ergeben.

§. 338. Anmerkung. Obgleich die bisherige Aufgabe, eigentlich nicht mit Theilungen, wie im vorhergehenden Kapitel, zusammenhängt, so habe ich sie doch ihrer Anwendung wegen hier mit herzubringen, für nöthig erachtet. Was übrigens die in (I.) angeführten Gesetze physikalisch berechtigt, die Theilungen der Inseln beschriebener maassen vorzunehmen, mag ich hier weiter nicht untersuchen. Indessen haben sie immer viele Gründe für sich, wenn die Insel nach und nach durch herangeschwemmtes Erdreich entstanden ist. In Fällen aber, wo eine Insel dadurch gebildet worden wäre, daß nach vorhergegangener Ueberschwemmung sich der Strom über das feste Land einen neuen Weg gebahnt hat, wo es also billig ist, daß einem jeden nach Verhältniß so viel von der Insel zugemessen wird, als ihm der Strom von seinen

seinen Ländereyen weggerissen hat, würde man eine Theilungsart wie die im vorhergehenden §. auf keine Weise rechtfertigen können.

In diesem Falle muß also die Insel blos demjenigen Ufer zugemessen werden, von dem sie entstanden ist, und eine Mittellinie des Stromes ist dabei überflüssig.

Wenn beyde Ufer durch die Ueberschwemmung verlohren haben, so wird man eine Linie $\alpha\beta\delta\gamma$ dergestalt ziehen müssen, daß sie die ganze Insel erstlich in ein paar Theile zerlegt, von denen jeder sich verhält, wie das sammtliche weggerissene Land von dem gegenüberliegenden Ufer. Alsdann kan man erst jeden solchen Theil wie $\alpha\beta\gamma\delta q w \alpha$ ferner unter die Intoressenten des gegenüberliegenden Ufers vertheilen, so daß die Stücken wie $\alpha q w$, $q w g y$ u. s. w. sich wie die von den Grundstücken D, E u. s. w. abgerissenen einzelnen Theile verhalten, wo nun also die Theilungslinien $q w$, $g y$, nach den Vorschriften der vorhergehenden Kapitel zu suchen sind.



XXXI Kapitel.

Von Anlegung und Leitung der Strassen.

§. 339. **D**ie Verbesserung der Wege gehört mit zu den beträchtlichen Vortheilen, die man durch eine Landesvermessung erhalten kan. Ich werde also das Wesentliche, was ein Feldmesser bey Leitung und Anlegung einer neuen Strasse beobachten muß, hier in die Kürze zusammenfassen.

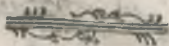
I. Ich setze zum Voraus, daß man die Gegend, durch welche man eine oder mehrere Strassen ziehen will, vorher in Grund gelegt, und in dem Tagebuche alles angemerkt habe, was der Anlegung der Strasse hinderlich oder beförderlich seyn kan. Z. E. Moräste, Hügel, Erdfälle, Gebüsche, Quellen, Sand- und Steingruben, überhaupt die Beschaffenheit des Bodens, wo solcher sandigt, leetigt u. s. w. sey.

II. Ist nun von einem Orte z. E. D (Fig. LXI.) zu einem andern C eine Strasse zu führen, so ziehe man auf der Karte eine gerade Linie durch beyde Orter, messe auf der Karte

Karte den Winkel $CD\gamma$, den diese Linie mit einer andern Linie $D\gamma$, die man auf dem Felde bey D ganz würde übersehen können, macht, und trage auf dem Felde an den Punkt D der Linie $D\gamma$ den gefundenen Winkel, der Lage und Grösse gemäß, die er auf der Karte hat, so bekommt man die Richtung DC, längst der man den Weg führen muß, um in gerader Richtung nach C zu gelangen.

III. Diese gerade Richtung von einem Orte zu einem andern, wäre sowohl in Ansehung der Kürze, als auch der Ersparung der Kosten des Wegbaues die vortheilhafteste. Allein sie setzt ein offenes Land, und einen festen Boden zum Voraus, worauf wenigstens keine beträchtliche Anhöhen, Moräste, Erdfälle u. dgl. vorkommen, welche die gerade Richtung unterbrechen, den Bau des Weges sehr erschweren und kostbar machen. Eben so könnte diese Richtung der neuen Strasse an gewissen Orten vorbehen, durch welche die alte Strasse gieng, welches denn oft solchen Orten nachtheilig, auch wohl Reisenden sehr unbequem seyn könnte.

IV. Diese und mehrere Umstände nöthigen in den meisten Fällen, von dem geraden Wege abzuweichen. — Dies hindert aber doch nicht, einzelne Theile der Strasse so zu leiten, daß 1) der Umweg so unbeträchtlich



als möglich sey, und folglich die Kosten des Wegbaues nicht zu hoch steigen; 2) einzelne Glieder des Staates nicht zu sehr dadurch leiden und 3) die Strasse durch gewisse Dörfer gehe oder andere vortheilhafte Absichten erfülle.

Wenn man den Riß von der Gegend, durch welche man die Strasse ziehen will, vor sich hat, und die übrigen Kenntnisse aus dem Manuale zu Hülfe nimmt, so wird es unterweilen nicht schwer seyn, die bequemste und wolfeileste Leitung der Strasse zu treffen.

Einige dahin gehörigen Umstände werde ich in folgenden Absätzen erläutern.

VI. Wenn man von einem Orte A (Fig. LXII) zu einem andern F eine Strasse führen sollte, mit der Bedingung, daß sie nothwendig durch die zwischen liegenden Dörfer B, C gehe, so wäre der kürzeste Weg der, welchen man nach den geraden Richtungen AB, BC, CF führete.

VII. Diese geraden Linien können aber nach Anleitung des Grundrisses der Gegend, auf Hindernisse treffen, die abermals nöthigen, die geraden Wege AB, BC, CF zu verlassen.

VIII.

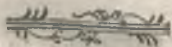
VIII. Fände sich zwischen B und C eine nicht sehr beträchtliche Anhöhe Q, so lohnt es sich kaum der Mühe, sie durch Umwege zu vermeiden, oder gar wegzuschaffen.

Oft kan man auch durch gehörige Abtragung der Erde nur so weit als es die Richtung des Weges mit sich bringt, die Anhöhe bequemer zur Uebersahrt machen, in welchem Falle man denn einen Hohlweg erhielt.

Wäre aber die Anhöhe ziemlich steil, oder führte die gerade Richtung über ein sehr beschwerliches Gebirge, so ist ein Umweg sowohl für Reisende, als auch zur Ersparung der Kosten des Wegbaues immer rathsam.

Daben ist nun ein für allemal zu bemerken, daß man die Ausbeugung so weit von dem Hindernisse Q, als möglich ist, anfangen muß, wenn man dem Gesetze des kürzesten Weges ein Genüge leisten will.

Gesetzt, um Q auszuweichen, wolle man die Strasse erst von B bis α , und hierauf nahe um Q herum, den gebrochenen Weg $\alpha\beta\gamma\delta$ führen, so würde man offenbar einen längern Weg beschreiben, als wenn man schon in beträchtlicherer Weite von Q, z. E. bei D anfieng, dem Gegenstande Q auszuweichen, und die Strasse z. E. längst D γ C leitete. Es ist nemlich der Anfang

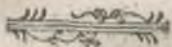


$D\alpha + \alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\delta + \delta C$ grösser als $D\gamma + \gamma C$.

Es kan übrigens, wenn $D\gamma$, γC eine beträchtliche Länge haben, die Abweichung vom geraden Wege, oder das Perpendikel von γ auf DC schon ziemlich groß seyn, ohne daß darum der Umweg $D\gamma C$ sehr viel länger als die gerade Richtung DC wäre.

Es sey z. E. $D\gamma = 400$ Ruth.; $C\gamma = 200$ R. das Perpendikel von γ auf $DC = 30$ R.; so wird $DC = \sqrt{(400^2 - 30^2)} + \sqrt{(200^2 - 30^2)} = 596,5$ Ruth., welches von $D\gamma + C\gamma = 600$ R. nur um $3\frac{1}{2}$ Ruth. unterschieden ist, obgleich die Abweichung von DC von einer beträchtlichen Grösse ist.

IX. Wäre bey Q ein Sumpf oder ein morastiger Boden, der der geraden Richtung BC begegnete, so muß man die Ursachen desselben aufsuchen, und erwägen, ob er sich ohne grosse Kosten austrocknen läßt. Daben wird nun eine physikalische Kenntniß der umliegenden Gegend nützlich seyn. Entstehet der Sumpf dadurch, daß das von benachbarten Anhöhen herabfließende Regen- und Schneewasser nicht zureichenden Abzug hat, oder auch daß ein benachbarter Fluß aus den Ufern tritt, so ist dem durch geschickt angebrach-



brachte Abzugsgraben, Uferbefestigungen u. dgl. nach vorhergegangnem Nivelliren leicht abzuheffen. Nähret aber die Masse von Quellen her, so ist die Austrodung des Sumpfes schwieriger. Man kan hiebei Hrn Silberschlags Hydrotechnik II. Th. VII. K. nachlesen.

Kan man indessen dem Moraste vortheilhafter durch einen Umweg ausbeugen, so wird man dabei die Vorschriften (VIII.) zu beobachten haben.

In Fällen wo aber auch dieses die Umstände nicht verstaten, wird man den Weg über einen durch den Morast angelegten Pfahlgrund, Fächienbau u. dgl. führen müssen. Daß die Kosten eines solchen beschwerlichen Wegbaues ansehnlich werden, ist leicht zu begreifen. Hr Gaurier hat in einem besondern Werke über den Wegbau alles dahin gehörige umständlich erläutert.

X. Träfe man zwischen C und F einen Wald an, der auf einem trocknen und nicht sehr unebnen Boden stände, so lohnte es sich kaum der Mühe und Kosten, ihn durch einen Umweg zu vermeiden, sondern es ist meistens vortheilhafter, ihn längst der geraden Richtung durchzuhauen.

Da man bei diesem Geschäfte von C nach F keine freye Aussicht hat, um beim durchhauen



laßen die wahre Richtung CF zu treffen, so muß man die Aufgabe des 241ten des zu Hülfe nehmen.

Was ich aber dort mit dem Meßtische zu bewerkstelligen angewiesen, könnte noch genauer durch Hülfe eines Astrolabii geschehen.

Wenn nemlich Cp q F sonst einen Weg durch den Wald vorstellet, so könnte man bey p und q die Winkel mit dem Astrolabio messen, aus diesen Winkeln nebst den Seiten Cp, p q, q F, den Winkel F C p durch trigonometrische Rechnung suchen, und ihn auf das Feld abtragen, mithin CF genauer abstecken, als es vermittelst des Meßtisches nach dem Verfahren des 241ten ges. angieng.

Hat indessen der Weg Cp q F viele Winkel, so könnten die unvermeidlichen Fehler in Messung desselben, den Winkel p C F doch mit einer Unrichtigkeit geben, die nachher noch eine Verbesserung der abgesteckten Richtung CF erforderte.

Weit genauer verführe man, wiewohl wegen vorzunehmender Begräumung der Gebüsche zu einigem Nachtheile des Waldes, auf folgende Art.

Man ziehe von C aus, durch den Wald eine gerade Richtung CE, längst der man
ohn:

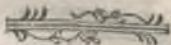


ohngefähr glaubt auf F zu treffen; Es wird sich dieses schon ziemlich genau bewerkstelligen lassen, wenn man die Karte zu Hülfe nimmt, worauf sich die Orter C und F befinden.

Wenn man bey E aus dem Walde hinaus kömmt, so wird es ein Zufall seyn, wenn CE wirklich ganz genau auf F zugienge, wenn man auch gleich auf der Karte den Winkel FCp , den CF mit einer bekannten Richtung Cp macht, gemessen, und ihn an C auf das Feld getragen hätte — denn auf der Karte kan dieser Winkel doch nicht so genau gemessen werden, daß man nicht statt CF, eine etwas unterschiedene Richtung CE erhielte.

Fände man also CE nicht genau auf F zugehend, so messe man bey E den Winkel CEF, so kan man daraus und aus den gemessenen CE, EF, den Abweichungswinkel ECF berechnen, welcher bey C an CE vermittlest des Astrolabii abgetragen, die verbesserte Richtung CF giebt, längst der man den Weg durch den Wald abstecken, und aushauen muß.

Man könnte auch aus dem gemessenen Winkel CEF, und der Weite EF, das von F auf CE fallende Perpendikel Ff, so wie auch Ef berechnen, und hierauf an die Punkte i, k u. u. der abgesteckten Richtung CE, etwa von 5 zu 5 Ruthen Perpendikulärlinien in,



i n, k m u. s. w. setzen, deren Längen sich wie ihr Abstand von C verhalten. Man schliese in dieser Absicht

$$CE + Ef \text{ oder } Cf : fF = Ci (= 5 \text{ Ruth.}) : in$$

$$Cf : fF = Ck (= 10 \text{ Ru.}) : km$$

u. s. w.

so kan man alsdann längst denen bey m, n u. s. w. abgesteckten Stäben, die wahre Richtung CF durch den Wald führen, woben denn zu bemerken ist, daß man anfänglich den Weg nicht zu weit aushaue, sondern nur so viel, daß man durchsehen, und wenn eine Verbesserung nöthig wäre, hernach durch ferneres Aushauen nachhelfen kan.

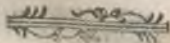
Wenn F selbst im Walde läge, daß man nicht wie vorhin, von E nach F frey visiren und messen könnte, so wird sich doch, nachdem man CE ziemlich weit in den Wald hinein geführt hat, leicht beurtheilen lassen, ob man sich bey E linker oder rechter Hand CF befindet. Dieser Betrachtung gemäß, führe man nun von F aus, eine Linie FV bis an CE, messe CV, VF und den Winkel CVF, und berechne daraus den Abweichungswinkel VCF.

Das bisherige wird indessen immer etwas beschwerlich seyn, wenn der Wald sehr buschicht ist, weil man sowohl längst CE, als auch FV die Gebüsche wegräumen muß.
Das

Das Verfahren wird also in einem hochstämmigen und lichten Gehölze ungleich bequemer seyn, wenn auch gleich längst CE und FV Stämme von Bäumen vorkämen — denn diese verhindern das Abstecken der Stäbe längst CE und VF nicht so sehr, daß man genöthiget wäre, die Stämme umzuhauen (§. 61.).

Käme es nicht darauf an, daß der Weg ganz genau in gerader Linie durch den Wald gienge, so könnte man immer CE beibehalten, und der Strasse bey E einen Winkel CEF geben, woben es vortheilhaft ist, E nicht zu nahe bey F anzunehmen. Wenn solcher gestalt der Abweichungswinkel ECF nicht zu groß ist, so ist der gebrochene Weg CEF nicht viel länger als CF.

XI. Es eräugnet sich oft, daß man von einem gewissen Orte z. E. A (Fig. LXIII.) nach zween andern B und C Strassen führen will. — Nun ist wohl klar, daß in Rücksicht der Reisenden, die geraden Richtungen AB, AC, die vortheilhaftesten wären, allein in Rücksicht der Kosten des Wegbaues werden sie es nicht immer seyn. Ich behaupte in Ansehung der Kosten, werde es oft vortheilhafter seyn, die Strasse erst nach einer andern Richtung z. E. längst AD eine gewisse Strecke fortzuführen, und sie hierauf
bey



ben D nach den Richtungen DB, DC zu theilen, als geradehin von A aus die Strassen anzulegen. Denn wenn man voraussetzet, daß innerhalb des ganzen Raumes ABC sich die Kosten des Wegbaues überall gleich hoch belaufen, d. h. daß z. E. eine gewisse Anzahl von Ruthen auf AC, oder AB, AD, BD u. s. w. überall gleichviel zu bearbeiten kostet, so verhalten sich die Kosten beider Strassen AB und AC wie $AB + AC$, die Kosten aber, wenn man die Strasse AD ben D theilte, wie $AD + DB + DC$. Kan man also D innerhalb des Dreiecks ABC so wählen, daß $AD + DB + DC$ kleiner ist als $AB + AC$, so wird es in Rücksicht des Wegbaues vortheilhafter seyn, zwischen den dreyn Punkten A, B, C, die Strassen ADB, ADC, als unmittelbar die AB und AC anzulegen.

Daß sich ein solcher Punkt D der erwähnten Bedingung gemäß, finden läßt, davon kan man sich vielfältig durch Versuche überzeugen. — Ein geometrischer Beweis ist auch nicht schwer zu finden.

Ja es läßt sich zeigen, daß man den Punkt D so wählen kan, daß nicht allein $AD + DB + DC$ kleiner ist als $AB + AC$, sondern kleiner als eine jede andere Summe dreier von A, B, C nach einem beliebigen Punkte D hingezogener Linien, daß also, wie
man

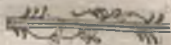
man sich in der höheren Geometrie ausdrückt, $AD + DB + DC$ ein minimum ist.

Nach Gründen, die ich bey vielen meiner Leser nicht voraussetzen kan, findet sich, daß, wenn man den Punkt D so annimmt, daß die drey Winkel BDA , BDC , ADC einander gleich sind, also jeder 120° hält, die Summe $AD + DB + DC$ der kürzeste Weg sey, der sich zwischen den drey Orten A, B, C gedenken läßt, daß also dies in Rücksicht der Kosten die vortheilhaftesten Straßen wären.

Reisende würden alsdenn freylich einen Umweg machen, um von einem Orte zu einem andern zu gelangen, z. E. von A nach B, bekäme man die Straße ADB u. f. w. Allein wenn dadurch an den Kosten des Wegbaues viel erspart werden kan, so ist auf diese Unbequemlichkeit nicht Rücksicht zu nehmen.

Um den Punkt D durch Zeichnung zu finden, so beschreibe man über AB und AC gleichseitige Dreyecke AGB , ACH , halbiere AB , GB , bey a und b ; und ziehe Ab , Ga , die sich in p durchschneiden, so ist p der Mittelpunkt des Dreyecks AGB . Aus diesem beschreibe man mit dem Halbmesser pB den Kreisbogen BDA ; Eben so aus dem Mittelpunkte q des Dreyecks ACH , den

Dritter Theil. E Kreis.



Kreisbogen CDA, so ist beyder Durchschnitt der gesuchte Ort D.

Bew. Der Kreisbogen BDA ganz aus gezogen würde auch durch G gehen, und die Winkel am Umkreise, BDA+AGB betrügen 180° . Nun ist aber $AGB = 60^\circ$ Also $ADB = 120^\circ$. Eben so auch $ADC = 120^\circ$; Mit hin auch $BD C = 120^\circ$ und D der gesuchte Punkt.

Man könnte das Centrum p auch auf folgende Art finden. Weil $pBA = \frac{1}{2}GBA = 30^\circ$, so ist $ap = aB \cdot \text{tang } 30^\circ = \frac{1}{2}AB$
 $\text{tang } 30^\circ = AB \cdot 0,2886$. Eben so auch $cq = AC \cdot 0,2886$. Wenn man also AB, AC, halbtret, und durch a und c, Perpendikel ap, cq, von erwähnter Grösse setzet, so hat man die Mittelpunkte der zu ziehenden Kreisbogen BDA, CDA.

Der Halbmesser pB, wäre $\frac{1}{2}AB \text{ Sec } 30^\circ = AB \cdot 0,5773$. Eben so $qC = AC \cdot 0,5773$; woraus man auch die Mittelpunkte p, q, finden könnte.

XII. Wenn (Fig. LXIV.) zwischen 4 Orten A, B, C, D ein Punkt G gesucht würde, für welchen die Summe der 4 Linien GA + GB + GC + GD ein Minimum seyn sollte, so ziehe man nur geradehin die beyden Diagonalen AC, BD, so ist deren Durchschnitt G, die
 gesuch-

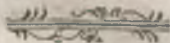
gesuchte Stelle. Für jeden andern Punkt z. E. g läßt sich zeigen, daß $gA + gB + gC + gD$ grösser als $GA + GB + GC + GD$, oder als $AC + BD$ ist. Will man also zwischen den 4 Orten die wohlfeileste Communication anlegen, und sollen alle Strassen durch einen und denselben Punkt G gehen, so muß man solche nach den Diagonalen AC, BD, führen.

XIII. Wären überhaupt so viel Orter A, B, C, D, E, Fig. LXV als man will, vorgegeben, und man sollte einen Punkt G so wählen, daß die Summe der Linien $GA + GB + GC$ u. s. w. am kleinsten wäre, und folglich die nach diesen Richtungen zu führenden Strassen am wenigsten kosten, so führt diese Untersuchung meistens auf sehr beschwerliche Rechnungen und Konstruktionen. Ich rathе also in einem solchen Falle den Punkt G lieber durch Versuche herauszubringen.

XIV. Den Satz für drey Orter (XI.) lehrt Hr. Palmquist (Abhandlungen der Schwedischen Academie der Wiss. d. Jahr 1745. S. 150. der Kästnerischen Uebersetzung) Es kan der Satz noch zu mehreren Absichten dienen, z. E. in der Artillerie, wenn ein Minirer an gegebenen Stellen Minenkammern machen, und die Minengänge so anlegen soll, daß der Weg von einem gewissen

X 2

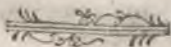
Dre



Orte zu drehen oder auch mehreren, so kurz als möglich sey; in der Marktscheidekunst, wenn ein Bergmann einen Schacht von einem Orte absenken will, und die rechte Stelle sucht, wo er absenken muß, damit man zu drehen oder mehreren Orten unten im Berge den kürzesten Weg habe u. s. w. Auf solche Art werden offenbar Kosten und Zeit erspart.

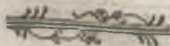
Herr Palmquist fügt seinem geometrischen Beweise des erwähnten Satzes einen mechanischen bey, den solche, die eben nicht in der Analysis geübt wären, verstehen könnten.

Man stelle sich vor, über den Punkten A, B, C, (Fig. LXVI.), die man sich in einer Horizontalebene gedenken muß, seyen Rollen angebracht, über welche man drey in einen Punkt D zusammengeknüpfte Schnüre gezogen hätte, an deren Enden gleich grosse Gewichte vertical herabhiengen. Wenn sich diese Gewichte für sich ins Gleichgewicht setzen, so muß der Knoten D an dem Orte stehen bleiben, wo alle drey Winkel um ihn herum, gleich groß sind, weil die Mechanik lehret, daß beym Gleichgewicht der Kräfte die Sinusse der Winkel BDC, BDA, ADC sich wie die nach den Richtungen DA, DB, DC ziehenden Kräfte verhalten, und folglich, weil die Kräfte gleich sind, es auch diese



diese Winkel seyn müssen. Nun ist es aber eine bekannte Eigenschaft der Gewichte, daß sie der Erde so nahe zu kommen streben, als möglich ist, und sie folglich die Schnuren so weit niederziehen werden, als sie können; d. h. daß die Summe der Stücke Schnuren, die unter die Rollen kommen, im Falle des Gleichgewichts, so groß als möglich, und folglich die Summe der über den Rollen bleibenden Stücke $DA + DB + DC$ so klein als möglich seyn müsse. Daß also der Knoten D an der Stelle stehen bleiben werde, wo man den kürzesten Weg zwischen den dreyn Orten A, B, C, hat.

XV. Diese Eigenschaft der Gewichte könnte auf mehrere Punkte A, B, C, D u. s. w. (Fig. LXV.) zwischen denen man G so annehmen soll, daß die Summe $GA + GB + GC$ u. s. w. ein Kleinstes wird, angewandt werden. Es ließe sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man kleine Rollen in elke solche Lage gegen einander stellen könnte, welche die Punkte A, B, C, D u. s. w. gegen einander haben, und nun über diese Rollen zarte in einen Punkt G zusammengeknüpfte Fäden mit daran hängenden gleich grossen Gewichten anbrächte, wo denn diese Gewichte den Punkt oder Knoten G dahin ziehen, wo die Summe $GA + GB + GC$ u. s. w. am kleinsten ist. So ließe sich etwa durch Ver-

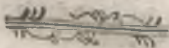


suche die Aufgabe auflösen, wo man denn freylich mit einem Beynabe zufrieden seyn muß.

XVI. Wenn man von einer Strasse aus, z. E. BD (Fig. LXIV.) nach mehreren Dertern A und C, Strassen seitwärts führen will, so läßt sich, im Falle diese Wege nach A und C nicht aus einem und demselben Punkte G, wie in (XII.) ausgehen lassen will, oft noch ein kürzerer Weg zwischen den Dertern A, B, C, D gedenken als der (XII.). Man falle z. E. von A und C Perpendikularlinien Aa, Cc auf BD herab, so ist offenbar sogleich $Aa + Cc$ kleiner als AC, und folglich wäre es noch vortheilhafter zwischen den 4 Dertern A, B, C, D die Strassen BD, Cc, Aa, anzulegen, als sie wie in (XII.) längst den Diagonalen AC, BD zu führen. Jetzt würden aber aus zween Punkten a und c der Richtung BD, Strassen seitwärts geführt, da hingegen GA, GC aus einerlen Punkte ausgehen. Ja es liesse sich vielleicht, wenn man nicht einmal BD beybehalten wollte, zwischen den 4 Dertern A, B, C, D noch ein kürzerer Weg gedenken, wenn man aus dreyen Punkten einer z. E. durch B gezogenen Richtung seitwärts Strassen nach A, D, C führete.

XVII. Es sey (Fig. LXVII.) AH ein Stück einer durch einen vorgegebenen Distrikt zu führenden Landstrasse, und B, C, D, E, nach Gefallen Orter, deren Lage man weiß, und nach denen von AH aus, Seitenwege geführt werden sollen. So ist klar, daß zur Ersparung der Kosten, es vortheilhaft seyn wird 1) diese Seitenstrassen bB, cC u. s. w. senkrecht auf AH zu setzen, und dann 2) AH so zu ziehen, daß die Summe aller Perpendicularlinien $bB + cC + dD + eE$ so klein als möglich werde. Letztere Bedingung aber zu erfüllen, müßte ich hier wieder Kenntnisse zum Voraus setzen, die die Gränzen der gemeinen Geometrie überschreiten. Ich werde also hier blos zu Versuchen rathen, da ohnedem selbst die Rechnung sehr weisläufig wird, und es auch in der Ausübung auf die vollkommen genaue Bestimmung der Richtung AH, so sehr nicht ankommt.

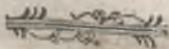
Anmerkung. Diejenigen, welche glauben, die Lage von AH, bey der $Bb + Cc$ u. s. w. ein minimum wird, nach den gewöhnlichen Vorschriften der Analysis finden zu können, würden sich sehr irren — denn gesetzt, man wollte z. E. den Winkel den AH mit einer der gegebenen Seiten AB machte $= \phi$, und die aus der gegebenen Lage der Orter A, B, C u. s. w. bekannten Winkel $BAC = \alpha$, BAE



$= \beta$, $BAD = \gamma$ ic. ic. nennen, hierauf den Winkel ϕ dadurch bestimmen, daß man das Differenzial von $Bb + Cc + Ee$ u. s. w. oder von $AB \sin \phi + AC \sin (\phi - \alpha) + AE \sin (\phi - \beta)$ u. s. w. $= 0$ setze, und aus der heraus kommenden Gleichung $AB \cos \phi + AC (\phi - \alpha)$ u. s. w. den Werth von ϕ suchte, so würde dies die Lage von AH in einer ganz andern Bedeutung geben, als sie hier statt findet. Es würde nemlich, wie sich nach einer Ueberlegung zeigt, der gefundene Winkel ϕ , eine solche Lage von AH bestimmen, bey der die Summe $Bb + Cc + Ee$ u. s. w. ein minimum wird, in der Voraussetzung daß in dieser Summe, die Perpendikel wie z. E. Nd , die rechter Hand der gefundenen AH zu liegen kommen, als negativ angesehen werden. Allein bey gegenwärtiger Untersuchung kommt es darauf an, daß $Bb + Cc + Dd$ u. s. w. ein minimum wird, ohne Rücksicht auf die Lage, die diese Perpendikel in Ansehung der Richtung AH haben; denn bey Anlegung der Strassen, verhalten sich die Kosten wie die Summe der absoluten Längen $Bb + Cc + Ee + Dd$ u. s. w. und nicht wie $Bb + Cc + Ee - Dd$, so, daß man Dd als negativ in dieser Summe ansehen dürfte.

XVIII. Bisher habe ich von bequemer und vorthellhafter Anlegung der Wege, so viel

viel gesagt, als sich ohne umständlichere Kenntniß der Analysis thun ließe. Natürlich müssen es nun die Umstände ergeben, welche Vorschriften sich in jedem Falle anwenden lassen, und wie weit sich ihr Gebrauch erstrecke. — Man siehet wohl, daß es die Beschaffenheit des Bodens nicht immer erlaubt, Wege nach dem Gesetze der kürzesten Länge, oder der kleinsten Summe zu führen. Oft würden diese Wege auf mancherley Arten gegen die Sparsamkeit verstoßen — bisweilen muß man Umwege machen, einen guten und festen Boden zu erhalten — bisweilen findet man in einer Gegend Materialien zum Wegbau im Ueberschusse, in einer andern fehlen sie, oder müssen mit beträchtlichen Kosten weit hergeschafft werden, da man denn oft lieber einen Umweg macht, und die Strasse durch solche Gegenden führet, wo Materialien genug vorhanden sind. Will man solche oekonomische Betrachtungen beym Wegbau mehrere anstellen, und das wird doch wohl nöthig seyn, so ist es in der That nicht leicht zu sagen, ob man durch das geometrische Gesetz des kürzesten Weges allemal Kosten erspare oder nicht. — Wo indessen die Anwendung davon statt findet, da ist es Pflicht, sie zu machen, und so wird man doch oft durch die Geometrie entscheiden, ob sich Wege abkürzen lassen. Kann es auch nicht durch eine ganze Provinz



geschehen, so wird man doch in kleinern Distrikten Gelegenheit dazu haben, und dazu wird die geometrische Aufnahme der Gegend allerdings sehr nützlich und unentberlich seyn.

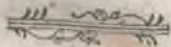
Wie übrigens die auf einer Karte entworfenen Strassen demnächst auf das Feld abgesteckt werden, davon wird nicht nöthig seyn, noch etwas zu sagen, da alles darauf ankommt, Winkel, welche die bestimmten Strassen mit gegebenen Linien und Punkten auf der Karte machen, an eben diese Linien und Punkte auf das Feld zu tragen, und übrigens die Längen einzelner Stücke des abzusteckenden Weges, denen auf der Karte, gemäß zu machen, welches denn alles nach dem, was in diesem und den vorigen Theilen dieser practischen Geometrie bereits gelehret worden, sich ohne Mühe und mit der nöthigen Genauigkeit wird bewerkstelligen lassen.

Was den Bau der Strassen selbst betrifft, damit sie die gehörige Festigkeit bekommen u. dgl. davon ist hier nicht der Ort zu reden; Hrn Gautier oberwähnter Tractat von dem Bau der Wege und Anlegung der Strassen (Leipz. 1773.) C. H. Tinkels Abhandlung vom Wegbaue (Leipzig 1771.) und andere Schriften geben davon zureichenden Unterricht.

XXXII Kapitel.

Von Entwerfung der Karte eines ganzen Landes.

§. 340. Wenn von der Karte eines ganzen Landes die Rede ist, so verlangt man vorzüglich, die in demselben vorkommenden Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, in ihrer richtigen Lage gegen einander. Ausserdem sollen die Hauptwindungen der Flüsse, Gebirge, Landstrassen, die Gränzen einzelner Bezirke von Dorfschaften, Aemtern und dgl. endlich die merkwürdigsten Seen, Sümpfe u. s. w. auf der Karte gehörig verzeichnet seyn. Hingegen die zu den Dörfern gehörigen einzelnen Felder, Aecker, Wiesen u. dgl. bleiben auf der Karte eines ganzen Landes aus der Ursache weg, weil da oft zehn und mehrere Ruthen des verjüngten Maasstabes nur einen Punkt ausmachen, und es also eine vergebliche Arbeit seyn würde, bey einer solchen Karte auf so kleine Stücke Rücksicht zu nehmen. — Diese gehören vielmehr in die sogenannten Flur-Kisse, zu deren Verfertigung im vorhergehenden bereits die Anleitung gegeben ist.



§. 341. Da solchergestalt die Karte einer ganzen Provinz oft schon einen beträchtlichen Theil der kugelförmigen Oberfläche der Erde einnimmt, so wird es nöthig seyn, einige Untersuchungen zum Voraus zu schicken, nach denen man ohngefähr beurtheilen kan, wie weit man die geometrische Aufnahme eines solchen Landes erstrecken darf, damit wenigstens kein beträchtlicher, und auf der Karte sichtbarer Fehler aus der Voraussetzung entstehe, daß man die Orter auf der krummen Oberfläche der Erde, so entwirft, als wenn sie auf einer Ebene lägen.

Untersuchungen über den Einfluß der
Sphärischen Gestalt unserer Erde, auf
die geometrische Aufnahme eines
Stücks derselben.

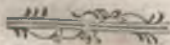
§. 342. I. Man setze Fig. LXVIII. A, B, C seyen drey Orter auf der Oberfläche der Erde.

II. Durch diese gedенke man sich nach dem Mittelpunkte der Erde zulaufende Verticallinien (§. 4.) und durch jedes Paar derselben eine Verticalebene gelegt, so werden solche auf der Oberfläche der Erde, zwischen den gegebenen Ortern, die Bögen AB, AC, BC, als Stücke von größten Kreisen, abschneiden,

den, und diese Bögen werden die wahren Entfernungen dieser Orter von einander ausdrücken, die man z. E. in Meilenmaasse angeben könnte.

III. Wollte man dieses Dreieck, wie es die practische Geometrie befiehlt, auf einer Ebene oder auf dem Papiere entwerfen, so würde man in allen Fällen gewisse Fehler begehen, weil es vermöge der Krümmung der Erde unmöglich ist, eine Figur, die sich auf ihr befindet, auf eine Ebene so zu verzeichnen, daß letztere der erstern völlig ähnlich bliebe.

IV. Wollte man z. E. aus den bekannten Entfernungen AB, AC, BC , das Dreieck ABC entwerfen, indem man auf dem Papiere, die Weiten ab, ac, bc , denen AB, AC, BC gemäß nähme, so würden die Winkel a, b, c nicht vollkommen denen sphärischen A, B, C gleich werden, und die drei Punkte a, b, c hätten daher auf der Karte nicht die Lage vollkommen, die A, B, C gegen einander haben. Eben so, wenn man in dem Dreiecke ABC , den Winkel A , und die beiden Seiten AB, AC wüßte, und wollte daraus abc verzeichnen, so, daß man $a = A$, und $ab : ac = AB : AC$ machte, so würden wieder die übrigen drei Stücke des Dreiecks abc nicht mit denen des Dreiecks ABC übereinstimmen. Kurz, man möchte verfahren,



ren, wie man wollte, so würden immer einige Theile des verjüngten Dreiecks abc nicht mit denen ähnlich liegenden auf der gekrümmten Fläche der Erde ABC übereinkommen.

V. Es wird nun darauf ankommen, zu untersuchen, wie groß man das Dreieck ABC , oder vielmehr die Seiten desselben annehmen dürfe, daß das kleinere abc , von dem Größern wenigstens nicht beträchtlich und um einen auf der Karte sichtbaren Fehler abweiche.

VI. Man setze z. E. man wolle das Dreieck ABC , aus den beiden Seiten AB, AC , und dem eingeschlossenen Winkel auf dem Papiere verzeichnen. Um wie viel wird bc , in so ferne sie sich auf dem Papiere als einer ebenen Fläche ergibt, von der wahren BC abweichen?

VII. Um diesen Fehler zu bestimmen, so setze man: Es seyen im Meilenmaasse die Bögen

$$AB = \mu \text{ also in Graden } = \frac{\mu}{15} = m$$

$$AC = \lambda \quad \quad \quad = \frac{\lambda}{15} = l$$

so ist in dem sphärischen Dreiecke ABC nach (Trig. S. LIII. 2).

$$\cos. BC = \cos. A \sin. l \sin. m + \cos. l \cos. m;$$

dar



daraus ergäbe sich also die wahre Weite BC in Graden, und mit 15 multiplicirt, in Meilen.

VIII. Die Entfernung bc auf der Karte wäre aber (Trig. S. XVII).

$$bc = \sqrt{ab^2 + ac^2 - 2 \cdot ab \cdot ac \cdot \cos A} \text{ oder}$$

$$\text{in Meilen} = \sqrt{(\lambda^2 + \mu^2 - 2 \lambda \mu \cos A)};$$

welche Grösse, mit BC (VII.) in Meilen ausgedrückt, den Fehler giebt, der von der krummen Oberfläche der Erde, in so ferne man sie als eben betrachtete und behandelte, herührt.

IX. *Prempel.* Um die Formeln VII. VIII. einfacher zu machen, so wollen wir setzen, man habe z. E. $AB = AC$, also $l = m$; $\lambda = \mu$; so wird

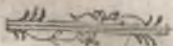
$$\begin{aligned} \cos BC &= \cos A \sin m^2 + \cos m^2 \\ &= (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} A^2) (\sin m^2 + \cos m^2) \\ &= 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} A^2 \sin m^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{mithin } 1 - \cos BC &= 2 \sin^2 \frac{1}{2} A^2 \sin m^2 \\ \text{oder } \sin^2 \frac{1}{2} BC &= \sin^2 \frac{1}{2} A \sin m. \end{aligned}$$

X. Eben so ist in dem gleichschenkligten Dreyecke abc (IX.) $bc = 2 \mu \sin \frac{1}{2} A$.

XI. Für $\mu = 80$ Meilen, $A = 60$; hat man erstlich $m = \frac{80}{15} = 5^\circ. 20'$; $\frac{1}{2} A = 30^\circ$

dies



dies giebt sogleich $bc = 2.80.\frac{1}{2}$ (wegen $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$) $= 80$ M. Für BC ist aber

$$\log \sin \frac{1}{2} A = 9,6989700 - 10$$

$$\log \sin m = 8,9682487 - 10$$

$$\text{also } \log \sin \frac{1}{2} BC = 8,6672187$$

$$\frac{1}{2} BC = 2^\circ.39'.49''$$

$$BC = 5^\circ.19'.38 = 5^\circ.326$$

$$\text{giebt } BC \text{ in Meil.} = 15.5^\circ.326 = 79,89 \text{ M.}$$

XII. Da nun $bc = 80$ M. so ist $bc - BC = 0,11$ M. oder auf der Karte wird bc um 0,11 Meilen grösser, als die wahre Entfernung BC ; und dies ist der Fehler, den man in der Weite bc begiebt, wenn man die gegebenen Stücke des sphärischen Dreiecks ansehen wollte, als lägen sie vollkommen in einer Ebene.

Ob der in XII gefundene Fehler auf einer Karte von einer mässigen Grösse sichtbar ist?

XIII. Man setze die Karte, worauf das Dreieck ABC entworfen werden soll, sey von der Grösse, daß 80 Meilen beyläufig 2 pariser Schuh betragen.

XIV. Unter dieser Voraussetzung würden die 0,11 Meilen in (XII.) auf der Karte betragen.

$\frac{0,11}{80} \cdot 2 \text{ P. F.} = \frac{22}{8000} \text{ Fuß} = \frac{22 \cdot 144}{8000} \text{ Linien};$
 also ohngefähr $\frac{2}{3}$ einer pariser Linie.

Diese Grösse wäre nun wohl auf der Karte noch deutlich zu erkennen, aber begreiflich wird man sie doch immer für einen physischen Punkt gelten lassen dürfen, da sie kaum den 800 Theil der ganzen Weite bc auf der Karte beträgt, und ein solcher Fehler auch schon aus andern Ursachen, unvermeidlich ist.

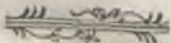
XV. Um wie viel die Winkel b, c, von denen B, C unterschieden sind, liese sich auch leicht berechnen; Man wird aber unter den bisher angenommenen Umständen gleichfalls finden, daß der Unterschied ausser Acht gelassen werden kan.

XVI. Man wird also nicht allein das Dreieck ABC, sondern auch alle in denselben liegenden Derter, ohne merklichen Irrthum, als in einer ebenen Fläche liegend behandeln können, und überhaupt einen Theil der Erdoberfläche, dessen Krümmung nicht über 4 bis 5 Grad beträgt, d. h. der sich nicht über 60 bis 80 Meilen in die Länge und Breite erstreckt, so entwerfen dürfen, als wenn alle Derter innerhalb desselben vollkommen genau in einer Ebene lägen. Vorausgesetzt daß die Karte nicht in einem grössern Formate als XIII. angiebt, verfertigt werde. — Da

Dritter Theil.

Y

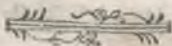
nun



nun die practische Geometrie eigentlich nur so weit angewandt wird, als man das Stück der Erde, das man entwerfen will, für eben annehmen darf, so wird sich durch die bisherigen Betrachtungen zeigen, wie weit sich eigentlich die Aufnahme eines Stücks der gekrümmten Oberfläche der Erde nach blossen geometrischen Vorschriften, erstrecken, und bewerkstelligen läßt, ohne einen Fehler befürchten zu dürfen, der grösser wäre, als man ihn sonst in der practischen Geometrie verstatet.

Solgerung aus dem bisherigen.

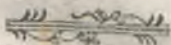
XVII. Auf einer solchen Karte, worauf 80 Meilen etwa 2 oder auch wohl 3 pariser Schuhe betragen, werden nur die Städte, oder höchstens auch die Dörfer und Flecken, die nicht unter einer halben Meile von einander liegen, verzeichnet werden können — denn wenn man alle einzelne Dorfschaften, Höfe u. gl. die oft nur $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ einer Meile von einander wegliegen, auch darauf bringen wollte, so würden, wegen der geringen Grösse des Maassstabes, manche Punkte so nahe zusammen fallen, daß man Mühe hätte sie auf der Karte gehörig zu bezeichnen; Noch viel weniger würde es angehen, auch deren Namen dabey zu schreiben, welches doch der Absicht einer Karte gemäß, erforderlich



derlich ist. Man setze, es liege ein Ort von einem andern $\frac{1}{2}$ Meile weg, so betrüge diese Entfernung nach dem (XIII) erwähnten Maasstabe, auf der Karte $\frac{2}{2 \cdot 80} = \frac{1}{80}$ parisi. Fuß $= 1,8$ parisi. Linien. — Wenn auch 80 Meilen drey parisi. F. betrügen, so wäre $\frac{1}{2}$ Meile $= \frac{3}{2 \cdot 80}$ p. F. $= 2,7$ L. dennoch eine so geringe Grösse, daß schon die Karte, worauf nur alle Derter die eine halbe Meile von einander liegen, verzeichnet wären, sehr mit Namen verunziert und undeutlich ausfallen würde. — Noch viel weniger würden die Derter darauf kommen können; die weniger als eine halbe Meile von einander liegen.

Karten also, welche keine zu unbequeme Grösse bekommen, und sich bis auf ohngefähr 80 Meilen erstrecken sollen, werden nur die merkwürdigen Derter in sich begreifen können, und auf solchen Karten ist es immer erlaubt, den Fehler, der aus der Krümmung der Erde zu befürchten wäre, als einen physikalischen Punkt zu betrachten.

XVIII. Sollen auf einer Karte auch alle einzelne Dörfer vorkommen, so wird man sie nicht leicht über 7 bis 8 Meilen, d. h. über ohngefähr $\frac{1}{3}$ Grad der Erdoberfläche erstrecken



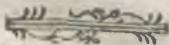
ken dürfen, weil sie sonst gleichfalls eine zu unbequeme Grösse erhalten würde. Gesezt also, ein ganzes Land nähme etwa ein Viereck auf der Erdoberfläche ein, dessen Länge und Breite 5 Grad, also die Fläche 25 Quadratgrade, oder 5625 Quadratmeilen enthielte, so würde man es wenigstens in 10 Spezialkarten zerlegen müssen, wenn man ausser den Städten, auch alle Flecken, Dörfer, Vorwerke u. dgl. verlangte. Nähme man nun den Meilenmaassstab auf einer solchen Spezialkarte, von der Grösse, daß 7. bis 8 Meilen etwa noch 3 pariser Schuhe betragen, (wiewohl vielleicht solche Karten zum Gebrauche schon unbequem wären), so betrüge $\frac{1}{3}$ einer Meile etwa $\frac{1}{2}$ Zoll, eine Grösse die zureicht, sehr viele, ja wohl die meisten Gegenstände einer Landschaft auf die Karte zu bringen, ohne befürchten zu dürfen, daß viele davon so nahe zusammen fallen, daß zu ihrer gehörigen Bezeichnung nicht Raum genug bliebe.

XIX. Auch auf solchen Spezialkarten, worauf doch der Meilenmaassstab schon eine ziemliche Grösse hat, wird der Fehler, der von der Krümmung der Erde herrührte, den noch nur einen physikalischen Punkt betragen — denn da solche Karten nur höchstens $\frac{1}{2}$ oder auch wohl $\frac{1}{3}$ Grad der Erdoberfläche einnehmen, so ist die Krümmung so unmerklich, daß

daß sie völlig für Nichts gelten kan. Zum Ueberfluß, würde man sich noch mehr durch Rechnungen wie in (IX. XIII.) davon überzeugen.

XX. Zu einer genauen Kenntniß eines Landes wird man dreyerley Arten von Karten nöthig haben. 1) Eine Generalkarte, worauf man den ganzen Umfang des Landes, und alle in dasselbe fallenden Hauptörter, nebst den Gränzen einzelner Districte, die Hauptrichtungen der Flüsse, Berge, und dergleichen vorfindet. 2) Spezialkarten wie in (XIII.) worauf alle innerhalb eines jeden einzelnen Bezirks fallenden Städte, Dörfer, und andere Gegenstände, die auf die Generalkarte wegen (XVII.) nicht kommen konnten, entworfen sind, und 3) sogenannte Flurrisse, worauf die einer jeden Stadt oder Dorf zugehörigen Grundstücke, nebst allen in sie fallenden auf die Oekonomie und das Cammeralwesen Einfluß habenden Gegenstände im Detail, verzeichnet sind.

Was nun die Verfertigung der ersten beyden Arten von Karten betrifft, soll der Gegenstand gegenwärtigen Kapitels seyn. Ich werde aber vorläufig auch zu zeigen nöthig haben, in wie ferne man sich auch astronomischer Kenntnisse dazu bedienen könne



Wie man durch astronomische Beobachtungen die Lage eines Orts auf der Erdoberfläche, und die Lage mehrerer gegen einander bestimmt.

§. 343. I. Es stelle der Kreis Fig. LXIX. die Erdoberfläche vor, P und Q seien deren Pole, und M ein Ort auf der Erde, PMQ der Mittagskreis desselben, ALR der Aequator (§. 117. III.). So ist AM des Orts Breite §. 117. VI.

II. Wäre nun PNQ ein anderer bestimmter Mittagskreis, so würde die Lage des Orts M, durch seine Breite AM, und durch den Winkel MPN, oder durch den Unterschied der Mittagskreise, dessen Maas der Bogen AL des Aequators ist, gegeben seyn.

Wenn man den Mittagskreis PLQ als einen ersten ansiehet, so heist auch der Winkel MPL, oder der Bogen LA bis an den Mittagskreis des Orts M, die Länge des Orts M.

Weis man also Breite AM, und Länge LA, so ist des Orts M Lage auf der Erdoberfläche vollkommen bestimmt, wie ein Punkt auf dem Felde durch Abscisse und Ordinate.

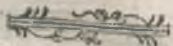
III. Diese beyden Dinge für einen gegebenen Ort vollkommen genau zu bestimmen, das

das würde Gründe der Astronomie zum voraussetzen, die ich hier nicht im Stande bin alle vorzutragen. — Zum Glücke ist es in gegenwärtigen Falle, wo man dergleichen astronomische Bestimmungen bey Entwerfung der Karten braucht, nicht erforderlich, Länge und Breite eines Orts, bis auf einzelne Sekunden zu wissen; Es wird zureichend seyn, wenn man sie innerhalb einer halben Minute weis. Denn gesetzt, eines Orts Breite hätte man um $\frac{1}{2}$ Minute fehlerhaft, und die Karte worauf man diesen Ort entwerfen wollte, werde von der Grösse gemacht, daß 40 oder 60 Meilen beläufig 2 pariser Fuß betragen, so würde $\frac{1}{2}$ Minute auf der Karte betragen $\frac{1}{240}$ par. F. = $\frac{1}{2}$ par. L. ohngefähr; welche Grösse man immer für einen physischen Punkt gelten lassen darf.

Aber bis auf $\frac{1}{2}$ Minute wird man besonders durch wiederholte Beobachtungen, blos mit dem im vorhergehenden bereits beschriebenen Astrolabio immer die Breite eines Orts bestimmen können.

IV. Zum Behuf dessen muß ich aber folgende *Sätze* voraus schicken.

V. Man gedenke sich die Erdoberfläche, und die Fläche des Erdaquators, bis an die äußersten Gränzen der Himmelkugel erweitert,

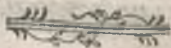


so durchschneidet die Erdaxe die Himmelsskugel gleichfalls in ein Paar Punkten, die man die Weltpole nennet; die erweiterte Fläche des Erdaquators wird aber die Himmelsskugel in einen Kreis durchschneiden, den man den Aequator der Welt, oder Himmelsskugel nennet.

VI. Der Erfahrung nach, scheinen nun vermöge der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Ape, alle Fixsterne an der Himmelsskugel, um die Weltpole Kreise zu beschreiben, die dem Aequator derselben parallel sind, und der Aequator selbst ist der größte unter allen Parallellkreisen.

VII. Ein jeder Stern an der Himmelsskugel wird einen gewissen Abstand von dem Weltaquator haben, den man durch einen Bogen, eines von dem Sterne auf den Aequator senkrecht gezogenen größten Kreises misset, und des Sterns Abweichung oder Declination heist, die also in Rücksicht des Sterns eben das ist, was auf der Erdoberfläche die Breite eines Orts bedeutet.

In astronomischen Tafeln findet man die Declinationen der vorzüglichsten Sterne angegeben. Diese verändern sich zwar etwas von Jahr zu Jahr; da man aber diese Veränderungen kennt, so kan man sie in Erwägung ziehen, und eines jeden Sterns Declination



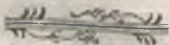
nation für ein gegebenes Jahr, und wenn es nöthig seyn sollte, auch für jeden Tag des Jahres berechnen.

Diese Sternverzeichnisse und die dahin gehörigen Umstände kan man sich allenfalls aus den Berliner Ephemeriden aufs Jahr 1776 bekannt machen, wiewohl man eine gründliche Kenntniss davon immer aus theoretischen Werken über die Astronomie erlernen muß.

VIII. Man gedenke sich die Mittagsfläche eines Orts gleichfalls bis an die Himmelskugel erweitert, so hat man des Orts Mittagskreis an der Himmelskugel, der also durch die Weltpole gehen muß, wie der auf der Erdofläche durch die Erdpole.

IX. Da unsere Erde nun als ein Punkt in Betracht der ganzen Himmelskugel anzusehen ist, so kan man alle Linien, die von verschiedenen Oertern der Erde, nach einem der Himmelspole gezogen werden, als vollkommen gleichlaufend betrachten.

X. Eine solche Linie von einem Orte der Erde, nach dem Weltpole gezogen, wird mit des Orts Horizontalsfläche einen gewissen Winkel machen, den man die Polhöhe des Orts nennet.



Diese Polhöhe wird nun allemal der Breite des Orts gleich seyn.

Man gedenke sich an M eine in der Mittagsfläche P M Q gezogene Tangente $M\mu$; so lieget solche in der Horizontalsfläche des Orts M, und ist des Orts Mittagslinie.

Durch M gehe $M\pi$ nach dem Weltpole, so ist $M\pi$ mit Q P parallel (V. IX.) und der Winkel $\pi M\mu$ die Polhöhe von M.

Vom Mittelpunkte der Erde C, seyen nach A und M die Linien CA und CM gezogen, so ist A M oder des Orts Breite, das Maas des Winkels M C A, und wenn man C M nach m verlängert, so hat man $\mu M m = 90^\circ = P C A$, weil die Erdaxe P Q auf dem Aequator senkrecht stehet; oder

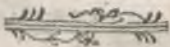
$$\mu M \pi + \pi M m = M C A + M C P; \text{ aber}$$

weil πM mit P C parallel, so ist

$$\pi M m = M C P, \text{ mithin}$$

$\mu M \pi = M C A$, oder die Polhöhe der Breite des Orts gleich.

XI. Es stelle nun nach den bisherigen Vorbereitungen $\mu M H$ (Fig. LXX.) des Orts M Mittagslinie vor, und $\mu P H$ desselben Mittagskreis an der Himmelskugel (VIII.); P den über dem Horizont μH liegenden Weltpol



pol 3. E. den nördlichen, so wird PMH die Polhöhe oder Breite des Orts seyn, und PM die Weltare, weil M in dem Mittelpunkte der Himmelsskugel angenommen werden kan (IX).

Man setze AM auf PM senkrecht, so wird A an der Himmelsskugel, der Durchschnitt des Aequators und des Mittagskreises seyn, und der Winkel AM μ , die Neigung des Aequators gegen die Horizontalfäche. Dieser Winkel macht mit der Polhöhe, wegen $\angle PMA = 90^\circ$, einen rechten Winkel zusammen genommen, also $\angle PMH = 90^\circ - \angle AM\mu$, wo man folglich die Polhöhe findet, wenn man die Aequatorshöhe weis.

Die Höhe eines Sternes heist der Winkel, den ein Gesichtstrahl nach dem Sterne mit der Horizontalfäche macht.

§. 344. Aufgabe. Die Höhe eines Sternes über der Horizontalfäche zu messen.

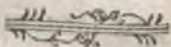
Aufl. I. Man könnte zwar hiebei im Wesentlichen wie bey Gegenständen auf der Erde, nach §. 155. verfahren. — Weil sich aber in einem Zimmer, wo man doch wohl die Beobachtung anstellen wird, kein gewöhnliches Stativ, wie auf dem Felde, gut gebrauchen läßt, indem man solches nicht nahe genug ans Fenster bringen kan, und ferner
auch



auch ein Stern an der Himmelskugel kein festes Object ist, sondern vermöge der scheinbaren täglichen Umdrehung derselben, immer vorrückt, so wird eine Vorrichtung nöthig seyn, um sowohl 1) den Winkelmesser in einem Zimmer nahe genug ans Fenster bringen zu können, und dann 2) der beständigen Vorrückung des Sterns an der Himmelskugel ohngeachtet, ihn genau in der Axe des Fernrohrs zu beobachten, und seine Erhöhung demnächst über der Horizontalfläche zu messen.

II. Die erste Bedingung bewerkstellige ich folgendermaassen: Man lasse von gutem ausgetrockneten Eichenholze einen Würfel A (Fig. LXXI.) verfertigen, dessen Seite etwa 7 bis 8 Zoll betrage.

Längst den Diagonallinien der untern Fläche seyen 4 Stücke Messing m, m, an ihr befestiget, welche die Mütter zu 4 eisernen Schrauben n, n, abgeben, die sich unten in eine kegelförmige Spitze endigen, und in konischen Vertiefungen auf 4 runden messingenen Platten a, a ruhen. — Diese Schrauben werden vermittlest eines Schlüssels gedrehet, so daß man den Würfel A, durch Hilfe dieser 4 Schrauben, etwas erhöhen und erniedrigen kan, bis die obere Fläche des Würfels, nach Maassgabe einer
auf



auf ihr angebrachten Wasserwaage b , horizontal stehet. Auf der obern Fläche des Würfels stehet senkrecht befestiget ein Zapfen $p q$; Auf diesem ruhet die Nuß des Winkelmessers und an dem Zapfen s der Nuß, hängt der Winkelmesser $C C$, dessen Ebene man um den zuletzt erwähnten Zapfen s durch Lösung der Schraube L (§. 99 (16)) herumdrehen kan.

Um den Zapfen $p q$ kan man übrigens die Nuß samt dem Winkelmesser drehen, wenn die Schraube u (§. 99 (16)) gelöst wird.

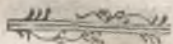
Da das Gewicht des Würfels beyläufig 25 Pfund betragen, so giebt er ein zulänglich festes Stativ für den Winkelmesser ab.

Diesen Würfel kan man auf ein Fenstergesimse AA stellen, und man wird nun zulänglich nahe, sich mit dem Winkelmesser an dem Fenster befinden, um Höhen über dem Horizonte bis auf 60 oder 70 Grade messen zu können.

II. Die nähere Vorbereitung dazu ist nun diese:

Man stelle erstlich durch Hülfe der vier Schrauben n, n , die obere Fläche des Würfels horizontal. — Eine kleine Uebung wird erfordert, dieses ohne grossen Zeitverlust zu bewerkstelligen.

IV. Ben

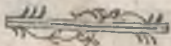


IV. Bei dieser horizontalen Lage der obern Fläche, würde der Zapfen qp vertical seyn, wenn er nämlich genau auf ihr senkrecht stände; da sich aber letzteres nicht immer in der völligen Schärfe wird erhalten lassen, so bringt man ihn auf folgende Art völlig genau in die verticale Lage.

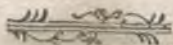
V. Man richte die Ebene des Winkelmessers CC nach dem Augenmaasse, oder durch Hülfe eines Lothes, benläufig in eine verticale Stellung, ziehe die Schraube L fest an, löse die Alhidadenregel, und drehe sie so lange, bis die, parallel mit dem Fernrohre ol angebrachte Libelle (§. 154. 2c. 2c.) genau horizontal stehet.

VI. So bald dieses geschehen ist, befestige man die Alhidadenregel wieder, und löse die Schraube u , so wird sich der Winkelmesser, um den Zapfen pq drehen lassen. — Wenn nun pq genau vertical stehet, so wird die Luftblase in der Libelle immer auf einen Punkt stehen bleiben, man mag den Winkelmesser um den Zapfen pq drehen wie man will.

VII. Geschiehet dieses aber nicht, sondern steigt oder fällt die Luftblase, wenn man den Winkelmesser um pq drehet, so ist dieses ein sicheres Merkmal, daß pq nicht vertical stehet. Man muß also durch Hülfe der 4
Schrau-



Schrauben n, n den Würfel oder das Stativ so lange etwas erhöhen oder erniedrigen, bis die Luftblase immer auf einen Punkt, in der Mitte der Glasrohre stehen bleibt, man mag den Winkelmesser um $p q$ drehen wie man will. Durch eine kleine Übung wird sich solches bald bewerkstelligen lassen. Ich bediene mich dazu folgenden Handgriffs. Gleich anfänglich in (V.) bringe ich durch Herumdrehung des Winkelmessers um $p q$, die Ebene desselben, über die Diagonallinie $\alpha \beta$, und stelle die Libelle horizontal. Nun drehe ich den Winkelmesser um $p q$, so daß dessen Ebene CC über der andern Diagonallinie $\gamma \delta$ zu stehen kommt; steigt oder fällt nun die Luftblase in der Libelle, so helfe ich vermittelst den der Diagonallinie $\gamma \delta$, entsprechenden Schrauben n, n , so lange noch, bis die Luftblase wieder in der Mitte der Libelle steht. Nun bringe ich die Ebene des Winkelmessers wieder über $\alpha \beta$, und wenn hierauf die Luftblase wieder steigt oder fällt, so bringe ich sie vermittelst den der Diagonallinie $\alpha \beta$ entsprechenden Schrauben n, n , abermals in die Mitte der Libelle, und so wird man nach einiger Wiederholung dieses Verfahrens es endlich dahin bringen, daß die Luftblase ruhig in der Mitte der Glasrohre stehen bleibt, man mag die Ebene des Winkelmessers über $\alpha \beta$, oder über $\gamma \delta$ stellen.—
So

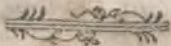


So bald nun dieses geschieht, so ist der Zapfen qp völlig vertical.

VIII. Nun bringe man mittelst eines Lothes die Ebene CC völlig genau in eine verticale Lage, indem man CC um die Muff des Stativs drehet; löse hierauf die Alhidadenregel, bringe den Index des Vernier genau auf den Grad 0 des eingetheilten Randes, befestige alsdann die Alhidadenregel wieder, und löse die Schraube L , so wird sich das Werkzeug um den Zapfen der Muff vertical herumdrehen lassen, bis die Luftblase der Libelle horizontal steht, in welchem Augenblicke man hierauf L wieder anziehet.

IX. Man hat also durch die bisherigen Vorbereitungen 1) den Zapfen qp in eine verticale Stellung gebracht. 2) ist die Ebene des Werkzeugs CC vertical. 3) steht der Index des Vernier auf 0° , und 4) ist hiebei die Libelle, mithin auch das mit ihr parallele Fernrohr, horizontal. — Den Winkelmesser mag man nun übrigens um den Zapfen pq drehen, wie man will, so wird die Libelle immer horizontal bleiben, wenn nur die Schraube L unverrückt und fest angezogen bleibt.

X. Um nun die Höhe eines Sternes zu messen, so drehe man den Winkelmesser um pq , bis die Ebene CC in Gedanken erweitert, durch den Stern gehet, löse hierauf die



die Alhidadenregel, und richte das Fernrohr nach dem Sterne. — Sollte er nicht sogleich ganz genau in der Axe des Fernrohrs erscheinen, so wird man es doch durch eine geringe Wendung des Werkzeugs um den Zapfen pq , und durch eine sanfte Umdrehung der Alhidadenregel vermittelst der Micrometerschraube, leicht dahin bringen, daß der Stern hinter dem Durchschnitte der beyden Kreuzlinien im Fernrohre erscheint, und so wird man demnächst, an dem Rande des Winkelmessers, die Höhe des Sterns über dem Horizonte, angezeigt finden.

Um die Linien im Brennpunkte des Fernrohrs bey der Nacht erkennen zu können, so muß man von einem Gehülfen seitwärts des Objectivglases ein Licht hinhalten lassen.

Zus. I. Daß bey dem bisherigen Verfahren, die verticale Stellung des Zapfens pq erforderlich sey, wird daraus erhellen, weil in dem Augenblicke, da man die Ebene CC nach dem Sterne hinrichtet, das Fernrohr ol horizontal stehen muß, damit wenn man es nachher nach dem Sterne erhöhet, der Index auf dem Rande sogleich die wahre Höhe über der Horizontallinie angebe. — Wäre qp nicht vertical, so würde, besonders wenn man mehrere Höhen eines Sterns nach einander nehmen wollte, immer



ein beträchtlicher Zeitverlust entstehen, wenn man für jede Höhe, nicht allein die Ebene CC erst lothrecht stellen, sondern auch die Horizontallinie ol berichtigen müßte, welches hingegen nicht so oft geschehen darf, wenn qp vertical ist, weil da immer CC vertical, und ol horizontal bleibt (IX.) man mag das Werkzeug um qp drehen, wie man will, vorausgesetzt, daß an demselben sonst keine Verrückung vorfällt, wie wenn z. E. die Schraube L etwas nachgegeben hätte u. dgl. wo man freylich, nachdem schon einige Höhen eines Sterns genommen sind, der Sicherheit wegen, den Index des Vernier wieder auf 0° zurückführt, und zusiehet, ob die Libelle noch horizontal steht.

Auf. II. Man stelle den Index des Vernier, auf einen gegebenen Grad über der Horizontallinie, und verfolge den Stern mit dem Fernrohre, indem man das Werkzeug blos um den Zapfen qp drehet, so wird man in dem Augenblicke, da der Stern sich in der Aze des Fernrohres befindet, an einer Uhr die Zeit wissen können, da der Stern eine gegebene Höhe über dem Horizonte hat.

§. 345. Aufgabe. Die Aequators höhe mithin auch die Polhöhe eines Orts zu finden.

Auf. I. Man beobachte, wenn ein gewisser Fixstern vermöge der scheinbaren taglichen

lichen Umdrehung der Himmelskugel, bey S (Fig. LXX.) in den Mittagskreis des Orts kömmt.

II. In dem Augenblicke messe man des Sterns Mittagshöhe, oder den Winkel $SM\mu$.

So hat man den Bogen $S\mu$.

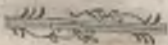
Davon ziehe man ab, des Sterns Abstand vom Aequator, oder die Declination SA (§. 343. VII), wenn der Stern nordwärts des Aequators steht, oder addire sie zur Höhe $S\mu$, wenn der Stern südlich ist, so hat man μA oder die Aequatorshöhe, mithin auch die Polhöhe $= 90^\circ - \mu A$.

III. Begreiflich muß man hiebei wissen, was S für ein Fixstern ist, und daher wird bey dem erwähnten Verfahren eine Kenntnis des gestirnten Himmels, die man sich aus Hrn Bodens bekannten Anleitung dazu, oder andern Schriften, erwerben muß, erfordert.

Anmerkungen zu diesem Verfahren.

IV. Die größte Schwierigkeit hiebei ist, den Augenblick zu wissen, da der Stern in die Mittagsfläche kömmt.

Auf Sternwarten, wo über der Mittagslinie μH eine Mauer vertical aufgerichtet,



tet, und parallel mit ihr ein Quadrant an ihrer Fläche befestiget ist, läßt sich der Durchgang eines Fixsterns durch das Fernrohr des Quadranten, mithin der Augenblick, da er in der Mittagsfläche ist, genau beobachten, und seine Höhe am Quadranten messen.

Wo man aber eine solche Bequemlichkeit nicht hat, da muß man auf eine andere Art zu Werke gehen, und hiezu dienen folgende Betrachtungen, die überhaupt dem Feldmesser auch bey andern Untersuchungen nützlich seyn können.

V. Wenn ein Stern durch die Mittagsfläche gehet, so ist seine Höhe über dem Horizonte am größten. — Bey seinem Aufgange ist sie nemlich $= 0$, wächst nach und nach immer mehr, bis zur größten in der Mittagsfläche, und nimmt von da an, nach und nach, bis zu seinem Untergange völlig so wieder ab, wie sie vor seinem Durchgange durch die Mittagsfläche gewachsen war, dergestalt, daß er in gleichen Zeiten vor und nach seinem Durchgange durch die M. gleiche Höhe über dem Horizonte hat.

VI. Den Durchgang durch die M. nennt man auch die Kulmination des Sterns.

Man beobachte also einige Stunden vor seiner Kulmination (die Lage der Mittagslinie

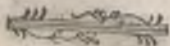
linie oder Fläche setze ich nemlich nach (§. 118.) beiläufig als bekannt zum voraus, die Höhe desselben über dem Horizonte, und schreibe nach einer guten Sekundenuhr, den Augenblick auf, wenn diese Höhe beobachtet worden, oder verfahre nach (§. 344. Zus. II.).

VII. Ohngefähr um eben so viel Stunden nach der Kulmination des Sterns, rüste man sich wieder zur Beobachtung eben derselben Höhe (VI).

Man erhöhe das Fernrohr an dem Winkelmesser, wieder um eben so viel Grade $2c. 2c.$ als in (VI.) beobachtet worden, über der Horizontallinie, lasse das Fernrohr unverrückt auf diesen Grad der Erhöhung, und drehe nur die verticale Ebene des Winkelmessers um den Zapfen pq worauf er ruhet, so wird man den Stern so lange verfolgen können, bis man ihn in der Ase des Fernrohrs wahrnimmt, und er also wieder dieselbe Höhe über dem Horizonte hat, die vor seiner Kulmination beobachtet worden. Die Zeit an der Sekundenuhr abermals in diesem Augenblicke aufgeschrieben, hierauf zu der erstern (VI) addirt, und die Summe halbt, bestimmt den Augenblick, da der Stern kulminirt haben würde, weil die Zeit der Kulm. das arithmetische Mittel, zwischen den Zeiten

3 3

zwoer



zwoer beobachteten gleichgroßen Höhen, seyn muß (V).

Gesezt man habe vor des Sterns Kulmination, die Höhe desselben = 20° beobachtet, da die Uhr wiese 7 U. 5 Min. 43 Sec. Ben eben der Höhe nach der K. habe die Uhr gewiesen 11 U. 14 M. 20 S. so würde der Stern in der Mittagsfläche gewesen seyn, um 9 U. 10 M. 1,5 Sec.

Zu dieser Zeit konnte man nun frehlich an dem Abende, da diese Beobachtung angestellt wurde, die Mittagshöhe des Sterns nicht messen. Wenn man aber den Gang der Uhr weis, so kan man daraus berechnen, wenn den folgenden Abend darauf, der Stern in die Mittagsfläche kommen wird.

Wiese die Uhr genau 24 Stunden, innerhalb der Zeit da ein Stern seinen scheinbaren täglichen Umlauf an der Himmelskugel vollendet, d. h. stimmte sie genau mit der Zeit überein, die man einen Sterntrag nennet, so würde den andern Abend darauf, der Stern abermals um 9 U. 10 M. 1,5 S. in der Mittagsfläche seyn, und man dürfte also nur in dem Augenblicke des Sterns Höhe über dem Horizonte messen.

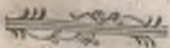
VIII. Da aber selten die Uhr vollkommen mit dem Laufe der Sterne übereinkommen wird,

wird, so muß man erst ihren Gang berichtigen, und untersuchen, um wie viel Minuten und Secunden, sie innerhalb eines Stern-
tages voreilet, oder zurückbleibt. Diese Untersuchung muß schon einige Abende vorher, ehe man die Beobachtungen (VI. VII.) anstellt, geschehen seyn, und wird folgendermaassen bewerkstelligt.

Man richte an einem gewissen Abende, ein Fernrohr nach einem Fixsterne, und schreibe die Zeit auf, wenn der Stern in die Ape des Fernrohres kommt. Gesezt die Uhr habe gewiesen 6 Uhr. 5 Min. 30 Sec.

Man lasse das Fernrohr bis den andern Abend in unverrückter Lage, und beobachte alsdann wieder den Augenblick, da der Stern in die Ape des Fernrohres kommt. Gesezt also, den andern Abend habe die Uhr gewiesen 6 Uhr. 8 Min. 20 Secunden, so würde der Unterschied von der zuerst beobachteten Zeit = 2 M. 50 S. die Voreilung der Uhr innerhalb eines Stern-
tages ausdrücken.

IX. Wenn also den ersten Abend der Beobachtung (VI. VII.) die Zeit der Kulmination um 9 U. 10 M. $1\frac{1}{5}$ S. gefunden worden wäre, so müste den Abend darauf die Uhr weisen 9 U. 10 M. $1\frac{1}{5}$ Sec. + 2 M. 50 S. oder 9 U. 12 M. $51\frac{1}{5}$ S. In dem Augenblicke, da der Stern in die Mittagsfläche käme,



käme, vorausgesetzt, daß die Uhr während der ganzen Zeit einen gleichförmigen Gang gehabt, oder sonst keine Störung gelitten habe.

Um diese Zeit müßte man also den andern Abend, die Mittagshöhe des Sterns messen.

X. Dieses Verfahren, wo man aus den Zeiten, die die Uhr bey gleich grossen, oder übereinstimmenden Höhen eines Sterns, weist, dessen Durchgangszeit durch die Mittagsfläche findet, ist in der Astronomie eine der wichtigsten Aufgaben, und kan, wie wir in der Folge zeigen werden, selbst in der Feldmesskunst, zur genauern Ziehung einer Mittagslinie, als es nach (S. 118.) geschehen kan, dienen, mithin zu solchen Messungen und Absichten, bey denen eine genaue Kenntnis der Mittagslinie erforderlich ist, brauchbar seyn.

Natürlich darf man es aber bey einer einzigen Beobachtung nicht bewenden lassen, wenn man den Augenblick der Kulmination sehr genau finden will. Begreiflich kan man vor der K. verschiedene Höhen des Sterns nach und nach nehmen, die Zeiten aufschreiben, und nach der K. die übereinstimmenden Höhen, und die zugehörigen Momente beobachten, so läßt sich demnächst aus jedem Paare zusammengehöriger Höhen, die Zeit der
Kul-

Kulmination finden, das Mittel aus allen wird alsdann den Durchgang durch die Mittagssfläche sehr genau geben. — Die Uhr darf während der ganzen Zeit keine Störung leiden.

XL. Hat man nun nach (§. 344.) die Mittagshöhe des Sterns mit aller möglichen Genauigkeit und Vorsicht gemessen, so suche man aus den Sternverzeichnissen die Declination des Sterns, und ziehe sie von der beobachteten Höhe ab, wenn sich der Stern nordwärts des Aequators befindet, oder addire sie hinzu, wenn er südlich ist, so hat man die Aequatorshöhe. — Da aber die Refraction in unserer Atmosphäre den Stern um etwas erhebt, so muß man solche von der beobachteten Mittagshöhe erst abziehen, um die wahre Höhe zu finden. Die Refractionen findet man gleichfalls unter den astronomischen Tafeln.

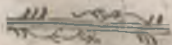
Exemp. Zu Göttingen beobachtete ich den 24 Merz 1776 Abends um 9 Uhr 48 M. 8 S. meiner Sekundenuhr, die M. Höhe des Sterns γ im Löwen und fand sie $= 59^{\circ} 25'. 50''$; die Refraction für diese Höhe ist $35''$; also

$$\text{wahre Höhe} = 59^{\circ} 25'. 15''$$

$$\text{Declination} = 20. 58. 0 \text{ Nördl.}$$

$$\text{Also Aequat. Höhe} = 38. 27. 15$$

$$\text{mith. Polhöhe von G.} = 51. 32. 45.$$



Eigentlich gieng der Stern um 9 U. 48 M. 20 S. meiner Uhr, durch die Mittagsfläche, also hatte er um 9 U. 48 M. 8 S. noch nicht vollkommen genau die Mittagshöhe, allein der Unterschied wird nur einige Secunden betragen, wie ich leicht zeigen könnte. — Ohngefähr 1 Minute vor oder nach seiner Kulmination, ist die beobachtete Höhe, von der Mittagshöhe, wenigstens an einem so kleinen Instrumente, wie der Winkelmesser (§. 99. 1c. 1c.) war, dessen ich mich hierzu bediente, nicht merklich unterschieden, und übrigens ist es auch zu der Absicht (§. 343. III.) zureichend, die Zeit der Kulmination nur innerhalb einer halben Minute genau zu wissen.

Wie man an einem und denselben Abend mehrere Sterne zu Findung der Polhöhe gebrauchen könne.

XII. Wenn man weiß, zu welcher Zeit ein gewisser Stern A durch die Mittagsfläche gehet, so kan man durch eine leichte Rechnung finden, wenn ein jeder anderer B kulminiren wird. Man muß nemlich wissen, wie viel der Bogen des Aequators zwischen den Abweichungskreisen der Sterne A und B, Grade und Minuten 1c. 1c. enthält. —

Da nun innerhalb der Zeit, die die Uhr in einem Sterntage weiset, 3. E. in IX. in
 ner:



nerhalb 24 St. 2 M. 50 S. sich 360° des Aequators durch den Mittagskreis schieben, so kan man aus dem bekannten Bogen $= m$, der zwischen den Abweichungskreisen der beiden Sterne A, B, auf dem Aequator enthalten ist, nach der Regel de Tri

$$360^\circ : m = 24 \text{ U. } 2 \text{ M. } 50 \text{ S.} : x,$$

die dem Bogen m zugehörige Zeit finden, und so viel Zeit wird zwischen den beiden Durchgängen der erwähnten Sterne durch die Mittagsfläche verfließen.

Den Bogen m findet man aber aus den Sternverzeichnissen, wenn man die Grössen von einander abziehet, die in den Sternverzeichnissen, unter der Aufschrift Rectascension oder gerade Aufsteigung, neben den Sternen zu finden sind.

Exemp. so findet man in den Berliner Ephemeriden 1776

die ger. Aufst. von γ des Löwen $= 151^\circ.53'52''$

β des Löwen $= 174. 24. 22.$

Also $m = 22. 30. 30.$

Also $360^\circ : 24 \text{ St. } 2 \text{ M. } 50 \text{ S.} = 22^\circ.$

$30'. 30'' : x (= 1 \text{ St. } 30 \text{ M. } 12 \text{ S.})$

Um so viel gehet also β des Löwen später als γ durch die Mittagsfläche, weil des
ersten



erstern β Rectascension grösser ist als die von γ .

Gienge also γ des Löwen durch die Mittagsfläche, wenn die Uhr wiese 9 U. 48 M. 20 S. so würde β fulminiren, wenn die Uhr zeigt 11 U. 18 M. 42 S.

Zu dieser Zeit würde man also die Beobachtung der Mittagshöhe von β des Löwen anstellen, und daraus, wie vorhin aus γ des Löwen, die Polhöhe suchen. — Wenn man solchergestalt aus mehreren Sternen die Polhöhen berechnet, und aus allen ein Mittel nimmt, so wird man sie sehr genau finden können.

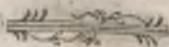
XIII. Daß man den Augenblick, da ein Stern fulminiren wird, auch eben so aus dem Unterschiede der Rectascensionen des Sterns und der Sonne, bestimmen könne, bedarf kaum erinnert zu werden. Die Zeit der Uhr, in dem Augenblicke, da die Sonne fulminirt, findet man dabey eben so, wie ich es vorhin bey Sternen gewiesen habe, nemlich durch übereinstimmende Höhen der Sonne.

Weil sich aber hiebey der Mittelpunkt der Sonne nicht gut wahrnehmen läßt, so bedient man sich des obern oder untern Randes derselben, auf folgende Art. Man stelle das Fernrohr auf einen solchen Grad der Erhöhung,

hung, als die Sonne zu einer gewissen Zeit vormittags ohngefähr über dem Horizonte hat, drehe hierauf das ganze Werkzeug um den Zapfen pq (Fig. LXXI.) und verfolge solchergestalt die Sonne, bis man den Augenblick wahrnimmt, da sie wie bey S (Fig. LXXI. *) beyde Kreuzlinien ab , cd , im Fernrohre zu gleicher Zeit berührt. Wenn man nun des Nachmittags bey eben dem Grade der Erhöhung des Fernrohres, die Sonne wieder auf eine ähnliche Art die Kreuzlinien berühren sieht, so muß alsdann ihr Mittelpunkt S wieder eben die Höhe über dem Horizonte haben, die er Vormittags hatte, d. h. man hat nun ein Paar übereinstimmender Höhen. — Das Mittel aus den zugehörigen Augenblicken an der Uhr, giebt die Zeit, da der Sonne Mittelpunkt kulminirt haben würde, wodurch man alsdenn, wie vorhin (XII.), die Zeit findet, da des Abends ein gegebener Stern kulminiren wird.

Die Rectascension der Sonne für jeden Tag nimmt man aus den astronomischen Tabellen.

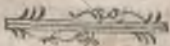
Ben dem Gebrauche der Sonne, bedürfen die übereinstimmenden Höhen derselben, wie die Astronomie lehret, einer kleinen Correction — die aber zu gegenwärtiger Absicht bey Seite gesetzt werden darf (§. 343. III.).



Anmerkung.

§. 346. Durch dieses Verfahren, wird man mit einem Winkelmesser, bey dem man um 1 Minute fehlen kan, durch wiederholte Beobachtungen dennoch die Polhöhe innerhalb 1 Minute genau finden können. — Solchergehalt hat mein Vater mit einem Werkzeuge, dessen Durchmesser ohngefähr einen Fuß beträgt, die Polhöhe von Göttingen $51^{\circ}.32'.18''$ gefunden (Comm. Soc. Goett. Tom. III.) die von der wahren $51^{\circ}.31'.56''$, wie sie der göttingische Mauerquadrant giebt, nicht viel abweicht. — Man wird hieraus einsehen, was man oft auch von mittelmäßigen Werkzeugen, bey einer geschickten Behandlung, und genauem Kenntniss derselben, erwarten kan.

Ich habe die Art, die Polhöhe eines Orts zu finden, etwas umständlich vorgetragen, wie ich es für diejenigen nöthig zu seyn erachtet habe, bey denen ich noch nicht viel Kenntniss der theoretischen und practischen Astronomie zum voraus setzen darf, und da die Kenntniss der Polhöhe wenigstens von einigen Völkern, bey der Verfertigung der Karte eines Landes immer sehr wichtig ist, so wird man um so viel weniger die bisherige astronomische Ausschweifung, in einer practischen Geometrie, die nicht bloß das alltägliche enthalten soll, tadeln. — Die Handgriffe, nebst den



den nöthigen Vorsichten dabey, durften nicht ganz übergangen werden, weil ich mir sonst leicht den Vorwurf hätte zuziehen können, von einer Sache etwas, und doch im Grunde Nichts gesagt zu haben.

Uebrigens habe ich noch dieses zu erinnern, daß man statt der Sterne, sich auch der Sonne zur Findung der Polhöhe bedienen könne. — Man misst die Mittagshöhe des untern Sonnenrandes, addiret den scheinbaren Halbmesser der Sonne, den man für jeden Tag in den astronomischen Kalendern findet, hinzu, um die Höhe des Mittelpunkts der Sonne zu erhalten, und verfähret alsdann wie vorhin.

§. 347. Aufg. Den Unterschied der Mittagshöhe (§. 343. II.) zweier Orter auf der Erdoberfläche zu finden.

Aufl. I. Diese Aufgabe kan auf mancherley Arten aufgelöst werden. — Die meisten erfordern aber mehrere Kenntnis der Astronomie, als ich hier vortragen darf. — Das gewöhnliche und leichteste Verfahren, bestehet darinnen:

II. Bekanntlich haben nicht alle Orter auf der Erdoberfläche in einem und demselben Augenblicke Mittag. Nur denen welche unter einem und denselben Mittagshöhe liegen,



gen, kulminirt die Sonne in einerley Augenblicke. Diejenigen Orter welche weiter gegen Osten liegen, bekommen die Sonne eher in ihren Mittagskreis, die westlichen später, und zwar dergestalt, daß für jede 15° Unterschied der Mittagskreise, eine Stunde eines Sterntages gerechnet wird.

III. Wenn also zween Beobachter in verschiedenen Mittagskreisen einerley Begebenheit am Himmel, in einerley absoluten Augenblicke wahrnehmen, so werden doch beyde, jeder von seinem Mittage angerechnet, in diesem Augenblicke nicht gleichviel Stunden Minuten und Secunden zählen, sondern der östlichere, wird um so viel mehr Zeit angegeben, als er eher Mittag gehabt hat. Aus dem Unterschiede der Zeiten findet sich demnach der Unterschied der Mittagskreise in Graden (II.).

IV. Da nun die Astronomie lehret, daß z. E. eine Mondfinsternis, oder die Verfinsternung eines Jupiterstrabanten, sich einem jeden Beobachter auf der Erde, der sie wahrnehmen kan, in einem und demselben absoluten Augenblicke anfängt, so werden diese Erscheinungen zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise sehr bequem seyn.

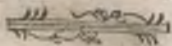
Gesetzt, ein Beobachter A habe an einem gewissen Tage aus übereinstimmenden Sonnen-

nenhöhen gefunden, daß zu Mittage der Zeiger seiner Uhr auf 12 U. 18 M. 20 S. gestanden seyn müste. — Wenn er nun des Abends, da die Uhr wies 7 U. 5 M. 10 S. den Anfang oder das Ende einer der erwähnten Finsternisse beobachtet hätte, so würde diese Beobachtung eigentlich um 6 U. 46 M. 50 S. nach dem Durchgange der Sonne durch die Mittagsfläche geschehen seyn. Man muß sich nemlich vorstellen, als wenn die Stunden an der Uhr, von 12 U. angerechnet, in Einem fortgezählet würden, so käme 19 U. auf 7 Uhr Abends, wo denn

19 U. 5 M. 10 S. — 12 U. 18 M. 20 S. = 6 U. 46 M. 50 S.

V. Eben so habe ein Beobachter B an einem andern Orte der Erdofläche gefunden, daß im Mittage eben desselben Tages (IV.) der Zeiger seiner Uhr auf 11 U. 44 M. 10 S. gestanden, und die in (IV.) erwähnte Erscheinung Abends um 6 U. 15 M. 12 S. an seiner Uhr beobachtet worden sey, so würde solche von der Zeit, die die Uhr im Mittage wies, angerechnet, eigentlich Abends um 6 Uhr 31 M. 2 S. vorgefallen seyn.

VI. Wenn nun beyde Uhren gleich geschwind gehen, das heist, jede in einem Sterntage gleichviel voreilet oder zurückbleibt (§. 345. VIII), so würde der Beobachter B in eben demselben absoluten Augenblicke, da sich die



Verfinsternung anfieng oder endigte, von seinem Mittage angerechnet, weniger Zeit zählen als A, und zwar 15 M. 48 S. weniger, d. h. um so viel in Zeit würde B westlicher liegen, als A.

Man schliesse also nach (II.) 1 Stunde: 15 M. 48 S. = $15^{\circ} : x$, oder auch

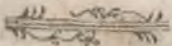
$$24 \text{ Stund: } 15 \text{ M. } 48 \text{ S.} = 360^{\circ} : x.$$

so kommt $x = 3^{\circ} . 57'$. für den Unterschied der Mittagskreise, vorausgesetzt, daß beyde Uhren genau Sternzeit weisen.

VII. Wenn aber beyde Uhren in einem Sterntage 3. E. um 2 M. voreileten, so müßte man eigentlich in die erwähnte Proportion statt 24 St. setzen 24 St. + 2 M. oder wenn sie beyde um so viel zurückblieben, 24 St. — 2 M. u. s. w.

VIII. Sind aber 24 St. beyder Uhren nicht gleich viel von einem Sterntage unterschieden, so muß man diese Abweichung vorher in Erwägung ziehen, und aus der bekannten Grösse derselben, die in (V.) angegebene Zeit, erst auf Stunden der Uhr (IV.) reduciren, ehe man die Rechnungen (VI. VII.) vornehmen darf. — Mit einem Beispiel brauche ich diese, nach einigem Nachdenken leicht zunehmende Reduction nicht zu erläutern.

Anmer.



Anmerkungen.

§. 348. Daß man die Beobachtungen, da der Mond oder ein Jupiterstrabant, in oder aus den Schatten seines Planeten tritt, sehr genau angeben müsse, wird daraus erhellen, weil 1 Secunde Fehler in der Zeit, die in dem zweiten Gliede der Proportion (VI.) steht, schon 15'' im Bogen oder in dem Werthe von x (VI.) beträgt. Man muß daher nicht allein sich auf den Gang der Uhren verlassen können, sondern auch aus vielen übereinstimmenden Sonnenhöhen den Stand der Zeiger an den Uhren, im Mittage eines jeden Orts zuverlässig bestimmt haben. Bei diesem Geschäfte wird man gewisse Correctionen, die man dem Mittage aus übereinstimmenden Sonnenhöhen geben muß, nicht vernachlässigen dürfen. (Man s. Herrn Hofr. Kästners astron. Abh. 1. Samml. S. 288.) Die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten müssen übrigens mit stark vergrößernden Werkzeugen beobachtet werden, und die Beobachter sollen sich, so viel als möglich, Fernrohre von einerley Beschaffenheit dazu bedienen. — Andere hieher gehörige nothwendige Kenntnisse und Bemerkungen darf ich hier nicht vortragen. — Man s. mehreres davon in Hell Ephemerid. Astr. 1764. p. 188. Bei den Mondfinsternissen beobachtet man vorzüglich die Antritte des Schattens an gewisse



Flecken im Monde, oder auch, wenn die Flecken wieder aus den Schatten treten. — An welchen Tagen Ein- oder Austritte der Jupiterstrabanten vorkommen, findet man in den astronomischen Kalendern. — Da aber diese nur für den Mittagskreis eines gewissen Orts berechnet sind, so muß man schon ohngefähr wissen, wie viel ein anderer Ort, wo man die Beobachtung der Verfinsterung eines Jupiterstrabanten anstellen will, östlicher oder westlicher liegt, als der, für den der Kalender berechnet ist, damit man benläufig weiß, wenn man sich zur Beobachtung zurüsten muß. So genau kann man aber immer aus mittelmäsig genauen Karten, vorläufig den Unterschied der Mittagskreise wissen.

Man wird leicht sehen, daß man zur Bestimmung des Unterschiedes der Mittagskreise eine Menge Beobachtungen angestellt haben muß, wenn man nur eine Zuverlässigkeit von einer halben Minute im Bogen x (VI), erhalten will, und daß zur wirklichen Ausübung eine Menge Kenntnisse und Vorsichten erforderlich sind, die aber nur aus astronomischen Werken vollständiger erlernt werden können.

§. 349. Aufgabe. Es sey (Fig. LXXII.) APQ die halbe Erdkugel, P der Nordpol, AQ der Aequator. — Ein Stück der Erdsfläche liege zwischen den beiden Mittagskreisen

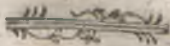


sen PC , PQ , und den beyden Parallelen ab , cd , also innerhalb des Vierecks $abcd$. Es sen übrigen dieses Viereck ein so geringer Theil der Erdoberfläche, daß man es ohne merklichen Irrthum als eine ebene Fläche betrachten darf, d. h. daß die Bogen ab , ad , bc nur wenige Grade betragen. Man soll das Viereck $abcd$ auf dem Papiere, als einer ebenen Fläche, dergestalt entwerfen, daß es dem auf der Kugeloberfläche, so viel als möglich, ähnlich sey.

Aufl. I. Man gedенke sich den Bogen bc des Mittagskreises bey m halbiert, und an m eine Tangente $m\pi$ gezogen, so wird solche, gehörig verlängert, in einen Punkt π der verlängerten Erdaxe GP einschneiden.

II. Man fälle von m auf GP die senkrechte Linie mk , und lasse das rechtwinkliche Dreieck πkm , um πG herumdrehen, so wird πm die krumme Seitenfläche eines Kegels beschreiben, der die Kugel in einem Parallelkreise durch m , ringsherum berühren würde.

III. Weil der Bogen bc ohne merklichen Irrthum für eine gerade Linie angenommen wird, so kan man die Punkte b , c auf der Kugeloberfläche, betrachten, als lägen sie auf der Tangente $m\pi$ selbst, und das ganze Stück $abcd$ der Kugeloberfläche, kan man ohne



beträchtlichen Fehler für ein Stück der erwähnten Kegelfläche ansehen.

IV. Bedenkt man sich nun dieses Stück $abcd$ der Kegelfläche, in eine Ebene ausgebreitet; (Aus der Geometrie weis man, daß selbst die ganze Kegelfläche sich in eine Ebene ausbreiten läßt), und stellet $\alpha\beta\gamma\delta$ (Fig. LXXIII.) dieses ausgebreitete Stück der Kegelfläche auf dem Papiere im kleinen vor, so wird, wegen der geringen Grösse der Bogen ab , bc , cd , ad , die Figur $\alpha\beta\gamma\delta$, der $abcd$ ohne merklichen Fehler ähnlich seyn, und man wird leicht begreifen, daß die Bogen der Mittagskreise, ad , bc , auf dem Papiere beynähe gerade Linien $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, die Parallelen ab , cd , aber auf dem Papiere, Kreisbogen $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ werden, deren Halbmesser $p\beta$, $p\gamma$, sich wie die Linien πb , πc , verhalten müssen, so wie denn auch die Längen dieser Bogen $\alpha\beta$, $\delta\gamma$, denen ab , cd , und die Grössen $\alpha\delta$, $\beta\gamma$, denen ad , bc gemäß seyn müssen.

V. Um also die Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ auf dem Papiere beschreiben zu können, so suche man die Halbmesser $p\beta$, oder $p\gamma$. Diese findet man auf folgende Art.

VI. Des Punktes c (Fig. LXXII.) Breite oder Polhöhe Qc heisse B ; Die halbe Entfernung

fernung der beyden Parallelen, oder den Bogen $mb = mc = \frac{1}{2} bc$, nenne man in Secunden $= \varepsilon$, mithin in Theilen des Sinus totus $1, = \frac{1}{206264}$.

VII. Man ziehe ch mit mk parallel, und von m auf ch , die senkrechte Linie mi , so ist

$$ci : ch = cm : c\pi \text{ oder}$$

$$ch - mk : ch = cm : c\pi$$

$$\text{d.h. } \cos B - \cos(B + \varepsilon) : \cos B = cm : c\pi.$$

Weil aber $\varepsilon = \frac{1}{2}$ Bogen $c.b$, nur wenige Grade hält, so kan man ohne beträchtlichen Fehler setzen

$$\cos(B + \varepsilon) = \cos B - \frac{1}{206264} \sin B \quad (\text{V.})$$

$$\text{mithin } \cos B - \cos(B + \varepsilon) = \frac{1}{206264} \sin B \text{ und}$$

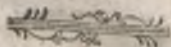
$$c\pi = \frac{cm \cdot \cot B}{206264}.$$

VIII. Weil aber auf dem Papiere (Fig. LXXIII.) (V.) sich nach dem verjüngten Maaße verhalten muß

$$\begin{aligned} \beta\gamma : \gamma p &= bc : c\pi \quad (\text{Fig. LXXII.}) \\ &= 2cm : c\pi \end{aligned}$$

so wird auch

$$c\pi = \frac{2 \cdot cm \cdot \gamma p}{\beta\gamma}$$



IX. Die beyden Werthe von $c\pi$ aus (VII. VIII.) einander gleich gesetzt, geben

$$\gamma p = \frac{\beta\gamma}{2} \cot B. 206264.$$

X. Man setze nun 1° des Mittagskreises oder des Bogens bc , solle auf dem Papiere, oder auf der geraden Linie $\beta\gamma$, a pariser Zolle lang seyn, so wird $1''$ auf $\beta\gamma$ halten $\frac{1}{3600}$ par. Z.

Weil aber $\beta\gamma$ auf dem Papiere den Bogen $bc = 2\varepsilon$ ausdrückt, so hält $\beta\gamma$, 2ε Secunden, und folglich ist (X.)

$$\beta\gamma = \frac{2 \cdot 1}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

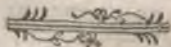
XI. Dieses giebt demnach

$$\gamma p (\text{IX.}) = \frac{1}{3600} \cot B. 206264 \text{ par. Z.}$$

$$\text{oder } \gamma p = 57,29 \text{ a cot B. par. Z.}$$

$$\text{wo } \log 57,29.. = \log 206264 - \log 3600 \\ = 1,7581226.$$

XII. Wenn also der bey der Figur $\alpha\beta\gamma\delta$ zum Grund gelegte verjüngte Maasstab die Grösse hat, daß ein Grad des Mittagskreises auf dem Papiere, und also auf $\beta\gamma$, a paris. Zoll halten soll, so wird der Bogen $\gamma\delta$, der auf dem Papiere den Parallelskreis cd (dessen Abstand vom Aequator $= B$) ausdrückt,



drückt, einen Halbmesser $p\gamma$ haben, dessen Größe $= 57,29 \dots a \cot B$ parisi. Zolle.

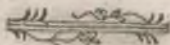
XIII. Nachdem man den Halbmesser $p\gamma$ gefunden hat, so hat man auch den, für den Bogen $\beta\alpha$, der aus demselben Mittelpunkte p beschrieben werden muß, wenn $\alpha\beta$, $\delta\gamma$, Parallelkreise ab , cd , auf des Kegels Oberfläche (Fig. LXXII.) (IV) geben sollen. Also

$$p\beta = p\gamma - \beta\gamma = p\gamma - \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3600} \text{ par. Zoll.}$$

Die Bogen $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$, (Fig. LXXIII) sollen Graden auf den Parallelkreisen cd , ba , gemäß seyn, wie groß wird man $\gamma\lambda$, $\beta\lambda'$ nach dem angenommenen Maasstabe (X.) nehmen müssen?

XIV. Wenn des Parallels cd , Breite Qc wie bisher $= B$, und des P. ba Breite $Qb = B + 2\varepsilon$, (VI) so lehret die Geometrie, daß die Grade auf den Parallelzirkeln cd , ba , zu den Graden auf einem Mittagskreise, als einem größten Kreise, sich verhalten müssen, wie die Kosinusse der Breiten, zum Sinus totus; also wie $\cos. B$; $\cos. (B + 2\varepsilon)$ zu 1.

Stellet also $\gamma\lambda$ auf dem Papiere, einen Gr. des Parallels cd , und $\beta\lambda'$ einen des P.
Ma 5 ba



ba vor, und hält, wie vorhin, 1° auf dem Mittagskreise $\beta\gamma$, a par. Zoll; so ist

$$\gamma\lambda = a \cos. B \text{ par. Zoll.}$$

$$\beta\lambda' = a \cos. (B + 2 \varepsilon) \text{ par. Zoll}$$

Zus. Die Länge des Bogens $\gamma\lambda$ ist $a \cos. B$, und der zugehörige Halbmesser $p\gamma = 57,29 a \cot B$, folglich ist $\gamma\lambda$ ein solcher Theil vom Halbmesser $p\gamma$, als der Bruch
$$\frac{\gamma\lambda}{p\gamma} = \frac{a \cos. B}{57,29 a \cot B}$$
 ausdrückt.

Dieser Bruch verwandelt sich in $\frac{\sin. B}{57,29}$

Man setze in (Trig. S. IV.) das dortige $a = \frac{\sin. B}{57,29}$, so wird die Anzahl von Sekunden, die auf den dem Bogen $\gamma\lambda$ zugehörigen Winkel $\lambda p\gamma$ gehen

$$x = \frac{206264 \cdot \sin. B}{57,29}$$

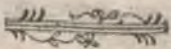
Also in Graden

$$\lambda p\gamma = \frac{206264}{3600 \cdot 57,29} \sin. B$$

$$\text{oder wegen } 3600 \cdot 57,29 = 206264$$

$$\lambda p\gamma = \sin. B$$

Wenn also $\lambda\gamma$ einem Grade des Parallels cd zugehört; so drückt $\sin. B$, die Größe des



des dem Bogen $\lambda\gamma$ zugehörigen Winkels $\lambda p\gamma$ in Graden aus.

Beimp. Für $B = 48^\circ$ ist $\sin.B = 0,7431...$
 Also $\gamma p\lambda = 0,7431^\circ = 44'. 35'', 3$.

Wenn auf eben die Art γl , 2 Graden auf dem Parallele cd zugehört, so ist

$$\gamma p l = 2 \cdot \gamma p \lambda = 1^\circ. 29'. 10'', 6$$

und wenn γd drey Graden auf cd zugehört, so ist $\gamma p d = 3 \cdot \gamma p \lambda = 2^\circ. 13'. 45,9''$

u. s. w.

Ob also gleich die Bögen $\gamma\lambda$, λl , ld in Beziehung auf ihren Mittelpunkt p , keine wirkliche Grade sind, so kann man sie doch so nennen, in so ferne sie auf dem Papiere die Grade des zugehörigen Parallelkreises cd ausdrücken.

Das Stück der Kugelfläche $abcd$ (Fig. LXXII.) auf dem Papiere zu verzeichnen, und zugleich die einzelnen Grade auf den Mittagskreisen, und Parallelen, gehörig zu entwerfen.

XV. Man setze z. B. das Viereck $abcd$, solle zwischen den 48sten und 54sten Grad
 der



der Breite liegen, und der Unterschied der äußersten Mittagskreise ad, bc solle 6° betragen, so wie denn auch der Bögen $bc = 54^\circ - 48^\circ = 6^\circ = 2 \varepsilon$.

XVI. Man setze ferner, auf dem Papiere solle jeder Grad des Mittagskreises 2 parisi. Zolle $= a$ seyn.

Diesen Bedingungen gemäß, trage man also auf eine gerade Linie Lp (Fig. LXXIV.) von L nach 1, 2, 3 u. s. w. 6 gleiche Theile, jeden $= 2$ par. Zoll, so hat man auf Lp erstlich die Punkte wodurch die Parallelen (Fig. LXXII.) gezogen werden müssen. Weil nun cd , oder der durch L zu ziehende Parallel unter dem 48sten Grad der Breite liegt, so nehme man von L nach p eine Länge von $57,29 \dots 2 \cot 48^\circ$ par. Zoll (XI.)

$$\log. 57,29 = 1,7581226$$

$$\log. 2 = 0,3010300$$

$$\log. \cot 48^\circ = 9,9544374 - 10$$

$$\text{Summe} = \log. Lp = 2,0135900$$

$$\text{also } Lp = 103,2 \text{ par. Zoll}$$

$$= 8 \text{ par. Schuh } 7,2 \text{ Z.}$$

Man mache also Lp von der gefundenen Größe, und beschreibe aus p , mit den Halbmessern $pL, p1, p2$ u. s. w. Kreisbogen, so hat

hat man die Parallelen durch die einzelnen Grade des Mittagskreises.

Für die den einzelnen Graden auf den Parallelen cd , ba , zugehörigen Theile oder Bögen Lm , mn u. s. w. 6μ , μv u. s. w. nehme man nach der Ordnung

$$\begin{aligned} Lm=mn=no=Lq=pr \text{ u. s. w. } &= 2. \cos 48^\circ (\text{XIV}) \\ &= 2.0,669 \text{ Zoll} \\ &= 1,338 \text{ Zoll} \end{aligned}$$

Ferner

$$\begin{aligned} 6\mu=\mu v=v\omega=6\kappa=\kappa\zeta \text{ u. s. w. } &= 2. \cos 54^\circ \text{ Zoll} \\ &= 2.0,587 \text{ Zoll} \\ &= 1,174 \text{ Zoll.} \end{aligned}$$

so hat man auf den Bögen so , $\delta\omega$ Abtheilungen, welche die Grade auf den Parallelskreisen cd , ba ausdrücken.

Ziehet man demnach durch die entsprechenden Punkte m , μ ; n , v ; u. s. w. gerade Linien, so hat man die Mittagslinien durch die einzelnen Grade der Parallelen entworfen, mithin das völlige Netz verzeichnet, in welches man, Orter, die innerhalb des Vierecks $abcd$ (Fig. LXXII.) fallen, nach Maassgabe ihrer gegebenen Breiten, und des Unterschiedes ihrer Mittagskreise eintragen kan.

Das



Das ganze Netz kan man in ein rechtwinklichtes Parallelogramm ABCD einschließen, und wie gewöhnlich an den Seitenlinien desselben, die den Mittagskreisen und Parallelen zugehörigen Grade schreiben.

Kreisbogen von sehr grossen Halbmessern zu ziehen.

XVII. Da die Halbmesser der Parallelen (Fig. LXXIV.) wie pL , $p1$ u. s. w. oft groß werden, (so wie denn wirklich pL , für den Parallel durch L in (XV.) schon eine so beträchtliche Grösse hat, daß es Unbequemlichkeiten haben würde, vermittelst eines Stangenzirkels, den Kreisbogen durch L zu ziehen, indem dessen Mittelpunkt p ziemlich weit außerhalb des Papiere fallen würde) so muß man in der Ausübung Mittel haben, Kreise zu ziehen, ohne deren Mittelpunkte nöthig zu haben.

Es sey (Fig. LXXV.) OLN der bisher betrachtete Parallel durch L , und Lp der zugehörige Halbmesser $= 57,29 a \cot B$ (X). Man gedénke sich auf dem Bogen OLN , Punkte L, M, N u. s. w. dergestalt, daß die Winkel $LpM = 1^\circ$; $LpN = 2^\circ$ u. s. w.

Von M, N u. s. w. stelle man sich auf pL , die senkrechten Linien Mi, Nk etc. etc. vor,

vor, so sind diese Linien Sinusse der Winkel LpM , LpN , und Li , Lk u. s. w. Quersinusse derselben, für den Halbmesser Lp .

Durch L ziehe man tv auf pL senkrecht, so würde tv eine Tangente des Bogens OLN seyn; auf diese ziehe man ferner Ml , Nv senkrecht, so ist

$$Ll = Mi = pM \cdot \sin LpM = pL \sin 1^\circ$$

$$lM = Li = pM \cos LpM = pL (1 - \cos 1^\circ)$$

und eben so

$$Lv = pL \cdot \sin 2^\circ$$

$$Nv = pL (1 - \cos 2^\circ)$$

u. s. w.

Ex. Für den Parallel unter dem 48ten Grad der Breite, wurde oben (XV.) gefunden $Lp = 103$ Fosse, dies giebt

$$Ll = 103 \cdot \sin 1^\circ = 103 \cdot 0,0174 = 1,79 \text{ Z.}$$

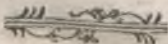
$$lM = 103(1 - \cos 1^\circ) = 103 \cdot 0,00015 = 0,015 \text{ Z.}$$

$$Lv = 103 \cdot \sin 2^\circ = 103 \cdot 0,0349 = 3,59 \text{ Z.}$$

$$vN = 103(1 - \cos 2^\circ) = 103 \cdot 0,00061 = 0,062 \text{ Z.}$$

u. s. w.

Auf die Linie Lp ziehe man also tv senkrecht, und mache die Linien Ll , Lv u. s. w. von der gefundenen Grösse, durch l , v , u. s. w. errichte man lM , vN , senkrecht, und mache sie auch von der gefundenen Grösse, so hat man die Punkte, L , M , N und so auch auf eine



eine ähnliche Art, die, linker Hand Lp , auf dem Kreisbogen OLN , gleichsam durch Abscissen und Ordinaten bestimmt, und kan also die gefundenen Punkte, $N, M, L, \dots O$ auf dem Papiere durch eine zusammenhängende Krümmung verbinden, welche denn den Parallel OLN , ohne ihn aus seinem Mittelpunkt p gezogen zu haben, mit desto größerer Genauigkeit abbilden wird, je mehr Punkte man in ihm vorher durch Abscissen und Ordinaten bestimmt hat. Man könnte auch die Punkte L, M u. s. w. von halben zu halben Graden bestimmen, um den Zug des Bogens OLN desto schärfer anzugeben. — Indessen wird es zureichend seyn, sie nur durch einzelne ganze Grade zu bestimmen.

Hat man nun solchergestalt den Bogen OLN verzeichnet, so nimmt man die Chorden $Lm = mn = no = a \cos. B (X.)$ (welche nemlich ohne merklichen Irrthum ihren Bögen gleich sind) und theilt auf diese Art den Bogen OLN , so wie es den Graden auf dem zugehörigen Parallellkreis cd (Fig. LXXII.) gemäß ist.

XVIII. Es wird zureichend seyn, die Punkte N, M, L u. s. w. nur durch gerade Linien zu verbinden, indem die Krümmung dieser Bogen NM, ML u. s. w. fast ganz unmerklich seyn wird. Will man indessen die
Zies

Ziehung des Bogens NML O, durch die gegebenen Punkte, vermittelst eines Werkzeugs erleichtern, so kan man sich dessen dazu bedienen, welches man in den Göttingischen Commentat. Soc. Sc. ad annum 1778. beschrieben findet.

Solchergestalt kan man einen jeden andern Parallelen, dessen Grad der Breite gegeben ist, auf dem Papiere, ohne seinen Mittelpunkt nöthig zu haben, beschreiben.

Für die Kreisbogen durch 1, 2, 3 (Fig. LXXIV.) wären die Halbmesser

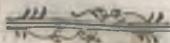
$$p_1 = pL - L_1 = 103 \text{ Zoll} - 2 \text{ Z.} = 101 \text{ Z.}$$

$$p_2 = pL - L_2 = 103 \text{ Zoll} - 4 \text{ Z.} = 99 \text{ Z.}$$

u. s. w.

in der Rechnung (XVII.) zu gebrauchen, um für die durch 1, 2, 3 u. s. w. zu ziehenden Parallelen, die Abscissen und Ordinaten zu bestimmen.

§. 350. Aufgabe. Orter deren Polhöhen oder Breiten, und Unterschiede der Mittagskreise bekannt sind, in das Netz ABCD einzutragen. Das Netz selbst erstreckt sich vom 48ten bis zum 54 Grad der Breite, und vom 27ten bis 33 Grad der Länge, letztere, wie gewöhnlich, von einem gewissen bestimmten ersten Mittagskreise, z. E. von dem durch die Insel Ferro an gerechnet.



Aufl. I. Man setze eines in das Netz einzutragenden Ortes y Breite oder Polhöhe $= 52^\circ. 36'$; Länge von der Insel Ferro angerechnet $= 32^\circ. 30'$.

II. Wenn man sich nun den Mittagskreis sg (Fig. LXXIV.) durch den 27ten Grad der Länge, folglich rg durch den 28ten u. s. w. vorstellt, so wird y zwischen die beyden Mittagskreise nv , ow fallen;

III. Und weil ferner so den Parallel durch den 48ten Grad der Breite bedeutet, mithin die Parallelen durch 1, 2, 3 u. s. w. nach der Ordnung durch den 49, 50, 51ten Grad der Breite gehen, so wird der Ort y auch zwischen den Parallelen xz , tw liegen müssen.

IV. Folglich wird er wegen (II) und (III.) in das Viereck $efgh$ fallen.

V. Man theile die gegenüber stehenden Grade der äußersten Parallelzirkel, nemlich no , $v\omega$, in die einzelnen Minuten, nehme na und $vb = 30'$, und gedenke sich die Linie ab gezogen, so ist ab der Mittagskreis, dessen Länge $= 32^\circ. 30'$; Auf diesem muß also y liegen.

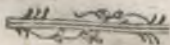
Man mache $cy = \frac{36}{60} eg$, so wird wegen $eg = 1^\circ$ des Mittagskreises, das Stück
 $cy =$

cy = 36'. Mithin des Punktes y Breite
 $= 48^\circ + ac + cy = 48^\circ + 4^\circ + 36' = 52^\circ.36'$;
 Folglich ist die Lage des Orts y, innerhalb
 des Vierecks efgh, gehörigermassen bestimmt,
 und auf dieselbe Art, läßt sich ein jeder Ort,
 dessen Länge und Breite gegeben ist, in das
 Netz tragen.

Zus. I. Wenn i einen andern Ort bezeich-
 net, der durch Länge und Breite eingetragen
 worden, so läßt sich ein dritter Ort u, dessen
 Weiten von y, und i, etwa durch die prac-
 tische Geometrie bestimmt worden wären, auf
 die Karte dadurch verzeichnen, daß man über
 iy, das Dreieck iyu beschreibt, wobei denn
 vorausgesetzt wird, daß man wisse, ob u
 rechter oder linker Hand iy, falle.

Zus. II. Hiebei ist noch zu merken, daß
 der Maasstab, auf der Karte, sich nach der
 Länge a (349. X) richten mus, die man einem
 Grade des Mittagskreises gegeben hat. Wären
 also die Entfernungen iu, uy, in deutschen
 Meilen gegeben, so müßte man a, oder die
 Länge eines Grades des Mittagskreises auf der
 Karte in 15 gleiche Theile theilen, um den
 Maasstab für die Meilen zu erhalten.

Zus. III. Sind i, y, Orter die man durch
 Länge und Breite auf die Karte getragen hat,
 so kan man ihre Entfernung iy, nach dem
 Maasstabe (Zus. II.) messen, und umgekehrt,



eines Orts wie u, den man mittelst des Drehecks i y u, oder der bekannten Weiten y u, i u, (Zus. I.) auf die Karte verzeichnet hat, Länge und Breite finden, indem man durch u, eine gerade Linie ab zieht, die auf v w, und n o, ähnliche Stücke y b, n a abschneidet, und hierauf auf sa, au, die Grade und Minuten zählt; So wäre, unter der bisherigen Voraussetzung, des Orts

$$u \text{ Länge} = 27^\circ + sa$$

$$\text{Breite} = 48^\circ + au.$$

Zus. IV. Man wird hieraus einsehen, wie Messungen der practischen Geometrie, auf die Geographie Einfluß haben. Hat man nemlich nur ein paar Derter wie i, y, durch Hülfe astronomischer Beobachtungen der Länge und Breite, auf die Karte getragen, so kan man eines jeden andern Ortes, dessen Lage man gegen i, y, durch Hülfe der practischen Geometrie bestimmt hat, seine geographische Länge und Breite finden.

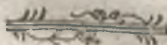
Anmerkung.

§. 351. Die bisherigen Betrachtungen können mit Nutzen gebraucht werden, auf kleinen Stücken der Erdoberfläche, die man nach den Vorschriften der practischen Geometrie vermessen hat, die Paralleltreise und Meridiane zu entwerfen, mithin eine geometrische Karte

Karte zu geographischen Absichten, und andern Folgerungen daraus, zuzubereiten. — Einige astronomische Beobachtungen, werden aber dabey immer erforderlich seyn, nach (Zus. IV.), und aus dieser Ursache habe ich im Vorhergehenden, das Practische bey Findung der Polhöhen, und des Unterschiedes des Mittagskreise oder Längen zweyerörter, nicht ganz übergehen dürfen.

II. Des bisherigen Verfahrens, ein kleines Stück der Erdoberfläche, als ein Stück einer Kegelfläche zu betrachten (§. 349. IV.) und dieser Voraussetzung gemäß, das Netz für die Mittagskreise und Parallelkreise zu entwerfen, haben sich verschiedene Geographen zur Verfertigung der Landkarten, von einzelnen Ländern, die nicht zu groß sind, mit Vortheil bedient. — Hieher gehört auch die kritische Karte von Deutschland, die mein Vater in der Homännischen Officin herausgegeben hat. Sie erstreckt sich vom 45ten Grad der Breite, bis beynahe zum 55ten, und vom 24ten Gr. der Länge bis ohngefähr zum 37ten; nimmt also beynahe 10° der Breite und 13° der Länge ein — die Grösse eines Grades auf den Mittagskreisen beträgt ohngefähr 19 pariser Linien.

III. Ob man unter diesen Umständen das Stück der Erdoberfläche welches das ganze Deutsch-



land einnimmt, noch als eben betrachten darf, wird sich aus (§. 342.) beurtheilen lassen.

Man setze i, y, u seyen drey Derter (Fig. LXXIV.) auf der erwähnten Karte von Deutschland, und diesem geradlinigten Dreiecke iyu , gehöre auf der Erdoberfläche das sphärische IUY zu. Wegen der Krümmung der Erdoberfläche werden nun nie alle 6 Stücke des sphärischen Dr. mit denen des geradlinigten übereinstimmen. Drey Stücke kan man in beyden übereinstimmend annehmen, aber die übrigen drey werden alsdann desto mehr von einander abweichen, je grösser das Stück der Erdoberfläche ist welches IUY in sich begreift.

Ich will nun z. E. $iu = iy = 10^\circ = 150$ Meilen; und eben so $IY = IU = 10^\circ$, ferner den Winkel $i = I = 60^\circ$ annehmen, und sehen um wie viel yu von YU wegen der Krümmung der Erde abweichen würde.

In (§. 342. VII. IX) setze man also das dortige $m = 10^\circ$ und $A = I = 60^\circ$ so wird nach gehöriger Rechnung

$YU = 9^\circ, 9619$; $yu = 150$ M.
Also in Meilen $YU = 149, 428$ Meil.
abgezogen von $yu = 150, 000$ M.

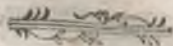
läßt $yu - YU = 0, 572$ M.

Also auf 150 Meilen $= yu$, könnte der Fehler wegen der Krümmung der Erde ohngefähr

gefähr $\frac{1}{5}$ einer Meile betragen. Nun sind aber auf meines Vaters Karte 15 Meilen = 19 par. Linien, mithin $\frac{1}{5}$ M. = 0,9 einer par. Linie.

Um so viel können also Orter, die auf der erwähnten Karte ohngefähr am weitesten von einander wegliegen, nach dem angenommenen verjüngten Meilenmaasstabe unrichtig liegen, in so ferne nemlich diese Unrichtigkeit blos von der Krümmung der Erde herührte. Ob man nun 0,9 par. L. für einen physischen Punkt auf der Karte ansehen darf, überlasse ich dem Leser selbst zu beurtheilen, aber auch dabey zu überlegen, daß man wohl aus andern Ursachen (§. 208. V.) eine solche Unrichtigkeit beynahе außer Acht lassen dürfte.

IV. Man hat noch eine Methode, Netze für kleine Stücke der Erdofläche zu verzeichnen, die darinnen besteht, daß man auf der Karte, die Parallelskreise selbst, auch für gerade Linien annimmt, die auf dem Mittagsskreise L 6 (Fig. LXXIV.), der durch die Mitte der Karte gehet, senkrecht stehen. Weil aber die Grade auf dem nördlichen Parallels ω kleiner sind, als auf dem 10, so werden alsdann die Vierecke e f g h, die nahe an den Rand der Karte zu liegen kommen, nicht rechtwinklicht bleiben können, und mithin den



zugehörigen sphärischen Vierecken auf der gekrümmten Oberfläche der Erde unähnlicher sehn, als wenn man, wie bisher, für die Parallelen, Kreisbogen annimmt, bei welcher Einrichtung die Vierecke auf der Karte doch alle rechtwinklicht ausfallen. Ueberdem liegen ja selbst auf der Erdoberfläche nicht alle Punkte eines Parallelkreises in einer und derselben Verticalebene, weil die Parallelkreise keine größten Kreise sind, und also auch schon aus dieser Ursache dürfen sie auf der Karte nicht, wie die Bogen der Mittagskreise, durch gerade Linien vorgestellt werden. Will man also die Parallelkreise auf der Karte durch gerade Linien vorstellen, so darf man sie nicht leicht über ein Paar Grade in der Länge und Breite erstrecken, da hingegen, wenn man Kreisbogen für sie nimmt, sich die Karte wohl ohne grossen Fehler, bis auf 8° in der Länge und Breite erstrecken läßt, besonders wenn der Meilenmaassstab nicht so groß genommen wird, daß man den von der Krümmung der Erde herrührenden Fehler nicht mehr für einen physischen Punkt gelten lassen dürfte.

Bestimmung der Lage der Oerter durch geometrische Vermessungen.

§. 352. Es würde sehr beschwerlich sehn, bei der Aufnahme einer ganzen Provinz, an vielen Orten astronomische Beobachtungen anzustellen.

zustellen, und dadurch die Lage der Orter zu bestimmen. Wenn man nur einige, und besonders die entferntesten Orter nach astronomischen Beobachtungen ihrer Länge und Breite auf der Karte festgelegt hat, so kan man sich damit befriedigen, und die übrigen Orter durch geometrische und trigonometrische Arbeiten auf die Karte bringen. Einige astronomische Bestimmungen, mit der gehörigen Schärfe angestellt, können alsdann nicht nur zur Prüfung der geometrischen Operationen dienen, sondern werden selbst erfordert, über die Karte gehöriger maassen das geographische Netz verzeichnen zu können, damit man die Lage der Orter auch in Rücksicht auf ihre Längen und Breiten, und also zu geographischen Absichten anzugeben wisse.

Hat man in einem Lande, wo Vermessungen anzustellen sind, von einigen merkwürdigen Orten bereits astronomische Bestimmungen, so ist dem Geometer die Arbeit erspart, sie selbst vorher anzustellen. Er kan sich daher mit Vortheil solcher Tafeln bedienen, worinnen man die Längen und Breiten der vornehmsten Orte bereits gesammelt antrifft.

Ein ziemlich vollständiges Verzeichnis davon, nach den neuesten astronomischen Beobachtungen, findet man in der Sammlung



astronomischer Tafeln, welche unter der Aufsicht der Königl. Preuss. Acad. der Wissensch. zu Berlin 1776. in 3. Octavbänden, und auch mit dem französischen Titel: Recueil des Tables astronomiques etc. etc. herausgegeben ist.

Ich werde nun das Wesentliche, was man bey der geometrischen Aufnahme eines ganzen Landes zu bemerken hat, hier nach der Ordnung in einzelnen Absätzen vortragen, und dasjenige, was man in den besten Schriften darüber findet, und was mir selbst durch eigenes Nachdenken dabey eingefallen ist, zu erläutern suchen.

I. Nothwendigkeit einer vorläufigen Kenntniss des Landes.

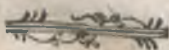
§. 353. Wie beschwerlich es sey, nur eine mäßige Flur ohne zureichende vorläufige Kenntniss derselben zu vermessen, wird ein jeder, der sich schon mit solchen Arbeiten beschäftigt hat, ohne mein Erinnern, von selbst wissen. Aber unendlich grösser sind die Schwierigkeiten und Verwickelungen, welche sich bey der Aufnahme einer ganzen Provinz ausern, wenn man sich nicht schon einige Zeit gleichsam dazu vorbereitet, und aus Beschreibungen sowohl, als auch aus einigen etwa schon vorhandenen Karten und Nachrichten, die

Bes

Beschaffenheit des Landes, und die darinn aufstossenden Schwierigkeiten vorläufig bekannt gemacht hat; sollten auch diese Bestimmungen nur obenhin, und ohne grosse Genauigkeit angegeben seyn, so wird sie dennoch ein Feldmesser sehr benutzen können.

Es wird also rathsam seyn, ehe an die Vermessung geschritten wird, ein Circular schreiben an alle merkwürdigen Orter ergehen zu lassen, mit dem Auftrage, nicht nur die etwa schon vorhandenen Karten einzelner Bezirke den Feldmessern einzuliefern, sondern auch die wahren Namen der in jedem Gericht liegenden Dörfer, Flecken u. s. w. in gleichen die benäufigen Entfernungen eines Orts von einem andern (im Falle keine Karten vorhanden wären) die Lagen und Gestalten der Kirchthürme, und anderer weit in die Ferne sichtbaren Gebäude u. dergl. anzugeben.

Da besonders Kirchthürme sehr gute Merkmale zur Erkennung der Orter an angenommenen Standpunkten abgeben, so kan man in Rücksicht derselben allerley Fragen sich beantworten lassen. Z. E. Ob in diesem oder jenem Orte der Kirchthurm eckigt oder rund sey, wie die Kuppel beschaffen, ob sie mit Schindeln, Ziegeln, oder wie sonst gedeckt sey, was der Thurm für einen Knopf



Knopf habe, ob der Thurm vor oder hinter der Kirche, oder ihr zur Seite stehe, und nach welcher Weltgegend in Rücksicht auf die Kirche, wie auch, ob er viel oder wenig über das Kirchendach hervorrage, ob die Kirche auf einem Hügel oder einem ebenen Boden stehe, frey liege, oder mit Häusern umgeben sey, oder was sonst noch für Gegenstände nahe an der Kirche, und überhaupt in oder nahe ausser dem Orte liegen, welche sich in der Ferne gut bemerken lassen? u. dgl.

Hat man nun solche Beschreibungen, auch allenfalls Abbildungen dazu, dabey ein gutes Fernrohr oder Telescop, und einige Gehülffen, diemit der Gegend, wo man misst, aufs genaueste bekannt sind, so wird es gewiß nicht zu befürchten seyn, an einem gewissen Standpunkte Orter mit einander zu verwechseln, wie es in Ermangelung solcher Hülfsmittel bey der oft grossen Menge von Gegenständen von manchen Feldmessern gewiß schon oft geschehen seyn mag, davon die elenden Karten, die man häufig antrifft, einen zureichenden Beweis geben.

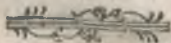
Ausserdem muß sich der Feldmesser auch besonders um die merkwürdigsten Bergspitzen und um andere weit in die Ferne sichtbaren Gegenstände bekümmern, und daraus beurtheilt

theilen, wo sich die schicklichsten Stationen zur Vermessung der Landschaft nehmen lassen.

Wer überhaupt alle Vorbereitungen und Kenntnisse, die zur Aufnahme eines ganzen Landes erfordert werden, umständlicher zu wissen verlangt, der findet sie im deutschen Staatsgeographus, den die ehemalige Cosmographische Gesellschaft in Nürnberg entworfen hat, deutlich aus einander gesetzt.

II. Nothwendigkeit der unmittelbaren Messung einiger sehr grossen Linien.

§. 354. Da sich die Lage der vorzüglichsten Dörter eines Landes nicht auf eine bequeme Art anders entwerfen läßt, als daß man sich durch diese Dörter, Reihen von lauter zusammenhängenden Dreiecken gedenkt und diese nach §. 239. aus angenommenen Standlinien festlegt, so muß man nothwendig gewisse Linien unmittelbar messen, nicht nur die angenommenen Standlinien dar- aus zu bestimmen, Im Falle sich solche nicht unmittelbar messen ließen, als auch vielmehr sichere und von einander unabhängige Linien zu erhalten, durch Hülfe deren man mehrere Reihen solcher Dreiecke zuverlässiger an ein- ander knüpfen, und von der Richtigkeit der
gan-



ganzen Arbeit eine desto sichere Prüfung anstellen kan.

Eigentlich könnte man wohl, ohne irgend eine Linie unmittelbar zu messen, die Lage mehrerer Orter gegeneinander nach dem Verfahren des 239tes bestimmen. Es hängt nemlich die Lage mehrerer Punkte gegeneinander bloß von den Winkeln ab, die diese Punkte an beyden Enden einer Standlinie machen. Diese Standlinie brauchte in keinem gewissen Maasse bekannt zu seyn. Man könnte sie zur Einheit annehmen, und die Seiten der Dreyecke, in so ferne sie zum Auftragen erforderlich wären, nach dieser Einheit trigonometrisch berechnen. Weil man aber zu der Absicht, zu der man Karten im gemeinen Leben braucht, auch die Entfernungen der Orter, in einem gewissen bestimmten Maasse verlangt, so macht auch dieser Umstand die unmittelbare Messung einer oder mehrerer Linien nothwendig, welche ich denn, um sie von den Standlinien zu unterscheiden, Grundlinien nennen will.

Eine solche Grundlinie muß immer einen gewissen Zusammenhang mit einigen Ortern, die mit auf die Karte kommen sollen, haben. Man könnte aus einer solchen Grundlinie, im Falle sie sich durch eine gute und freye Aussicht empföhe, selbst eine Standlinie machen,

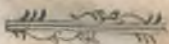
chen, und aus ihr Objekte einer Landschaft bestimmen, oder wenn dieses nicht angienge, so liesse sich doch aus einer solchen Grundlinie eine schickliche Standlinie, in einem gewissen bestimmten Maasse durch trigonometrische Rechnung herleiten (§. 185.).

Sollen die Bestimmungen, die man aus einer unmittelbar gemessenen Grundlinie herleiten will, sich auf die Karte eines ganzen Landes, oder eines beträchtlichen Stückes desselben erstrecken, so wird man eine ziemlich grosse Grundlinie annehmen müssen, wenn die Folgerungen aus ihr, die erforderliche Genauigkeit haben sollen, und dabei wird sie mit der möglichsten Sorgfalt gemessen werden müssen.

Wenn es angehet, so wählet man sie in einer freyen und offenen Gegend, und nimmt sie wenigstens 5- bis 6tausend Ruthen lang.

Da es ausserdem darauf ankommt, sie auch recht genau abzustecken, so muß man in der Ferne ein kenntliches Objekt, z. E. auf einem Berge, oder sonst an einem erhabenen Orte haben, dessen man sich beim Abstecken und Messen zu einem beständigen Richtpunkt bedient.

Was nun die Messung selbst betrifft, so kan man dasjenige darüber nachsehen, was
ich

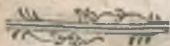


ich bereits im ersten Theile dieses Buchs davon gesagt habe. Man bediene sich dazu recht ausgetrockneter Stäbe von Tannen oder Fichtenholz, die wenigstens 10 bis 12 Schuhe lang sind, und lasse der Bequemlichkeit halber, die man bey der Messung einer so langen Linie, als bey gegenwärtigem Geschäfte erfordert wird, auf alle mögliche Art suchen muß, in die abgesteckte Richtung, etwa 4. Schuh hohe Pfäle in die Erde einschlagen, und wagerechte Latten an sie befestigen, auf denen man mit den Meßstangen hermisset, wie (§. 39. XVII.).

Die Meßstäbe auf Schemmel wie (§. 39.) zu legen, hat bey Messung sehr langer Linien, und besonders auf einem etwas unebenem Boden, einige Beschwerlichkeit, und der Gebrauch der Meßkette ist hiebey ebenfalls mit Unbequemlichkeiten verbunden, so wie sie denn bey dem gegenwärtigen Geschäfte auch nicht die nöthige Genauigkeit verschaffet.

Zur Prüfung werden die Grundlinien wenigstens zweymal gemessen, und aus den etwa gefundenen kleinen Unterschieden, Mittel genommen.

Finden sich bey der Messung Hindernisse, oder Stücke der Grundlinie die sich nicht unmittelbar messen lassen, so muß man solche nach den Aufgaben des (§. 184. 1c.) aus andern
klei-



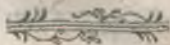
kleinern Standlinien, an denen man die Winkel mit dem Astrolabio misst, trigonometrisch herleiten. An den Enden der gemessenen Grundlinien werden endlich kenntliche Merkmale z. E. hohe Pfäle oder Pyramiden aufgerichtet.

III. Wege von Dreyecken.

§. 355. Nachdem eine zulänglich große Grundlinie gemessen worden, so schreitet man zu der Bestimmung eines Systems von sehr grossen Dreyecken, welches man an die gemessene Grundlinie knüpft, d. h. man bildet sich durch mehrere weit von einander entlegene Oerter zusammenhängende Dreyecke ein, davon wenigstens eines mit der Grundlinie in Verbindung stehen muß, und misst so viel Winkel als nöthig sind, die Winkelpunkte dieser Dreyecke in ihrer richtigen Lage gegen einander, verzeichnen zu können.

Man wähle zu dem Ende in einem Lande, das man ausmessen will, grosse Anhöhen, Kirchtürme und andere Punkte von denen man weit umher sehen kan, und bestimme ihre Lage gegeneinander. Diese Oerter dienen alsdann zu Standpunkten, und ihre Entfernungen von einander geben Standlinien aus denen man nach dem Verfahren des 239 §es im Stande seyn wird, alle

Dritter Theil. Ec Der



Derter nach denen man hinvifiren kan, feft zulegen.

Die LXXVII Figur wird zu mehrerer Erläuterung dienen.

Dafelbst ſtellen A, B, C, D, E, u. ſ. w. ſehr weit von einander entlegene Gegenſtände vor. — Dieſe bilden zuſammenhängende Dreyecke ABC, ACD, EAD, CBG, BGZ u. ſ. w. und geben gleichſam ein Netz, das man ſich durch ein ganzes Land fortgeführt gedenken kan, und wo jede Seite wie AB, BC u. ſ. w. Standlinien abgeben, aus denen man umliegende Derter feſtlegen kan.

Um die Lage dieſer Hauptſtandpunkte A, B, C, D u. ſ. w. gegeneinander zu beſtimmen, ſo muß man von jedem wenigſtens nach zween andern hinſehen können, welches ſich denn durch Hülfe einer vorläufigen Kenntniß der Gegend, immer ſchon ſo wird haben annehmen laſſen.

FP ſey eine unmittelbar gemessene Grundlinie. — Aus dieſer beſtimme man alſo eine, oder wenn es angehet, mehrere von den erwähnten Hauptlinien. Z. E. Hier würde AD die bequemſte Lage gegen FP haben, und man fände AD durch Hülfe der an der Grundlinie FP gemessenen Winkel AFP, FPA,

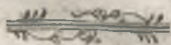
FPA, FPD, PFD nach (§. 183. III. Aufl.)
trigonometrisch.

Zum Ueberfluß kan man auch bey A oder D, ein paar andere Winkel in dem Vierecke AFPD; 3. E. FAP, FDP messen, und sehen, ob sie mit denen an der Standlinie gemessenen $180^\circ - AFP - FPA$, und $180^\circ - PFD - FPD$ vollkommen übereinstimmen, welches denn ehe man die trigonometrische Berechnung von AD vornimmt, eine Probe von der Richtigkeit der an der Grundlinie gemessenen Winkel seyn kan. Findet sich ein kleiner Unterschied so kan man ihn allenfalls gehöriger maassen in die Winkel vertheilen.

Nachdem AD mit der möglichsten Genauigkeit gefunden worden, so kan man mit ihr eine zwote Standlinie AC verknüpfen, und sie aus der bekannten AD, und den gemessenen Winkeln CAD, ADC berechnen, so wie sich denn daraus auch DC finden liesse; Und so kan man immer von einem Dreiecke ADC, zum nächstdaranhängenden CAB, ADE, AEV u. s. w. fortgehen, woben aber das allemal eine der wesentlichsten Vorschriften bleibt, in einem jedem Dreiecke ABC, CAD u. s. w. wenigstens alle drey Winkel unmittelbar zu messen, damit man eine sichere Probe von der Richtigkeit der Messungen habe, und aus der Summe der gemessenen

C c 2

Wins

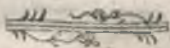


Winkel mit 180° verglichen, allenfalls eine Correction der gemessenen Winkel vornehmen könne, ehe man die Seiten der Dreiecke berechnet.

Man kan nemlich wenn der Unterschied klein ist, $\frac{1}{2}$ desselben, zu einem jeden Winkel addiren oder davon abziehen, je nachdem sich die Summe der drey Winkel kleiner oder größer als 180° fand.

Zu noch mehrerer Richtigkeit der ganzen Arbeit kan man auch, wenn es angehet, unterweilen eine Standlinie auf eine doppelte Art bestimmen, z. E. BC einmal aus dem Dreiecke ABC, und so auch aus dem Dreiecke BCG, wo denn die Vergleichung zwischen beyden Resultaten die erforderliche Probe geben wird.

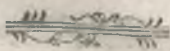
Hat man nun solchergestalt durch zureichend entfernte Punkte einer Landschaft ein solches System von Standlinien gelegt, und das durch das ganze Land in die möglichst größten Dreiecke gleichsam zertheilt, (deren Winkel punkte denn selbst Derter seyn können, die mit auf die Karte kommen sollen, wiewohl dieses nicht immer erforderlich ist), so kan man aus einer jeden Standlinie wie z. E. AB oder GH alle sichtbaren umliegenden Derter a, b, c; t, r, u. s. w. durch Hülfe der Dreiecke ABa, ABc, ABb, GHr, GHt u. s. w. fest-



festlegen, und solchergestalt an eine jede AB , GH 1c. 1c. andere Reihen von Dreneckknüpfen, deren Seiten wie z. E. Aa , in dem Drenecke ABa , wieder zu neuen Standlinien dienen können, an die man noch kleinere Drenecke $Aa\alpha$, $Aa\beta$ knüpfen, und dadurch vielleicht Orter bestimmen kan, die entweder gegen die gar zu grosse Standlinie AB zu unbequem lagen, oder gar nicht aus einem Standpunkte z. E. B hätten gesehen werden können u. dgl.

Wenn man auf diese Art eine ganze Provinz erstlich in lauter grosse zusammenhängende Drenecke zerlegt, und von diesen immer zu kleinern Systemen von Dreneckknüpfen fortgehet, so hat die ganze Messung ein sichern Gang, nicht nur das Anhäufen der unvermeidlichen Fehler so sehr als möglich zu vermindern, sondern auch unzähllichen Verwirrungen zu begegnen, die sonst wegen der oft grossen Menge von Gegenständen ganz gewis zu besorgen wären.

Aus einer einzigen gemessenen Grundlinie FP , lassen sich zwar alle Hauptstandlinien AB , BC , CG 1c. 1c. und daraus ferner die mittleren, wie Aa , Bb 1c. 1c. und selbst endlich die kleinsten $A\alpha$, $a\beta$ 1c. 1c. vermittelst des Zusammenhanges aller Drenecksysteme trigonometrisch finden, und durch das ganze



Land bestimmen. Ich wollte indessen doch rathen, wenn sich eine vortheilhafte Gelegenheit zeigt, eine neue Grundlinie z. E. LH zu messen, solche nicht vorbehen gehen zu lassen. denn sie dienet sowohl zu Berichtigung der ganzen Arbeit, als auch oft zu andern Bequemlichkeiten, die die Ausübung von selbst lehren wird.

Zur Berichtigung der Arbeit kan sie dienen, wenn man z. E. GH aus LH bestimmte, und sie mit GH in so ferne sie sich durch den Zusammenhang der vorhergehenden Dreyecke ergäbe, vergliche. Treffen beyde Resultate zusammen, so kan man mit Wahrscheinlichkeit behaupten, daß auch alle vorhergehenden auf FP, sich gründenden Standlinien AB, BC, CG &c. &c. ihre Richtigkeit haben müssen.

Uebrigens habe ich noch zu erinnern, daß man nur in den größten Dreyecken, alle drey Winkel jedesmal unmittelbar misset. In kleinern, wie ABa &c. &c. Aaß &c. &c. wird es selten erforderlich seyn, mehr als blos die beyden an jedem Standpunkte zu messen, indem die unvermeidlichen Fehler in den kleinern Dreyecken, schon nicht mehr so grosse Folgen nach sich ziehen.

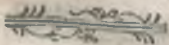
Daß man endlich wenigstens die größten Dreyecke so wählen müsse, daß nicht sehr
spitze

spitze oder stumpfe Winkel in ihnen vorkommen, wird aus (Kap. XVII.) zulänglich erhellen. Am besten ist es, wenn sich die Hauptstandpunkte so nehmen lassen, daß die Dreyecke ABC , ACD , ic. ic. soviel als möglich gleichseitig ausfallen.

Bemerkung über die in den Dreyecken gemessenen Winkel, in so ferne die Krümmung der Erde auf sie Einfluß hat.

§. 356. Drey Oerter wie A , B , C , auf der gekrümmten Oberfläche der Erde, muß man eigentlich als die Winkelpunkte eines sphärischen Dreyecks ABC , und die Entfernungen AB , BC , AC , als Bogen größter Kreise ansehen.

Wisset man also, wie es bekanntlich geschehen muß, an den Stationen A , B , C ; die Horizontalwinkel BAC , ABC , ACB , oder die Neigungswinkel der durch diese Oerter eingebildeten Verticalebenen, so hat man in der That die drey Winkel eines sphärischen Dreyecks gemessen, und die Summe derselben muß nach den Gründen der Geometrie immer mehr als 180° , der Summe aller drey Winkel eines geradlinigten Dreyecks, betragen.



Der Unterschied $A+B+C-180^\circ$ wird in dessen desto geringer seyn, je weniger Krümmung das sphärische Dreieck ABC hat.

Nach Gründen der Geometrie die ich hier nicht vortragen kan, läßt sich beweisen, daß der Unterschied $A+B+C-180^\circ$ in Secunden herauskomme, wenn man den Inhalt des sphärischen Dreiecks ABC , durch geographische Quadratmeilen ausgedrückt, mit der Zahl 0,192 multiplicirt.

Gesetzt also, es wäre z. B. $AC = 16$ geogr. Meilen, das Perpendikel von B auf $AC = 18$ M. Nehme ich an, daß solches nicht außerhalb des Dreiecks ABC falle, oder wenigstens nicht weit außerhalb desselben, so läßt sich unter den angenommenen Datis, die Fläche des sphärischen Dreiecks beynähe wie die eines geradlinigten berechnen, indem es nur wenig Krümmung hat; Man findet sie $= 80$ geogr. Qu. Meilen. Dies mit 0,192 mult. giebt

$$A+B+C-180^\circ = 14'', 2.$$

Woraus also leicht erhellet wie groß das Dreieck ABC seyn, und wie genaue Werkzeuge zum Winkelmessen man haben müste, wenn der erwähnte Unterschied bemerkbar seyn sollte.

Man kan also immer, wenigstens so weit als sich an dreyen Orten auf der Erdoberfläche

Winz

Winkel beobachten lassen, (die Krümmung der Erde verhindert es schon, daß man zu dieser Absicht, die Stationen nicht gar zu weit von einander nehmen darf, wenn man von einer zur andern will hinsehen können) annehmen, daß, wenn die Summe der beobachteten Winkel, z. E. um ein Paar Minuten von 180° abweiche; dieser Unterschied nicht der Krümmung der Erde, sondern Fehlern in deren Messung zuzuschreiben ist.

In so ferne habe ich die bisherige Betrachtung beizufügen für nöthig erachtet.

Wie die Winkel an jeder Station gemessen und ins Manual eingetragen werden?

§. 357. Das Manual muß in Rücksicht der unterschiedenen Systeme von Dreiecken unterschiedene Hauptabtheilungen, und jede davon wieder einzelne Rubriken haben.

Die erste Hauptabtheilung enthält bloß die Winkel in Beziehung auf diejenigen Dreiecke, welche die Hauptstandpunkte und Linien mit einander verknüpfen, wie ABC, ACD, ADE.

Und da werden die in jedem Dreiecke gemessenen Winkel auf folgende Art in das Manual eingetragen.

Z. E. für das Dreieck ABC

E c 5

I. Ma

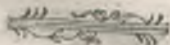
I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Diemen der Deter.	Beobachtete Winkel.	1te Verbeß- serung der Winkel.	Summe.	2te Verbeß- serung der Winkel.	Σage.	Re- sult mat quem
A s s	$BAC=70^{\circ}.0'.40''$	$70^{\circ}.1'.13''$	$A+B+C=$	$70^{\circ}.0'.32''$	B sinfer	
B s s	$ABC=63.59.20$	$63.58.50$	$180.2.3$	$63.58.9$	Hand	
C s s	$ACB=46.2.20$	$46.2.0$		$46.1.19$	AC	
					etc. etc.	

Die Bedeutung der ersten Rubrik ist klar.

In der zwoten Rubrik stehen die unmittelbar beobachteten Winkel an jedem Standpunkte. Weil man aber sehr oft diese Winkel nicht am Mittelpunkte der Station beobachtet haben kan, so erfordern solche eine Verbesserung, davon man aber erst die nähern Gründe in folgenden §. ersehen wird. Hat man diese Verbesserung vorgenommen, so bekommt man in der Rubrik III. die zum erstenmale verbesserten Winkel.

Da die Summe dieser Winkel wegen der unvermeidlichen Fehler in den Messungen, etwas mehr oder weniger als 180° betragen kan, so wird in der IVten Rubrik die Summe der in Rubr. III. gefundenen Winkel angegeben. Den Unterschied von 180° der hier $= 2'. 3''$ gefunden worden, vertheile man in die Winkel der IIIten Rubrik, indem man hier wegen $A+B+C > 180^\circ$ von jedem Winkel $\frac{1}{3}$ des erwähnten Unterschiedes, also $41''$ abziehet, so erhält man die zum zweitemale verbesserten Winkel in Rubr. V. und diese sind es denmach, welche man zur Berechnung der Seiten des Dreyecks braucht (§. 355.).

In Rubr. VI. giebt man an, wie des an dem Dreyecke ADC hängenden Dreyecks ABC Winkelpunkt B, welcher der gemeinschafts-



schaftlichen Seite AC bender Drehecke gegenüber liegt, in Rücksicht dieser gemeinschaftlichen Seite liege. — Die Bezeichnung B linker Hand AC bedeutet so viel, daß, wenn man von A nach C visiren würde, B linker Hand dieser Ziellinie liegt. Diese Bemerkung dienet, um sich nachher im Auftragen des Drehecks nicht zu irren.

Man könnte auch in dieser Rücksicht, wie es Condamine (*Mesure des trois premiers degrés du Meridien dans l'hémisphère austral etc. a Paris 1751.*) gemacht hat, in dem Manuale neben den Abmessungen eines jeden Drehecks, das Dreheck selbst, ohngefähr seinen Winkeln gemäß, nach dem Augenmaße hinzeichnen, und zugleich die Art, wie es an dem vorhergehenden hängen müßte, der Lage nach angeben.

In die VIIte Rubrik kommen endlich allerley Nebenumstände, die angemerkt zu werden verdienen; z. E. wenn A die Spitze eines hohen Berges bedeutete, so könnte man auf ihr die Barometerhöhe beobachtet haben, um daraus die Höhe des Berges zu finden (§. 197), oder wenn B, C, ein Paar Dörfer wären, an deren Benennung man zweifelte, so könnte man solches anmerken, auch allenfalls beylauffig die Gestalt der Kirchtürme, wie sie in einem Fernrohre erschienen,

in

in die Rubrik VII. hineinzeichnen, damit sich nachher die zweifelhaften Derter desto sicherer berichtigen lassen u. dgl. mehr.

Die zwote, dritte u. f. Hauptabtheilung des Manuals wird völlig in Rubriken, nach der Anleitung des 239. §es geordnet, und enthält diejenigen Winkel, welche zur Bestimmung der Lage der Derter in dem zweiten, dritten u. f. Systeme der Dreiecke, erforderlich sind; oder die zwote Hauptabtheilung enthält die Winkel, wie $B A a$, $B A c$, $A B a$, $A B c$ u. f. w. die man an einer Hauptstandlinie AB aus dem ersten Systeme der Dreiecke beobachtet hat, in die dritte Hauptabtheilung trägt man die Winkel wie $A a \beta$, $A a \alpha$ u. f. w. die an einer Standlinie Aa , aus dem zweiten Systeme der Dreiecke beobachtet worden u. f. w. Was bey diesem Geschäfte hin und wieder sonst zu bemerken vorkömmt, kan noch zu besondern Rubriken Anlaß geben.

In den Dreiecken der zweiten und dritten Gattung wird es selten erforderlich seyn, alle drey Winkel zu messen. Um sich aber beim Auftragen derselben nicht zu irren, so muß man alles, was im 239. §. davon gesagt worden, aufs genaueste beobachten.

Daß



Daß übrigens die Winkel an jeder Station horizontal gemessen werden, versteht sich von selbst. Andere dahin gehörige Vorrichtungen habe ich im vorhergehenden Theile zu länglich erklärt.

Undienlich wird es niemals seyn, Winkel an denen besonders viel gelegen ist, zu wiederholten Malen zu messen, so wie denn besonders in den Dreiecken des ersten Systems die Winkel nach meines Vaters Methode (§. 135.) ausgemessen werden können, wodurch auch mit einem nur mäßig grossen Astrolabio dennoch alle mögliche Genauigkeit zu erhalten ist.

Verbesserung der an jeder Station gemessenen Winkel, in so ferne man sie nicht genau am Mittelpunkte der Station beobachten kan.

§. 358. I. Dieser Fall eräugnet sich bey Vermessungen sehr häufig, wenn man z. B. aus den Fenstern eines Thurmes, davon das Mureck (Fig. LXXVII.) den horizontalen Durchschnitt vorstellet, einen Winkel BAC abnimmt, der eigentlich an der Mitte des Thurmes gemessen werden sollte, oder wenn sich sonst auf dem Felde ein Hindernis fände, daß man den Winkelmesser nicht genau über

über den Punkt, aus welchen man den Winkel beobachten müßte, stellen kan.

Alsdann erfordern solche Winkel, wie BAC , eine kleine Verbesserung, weil man an den Stationen B oder C nachher nicht wieder nach A , sondern nach G , der Mitte des Thurmes oder der erstern Station, zurückvisirt, und die Sache kommt offenbar darauf an, aus dem beobachteten Winkel BAC , den wahren BGC zu finden, welches die Schriftsteller, die von Landesvermessungen handeln, das Centriren der Winkel nennen.

II. Weil hiebei vorausgesetzt wird, daß die Weite AG in Vergleichung der Entfernungen AB, AC nicht sehr groß ist, so kan man aus dem Winkel BAC , den das Werkzeug anzeigt, den wahren BGC auf folgende Art finden.

III. Man gedенke sich durch G und A die gerade Linie GA gezogen, so ist, wenn G zwischen den Verlängerungen der beyden Schenkel BA, CA fällt

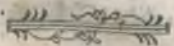
$$BGA = BAE - GBA$$

$$CGA = CAE - GCA$$

nithin addirt

$$BGC = BAC - GBA - GCA$$

Fällt



Fällt aber G innerhalb des Winkels, den AC mit der Verlängerung von BA macht, so zeigt ein kleines Nachdenken, daß

$$BGC = BAC + GBA - GCA$$

sehn müsse.

Fällt G innerhalb des Winkels, den BA mit der Verlängerung von CA macht, so wird

$$BGC = BAC - GBA + GCA.$$

Fällt endlich G innerhalb des Winkels BAC , so ist

$$BGC = BAC + GBA + GCA,$$

welche Fälle sich durch besonders entworfene Figuren leicht ergeben.

Das ganze Verfahren beruhet also darauf, die Winkel GBA , GCA zu bestimmen.

Diese finden sich so:

IV. Weil GA gegen BA , CA klein ist, so sind es auch die Winkel GBA , GCA , und es ist erlaubt ihre Sinusse statt der Bogen die sie messen, anzunehmen, und selbst ohne beträchtlichen Irrthum $GB = AB$, $GC = AC$ zu setzen. Dies giebt demnach

$GB (= AB) : \sin GAB = AG : \sin B$ oder in Sekunden

$$B = \frac{AG}{AB} \sin GAB \quad 206264''.$$

Eben



Eben so

$$C = \frac{AG}{AC} \sin. GAC \ 206264''.$$

Man muß also A G und die Entfernungen AB, AC nebst den Winkeln, den jeder Schenkel AB, AC, mit der Richtung A G, oder A E macht, wissen.

Diese Richtungswinkel G A B, G A C, kan man leicht messen, wenn sich von A nach G ohne Hindernis visiren läßt.

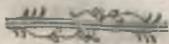
Befände man sich auf einem Thurme, so wird man zwar selten von dem Fenster A nach der Mitte des Thurns genau visiren können, indessen wird man doch das Fernrohr an dem Winkelmesser so genau in die Richtung A G oder A E nach dem Augenmaasse stellen können, als bey dem gegenwärtigen Geschäfte, wo man höchstens die erwähnten Winkel nur innerhalb eines halben Grades zu wissen braucht, vonnöthen ist. Denn es läßt sich leicht zeigen, daß sich die kleinen Winkel B, C, nicht merklich verändern, wenn man die Richtungswinkel um $\frac{1}{2}$ Grad größer oder kleiner nimmt.

Auch die Entfernungen B A, A C, braucht man nur beyläufig zu wissen, bey weitem nicht einmal so genau, als man sie aus denen an jeder Station gemessenen Winkeln,

Dritter Theil.

D d

ohne



ohne noch die bisher betrachtete Verbesserung erwogen zu haben, durch Hülfe einer roh-entworfenen Zeichnung finden würde. — Man sehe hievon in der Folge (§. 360.) ein mehreres.

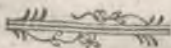
Die Weite GA muß aber so genau es die Umstände verstaten, gemessen werden, wozu sich einem, der Geometrie innen hat, unzählige Mittel darbieten.

Ob nun gleich aus den solchergestalt gegebenen Grössen, die Berechnung der kleinen Winkel B, C, ohne Mühe durch Hülfe der Logarithmen geschehen kan, so muß man doch noch auf mehrere Abkürzung denken, weil bey jedem Winkel 4 Logarithmen vor kommen, die man in den Tafeln aufschlagen muß, und dieses immer mit einigem Zeitverlust verknüpft ist.

Diese Abkürzung kan durch eine kleine Tabelle bewerkstelliget werden, die sich auf folgende Betrachtung gründet.

Man setze in den Formeln für B oder C, die völlig einander ähnlich sind, das Verhältniß von AG zu einer der anliegenden Seiten BA, oder CA $= 1 : 1000$, und nenne den Richtungswinkel überhaupt $= \varphi$, so wird in diesem Falle der an BA, oder CA liegende kleine Winkel B, oder C, durch die Formel

0,001.



0,001 . 206264 . sin. $\phi = 206''{,}2$ sin. ϕ
ausgedrückt, welche Grösse ich $= m$ nennen
will.

Den Werth von m berechne man nun
nach der Ordnung für $\phi = 10^\circ$, $\phi = 20^\circ$
u. s. w. so ergibt sich daraus nachstehende
kleine Tabelle:

Für ϕ	ist m	Differenz.
180°	0°	0''
170	10	36
160	20	70
150	30	103
140	40	133
130	50	158
120	60	179
110	70	194
100	80	203
90	90	206

Vermittelt dieser Tabelle findet man den
Werth von m für alle einzelne Grade durch
Proportionaltheile. Z. E. für $\phi = 48^\circ =$
 $40^\circ + 8^\circ$ multiplicirt man die zwischen 40°
und 50° fallende Differenz $25''$ mit $\frac{8}{10}$, giebt
 $20''$, als den Proportionaltheil, den man
zu $133''$ (als dem Werthe m für $\phi = 40^\circ$)
addiret, um den Werth $m = 153''$ für $\phi =$
48°



48° zu erhalten. Man sieht leicht, daß die Berechnung eines solchen Proportionaltheils in einem Augenblick geschehen ist.

Enthält ϕ ausser den Graden auch noch Minuten, z. E. wäre $\phi = 48^\circ.21'$, so nimmt man statt dieser Minuten Zehntel eines Grades, die ihnen am nächsten kommen, hier also statt 21' schlechthin $0,3^\circ$, so wird der Proportionaltheil $= \frac{8 \cdot 25''}{10} + \frac{0,3 \cdot 25''}{10}$
 $= 20'' + 0,7'' = 20'',7$ oder beynähe 21''.

In den meisten Fällen wird es kaum nöthig seyn, die Minuten in den gegebenen ϕ ausser den ganzen Graden auch noch in die Rechnung mitzunehmen, weil der ihnen zugehörige Proportionaltheil selten 2'' giebt.

Dieser Tabelle kan man sich nun mit Vortheil bedienen, die Werthe der kleinen Winkel B, C, für andere Verhältnisse AG:AB; oder AG:AC, als bey der Tabelle angenommen worden, zu berechnen.

Man suche nemlich für einen gegebenen Richtungswinkel GAB oder ϕ den Werth von m aus der Tabelle. Weil aber dieses m nur für das Verhältniß AG:AB = 0,001 gilt, so schlesse man nach der Regel de Tri für ein anderes Verhältniß

$$0,001 : \frac{AG}{AB} = m : x;$$

so wird x oder der an der Seite AB liegende Winkel $B = \frac{m \cdot AG}{0,001 \cdot AB}$

D. h. die Grösse m aus der Tafel multiplicire man mit AG , und dividire das Produkt mit der Grösse AB , nachdem man von ihr drey Decimalstellen abgeschnitten hat, welche man aber bey der Division immer ohne merklichen Irrthum weglassen kan, so hat man B , und so auf eine ähnliche Art auch C .

Wenn z. E. der Richtungswinkel BAG , oder dessen Ergänzung zu 180° , also $BAE = 48^\circ. 21'$, und das Verhältniß $AG : AB = 32 \text{ Schuh} : 46732 \text{ Sch.}$; so hat man für $\phi = 48^\circ. 21'$ erstlich den Werth von $m = 154''$. Schneidet man nun von $AB = 46732$ die drey letzten Ziffern ab, so hat man die Zahl $46,732$, statt deren man 47 setzen kan, und so wird

$$B = \frac{154 \cdot 32}{47} = 105'' = 1'. 45''.$$

Die Multiplication und Division ist hiebey so geschwind geschehen, als man allensfalls einen Logarithmen in den Tafeln auffuchen und hinschreiben würde, weil die Grössen AG , und $0,001 \cdot AB$, nach Weglassung der Decimalstellen bey letzterer, immer nur wenige Ziffern halten.



Hätte man anstatt mit 47 zu dividiren mit 46 dividirt, so würde B ohngefähr um 1'' grösser geworden seyn, welches zum Beweise dienet, daß man ohne beträchtlichen Irrthum die Decimalstellen in dem Werthe von 0,001 . AB weglassen kan.

V. Hat man auf eine ähnliche Art aus dem Verhältniß $AG:AC$, und dem Richtungswinkel GAC oder $180^\circ - GAC$, auch den kleinen Winkel C gefunden, so werden nun nach Verhältniß der Lage des Punktes G (III.) beyde Winkel B, C , zu dem gemessenen BAC als eine Verbesserung hinzu gethan, und so erhält man demnach die centrirten Winkel an jeder Station, welche in die Rubrik V. (§. 357.) zu stehen kommen.

VI. Viele Schriftsteller bedienen sich bey der bisherigen Untersuchung ebenfalls berechneter Tabellen, welche aber insgesamt weitläufiger sind, als es meines Erachtens erforderlich wäre, ohne daß deswegen die Rechnung um ein merkliches abgekürzt würde. Man sehe, was Herr Liesganig (*dimensio graduum Mer. Viennens. et Hungarici. Wien 1770.*) und Herr von Utterwald in einer Abhandlung vom geographischen Landmessen (*Abhandl. der Bayrischen Acad. der Wissenschaften I. B.*) von der bisherigen Verbesserung der Winkel gesagt haben. So nimmt
3. B.

3. B. Herrn v. Osterwalds Tafel 15 Quartseiten ein, und dennoch muß man sich oft der Proportionaltheile bedienen.

Herr Liesganig und Bouguer (Fig. de la Terre) bedienen sich zum Centriren der Winkel nicht der Richtungswinkel, sondern der Perpendikel, welche von G auf die verlängerten Seiten BA, CA fallen. Ich denke aber, diese Größen in jedem Falle mit der erforderlichen Schärfe zu messen, ist mit mehrerem Zeitverlust verbunden, als viel mehr statt ihrer die Richtungswinkel zu bestimmen. Man sehe auch Herrn Hofr. Kästners astronomische Abhandlungen (II. Sammlung S. 124. u. f.)

VII. Ich muß nun zu mehrerer Ergänzung des bisherigen, in Rücksicht auf die Ausübung noch folgendes beibringen.

Gesetzt, das Viereck (Fig. LXXVIII.) stelle den Umfang eines Thurmes vor, aus dessen Fenstern M, N man die Winkel der Objekte A, B, C u. s. w. aufnehme. K sey die Mitte des Thurmes.

Damit man nun erstlich den Winkelmesser nahe genug ans Fenster bringen könne, so bediene man sich des Stativs, welches ich oben (§. 344. II.) und (Fig. LXXI.) beschrieben habe, und stelle solches mit dem daran be-



findlichen Werkzeuge auf das Gesimse des Fensters, und dabey sey die Ebene des Winkelmessers horizontal.

Weil nun das im ersten Theile dieses Buchs beschriebene Werkzeug (§. 99.) die Abtheilungen auf dem Rande von der linken Hand gegen die rechte zählt, so richte man das Fernrohr anfänglich nach D (Fig. LXXVIII.), dem äußersten Objecte, welches man zur Rechten noch aus dem Fenster M sehen kan.

Ben dieser Richtung des Fernrohrs stehe der Index auf dem Rande zugleich auf 0° .

Hierauf schreibe man nach der Ordnung die Grade 10. 10. auf, welche der Index bey den Richtungen des Fernrohrs nach C, B, A 10. 10. weiset, so hat man die Winkel DMC, DMB, DMA 10. 10.

Wenn die Axe des Fernrohrs so stehet, daß deren Verlängerung ohngefähr nach dem Augenmaasse, durch die Mitte des Thurmes K gehen würde, wie GM, so schreibe man an die Grade und Minuten, die der Index alsdann weiset, ein beliebiges Zeichen. Z. E. ein *, dieser Winkel DMG dienet nachher zur Bestimmung der Richtungswinkel für ein jedes Object.

Eben so verfahre man am zweiten Fenster N, aus dem man die Winkel FNg (wo
Ng

Ng durch die Mitte des Thurmes gehet) FNE, FND misst. Hiebei ist nun zu merken, daß das Objekt D, womit man bey dem ersten Fenster anfieng, am zweiten Fenster das letzte seyn muß, und eben so muß am dritten Fenster das letzte Objekt dasjenige seyn, welches am zweiten das erste war u. s. w.

Das Manual wird begreiflich für eine jede Station wie K, in Rücksicht der nahe an ihr befindlichen Punkte M, N aus denen man die Winkel zu observiren genöthigt war, unterschiedene Rubriken haben müssen, ohngefähr auf folgende Art:

Station K.

1tes Fenster M; MK = | 2tes Fenster N; NK = | u. s. w.

beobachtete Winkel	beobachtete W.
DMC =	*FN _g =
*DMG =	FNE =
DMB =	FND =

u. s. w.

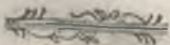
Hieraus wird man nun die Winkel welche ein paar Objekte am Mittelpunkte K mit einander machen leicht berechnen können.

Gesetzt, man wolle den Winkel welchen F und B mit einander machen, finden.

Erstlich centrire man den beobachteten Winkel DMB vermittlest der bekannten Rich-

D d 5

tungs



tungswinkel DMG, BMG und der Weite KM, die man in dem Manuale angegeben findet; die Weiten MB, MD, dabey auch ohngefähr als bekannt angenommen.

So hat man den Winkel BKD.

Auf eine ähnliche Art auch den centrirten FKD.

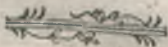
Bender Summe BKD + FKD ist demnach der gesuchte Winkel FKB.

Zus. Nähme man blos die Summe FND + DMB aus dem Manuale, so hätte man den unverbesserten Winkel bender Objecte B, F an der Station K. Man kan so überhaupt an allen Stationen anfänglich die unverbesserten Winkel nehmen, und dadurch die vorgegebenen Orter einer Landschaft benläufig auf dem Papiere entwerfen. Dieser Entwurf wird immer schon die Genauigkeit haben, daß man die Weiten MA, MB u. s. w. in so ferne man sie nachher zu Centriren der Winkel braucht, daraus abnehmen kan.

Erzählung einiger Hindernisse, die sich
auf dem Felde unterweilen bey Mes-
sung der Winkel eräugnen.

§. 359. I. Die Winkelpunkte der größten Dreiecke nimmt man gerne an solchen Orten, welche über dem platten Lande, soviel als möglich erhöht sind, um eine beträchtliche Aussicht an ihnen zu haben. Hierzu taugen vorzüglich Bergspitzen, Kirchtürme u. dgl. Weil aber besonders die Spitzen der Berge oft mit Waldungen besetzt sind, die eine freye Aussicht unterbrechen, so ist kein anderes Mittel als die Bäume, so weit sie der Aussicht hinderlich sind, wegzuräumen, und an der Stelle, wo man den wahren Standort gewählt hat, hohe Signale aufzurichten, welche, um sie nachher an andern Stationen wieder erkennen zu können, aus Pyramiden oder hohlen Kegeln, von abgeschälten gegen einander gelegten Stämmen von Bäumen, bestehen können. Maupertuis (*Figure de la Terre etc.* 1738.) erzählt, daß sich solche Zeichen wohl auf 10 bis 12 Stunden Weges wahrnehmen lassen. Zu mehrerer Sicherheit gegen allerley Zufälle, ließ er den Mittelpunkt eines solchen Signals, durch Merkmale, die man in die Felsen einhieb, oder Pfäle die man tief in die Erde schlug und mit grossen Steinen bedeckte, bezeichnen.

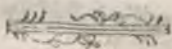
An



II. An den Standlinien, aus welchen man insbesondere die kleinsten Dreiecke wie z. E. Aa β , Aa α (Fig. LXXVI.) entwerfen soll, eräugnen sich oft Hindernisse, die das Visiren nach gewissen Objecten, die man gerne auf die Karte bringen will, unterbrechen. In dem Falle, wo ein solches Object in der Folge nicht selbst wieder zu einem neuen Standpunkte gebraucht wird, mag es zureichend seyn, wenn man nur ohngefähr die Richtungen nach ihm hin hat. Z. E. Wenn man aus der Standlinie B b das Object h entwerfen sollte, und es läge solches hinter einem Gebüsche, einem Hügel, oder in einer Vertiefung, daß man von B, b, nicht unmittelbar nach h hinvisiren könnte, so kan man, um die Richtungen B h, b h ohngefähr zu erhalten, bey h eine Menge nasses Stroh anzünden lassen, da denn, wenn kein heftiger Wind wehet, der aufsteigende Rauch, ziemlich genau die Lage des Orts h angeben wird. Bey der Nacht könnte man auch von h aus, Raketen vertical in die Höhe steigen lassen u. dgl.

III. Kan man zwischen b und h, oder B und h, Stäbe nach §. 32. IV. einsetzen lassen, so bekommt man die Richtungen b h, B h desto sicherer.

IV. Auch könnte es geschehen, daß man von b und B zwar h sehen, aber nicht von B nach b,



b, oder längst der Standlinie visiren könnte, welches doch auch erforderlich ist. Lassen sich in diesem Falle ein paar Standpunkte l, m, so annehmen, daß man von ihnen nach B und b, hinvisiren kan, so misset man in dem Vierecke b l m B, die Winkel, m l b, m l B; l m b, l m B, und berechnet daraus l b B; m B b; m l braucht bey dieser Berechnung nicht in einem gewissen Maaße bekannt zu seyn. — Man setze sie = 1 so ist

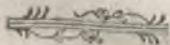
$$mb = \frac{\sin m l b}{\sin l b m} (wo l b m = 180^\circ - b l m - l m b); \text{ und}$$

$$mB = \frac{\sin m l B}{\sin l B m} (wo l B m = 180^\circ - l m B - m l B)$$

Daraus, und aus dem bekannten Winkel b m B, ergiebt sich in dem Dreiecke b m B, der Winkel b B m; und auf eine ähnliche Art in dem Dr. B l b, der Winkel B b l. — Weil man nun auch l b h, m B h durch unmittelbare Messung hat, so ergiebt sich in gegenwärtiger Figur h B b = m B b — m B h; h b B = l b B — l b h welches die zur Bestimmung des Ortes h aus der Standlinie B b, erforderlichen Winkel sind.

Ueberhaupt wird man leicht sehen, daß derjenige welcher die in beyden vorhergehenden Theilen dieses Buchs gegebenen Vorschriften innen hat, ohne vieles Nachdenken alle schwierigen Fälle auf dem Felde aufzulösen im Stande seyn wird.

Noch.



Nothwendigkeit einer vorläufigen Entwurfung der Hauptstandlinien.

§. 360. Ehe man zu dem genauern Auftrags aller beobachteten Dörter eines Landes schreitet, so muß man vorher einen rohen Entwurf des Netzes, welches die größten Dreiecke, oder die Hauptstandlinien wie AB, BC, CA, CD, DE u. s. w. bilden, auf dem Papiere verfertigt haben. Dieses dienet nicht nur zu mehrerer Deutlichkeit des Ganzen, sondern auch bey dem nachherigen genauern Auftrag, Verwirrungen zu beugen, ohngefähr zu wissen, wie die Dreiecke an einander zu liegen kommen, und beiläufig auch die Entfernungen AB, BC u. s. w. so genau als sie nachher zum Centriren der Winkel ABC u. s. w. erfordert werden, messen zu können.

Bei diesem rohen Entwurf des Netzes bedienet man sich zum Auftragen der Winkel, nur des gewöhnlichen Transporteurs, oder wenn man will, auch des geradlinigten, und nimmt die an jeder Station beobachteten Winkel unmittelbar aus der Rubrik II. des Manuals (§. 357.) ohne die dortigen Verbesserungen in Betracht zu ziehen, die nur erst bey dem nachherigen genauern Entwurf erwogen werden.

Den Gang den man beim Auftrage zu beobachten hat, ist ohngefähr dieser:

Aus der unmittelbar gemessenen Grundlinie FP , und denen an ihr beobachteten Winkeln, wird erstlich AD entworfen. An AD setzt man die Winkel CAD , ACD , so ergeben sich AD , CD ; und so ferner nach der Ordnung alle Dreiecke, welche das Hauptsystem aller Standlinien bilden. An die entworfenen Punkte A , B , u. s. w. werden alsdann die gehörigen Benennungen hingesetzt.

Anzustellende Berechnungen in Rücksicht des genauern Auftrages der Hauptstandlinien.

§. 361. Sobald nach dem vorigen §. 360. der rohe Entwurf des Netzes fertig ist, so schreitet man an die etwa erforderliche Centrirung der Winkel an jeder Station (§. 358.) wozu man denn die Entfernungen der Stationen AB , BC , AC , CD u. s. w. so nimmt, wie sie der rohe Entwurf des Netzes im vorhergehenden §. angiebt.

Diese centrirten Winkel BAC , ABC , ACB u. s. w. kommen nun in die 11te Rubrik des Manuals §. 357. zu stehen.

Dar-



Daraus berechnet man ferner die verbesserten Winkel das. Rubrik V.

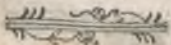
Und vermittelt dieser werden endlich alle Seiten oder Standlinien AB, BC, AC, CD, AD, *ic. ic.* trigonometrisch berechnet.

Nemlich aus der Grundlinie FP und den an ihr gemessenen Winkeln findet sich erstlich AD (§. 183. III. Aufl.) Daraus, und aus den Winkeln CAD, ACD (die man aus der Vten Rubrik §. 357. nimmt), ferner AD, CD, und so nach und nach alle Hauptstandlinien, für deren berechneten Maaße man denn ein eigenes Manual verfertigt haben muß, aus dem man sie hernach beim Gebrauche nehmen kan.

Der bereits verfertigte ohngefähre Entwurf der Lage aller Standlinien (§. 360.) wird bey der Berechnung derselben ausweisen, nach welcher Ordnung jede folgende Standlinie, aus der vorhergehenden hergeleitet werden mus. Die Logarithmen dieser Standlinien, wie sie sich bey der Rechnung nach und nach ergeben, werden gleichfalls ins Manual getragen, weil sie noch in der Folge gebraucht werden.

Völlig genauer Auftrag des Netzes der Hauptstandlinien.

§. 362. 1. Es ist nun wohl begreiflich, daß sich aus den berechneten Seiten aller
Drey



Drehecke ABC , ACD u. s. w. nach einem angenommenen verjüngten Maasstab, alle Drehecke verzeichnen und gehörig an einander hängen ließen.

Weil aber auf solche Art immer das folgende Dreheck an das vorhergehende geknüpft wird, so ist zu besorgen, daß, im Falle sich bei der Verzeichnung eines gewissen Drehecks ein Fehler eingeschlichen hätte, sich solcher mit mehreren in der Folge anhäufen mögte.

Um also diesem Zusammenfluß der unvermeidlichen kleinen Fehler vorzubeugen, so muß man den Auftrag der Objecte so bewerkstelligen, daß sich kein folgender Punkt auf den vorhergehenden gründe. — Hierzu bietet sich leicht folgendes Mittel dar.

II. Man gedенke sich durch einen Ort z. E. C von dem man den Auftrag anfangen will, eine willkürliche gerade Linie SN gezogen, und von allen Orten oder Hauptstandpunkten A, D, E , u. s. w. Perpendicular-Linien auf SN herabgefället.

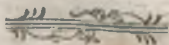
So erhält man für diese Punkte A, D, E , u. s. w. gleichsam Abscissen, Ca, Cd, Ce ic. ic. und Ordinaten Aa, Dd, Ee ic. ic.

Kann man diese berechnen, so läßt sich begreiflich jeder Ort besonders auftragen, und

Dritter Theil.

Ee

es



es stehet dabey nicht zu befürchten, daß Fehler die irgendwo begangen wären, sich anhäufen könnten.

III. Diese Abscissen und Ordinaten aber zu berechnen, muß man vor allen Dingen, erst die Lage der Abscissenlinie SN festsetzen.

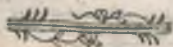
Diese kan man nun zwar willkürlich annehmen; indem man den Winkel DCS, die sie mit einer gewissen Seite eines Dreyecks DC, macht, als willkürlich gegeben ansiehet. Es hat aber Vortheile, wenn 1) SN durch einen Ort C, welcher ohngefähr in der Mitte der Karte liegt, gezogen wird, dann 2) wenn SN zugleich eine Mittagslinie durch C vorstellet.

Ben dieser Einrichtung wird aber der Winkel DCS nicht mehr willkürlich seyn, sondern durch Beobachtungen gefunden werden müssen, davon ich in der Folge reden werde.

Ich will indessen einstweilen den Winkel $DCS = \varnothing$ setzen, woben denn bekannt seyn muß, ob D auf der westlichen oder östlichen Seite von SN liege.

IV. CS soll hier nach Süden, und folglich CN nach Norden zu gehen.

V. Da vorläufig das ganze System der Dreyecke ABC, ACD, ADE ic. ic. schon roh
ento



entworfen seyn muß (§. 360.) ehe man an den genauern Auftrag desselben schreitet, so läßt sich auch SN einstweilen darauf verzeichnen, indem man an CD, den gehörigen Winkel DCS oder DCN setzt.

Dieses dienet, aus dem rohen Entwurfe ohngefähr zu beurtheilen, wie jeder Ort A, G u. s. w. westlich oder östlich in Rücksicht SN liege, welches bey der Berechnung der Abscissen und Ordinaten die Einbildungskraft sehr erleichtert.

VI. Um für einen jeden Punkt, z. E. V, Abscisse und Ordinate zu berechnen, wird man aus dem roh entworfenen Netze vor allen Dingen erst beurtheilen müssen, wie von C angerechnet bis V, die Dreyecke auf einander folgen, damit man die zur Berechnung nöthigen Winkel, wie sogleich erhellen wird, gehörigermaassen aus der Vten Rubrik des Manuals (§. 357.) heraus nehmen könne.

VII. Für den Punkt D hat man sogleich

$$\log. Dd = \log. CD + \log. \sin. \Phi \text{ (III)}$$

$$\log. Cd = \log. CD + \log. \cos. \Phi.$$

VIII. Für A weis man aus dem Manuale den Winkel DCA, und aus dem rohen Entwurfe (V. VI.) findet man, ob CA in oder auß-



serhalb des Winkels ϕ falle. Hier ist $ACN = 180^\circ - \phi - ACD$ und folglich

$$\log. Aa = \log. CA + \log. \sin. ACN$$

$$\log. Ca = \log. CA + \log. \cos. ACN.$$

Wie überhaupt die Ordinaten nach Osten oder Westen, und die Abscissen von C aus, nach Norden N oder Süden S zu, genommen werden müssen, zeigt sich gleichfalls aus der Betrachtung des rohen Entwurfs.

IX. Für den Ort E, Abscisse Ce , und Ordinate Ee zu finden, gedenke man sich durch den bereits bestimmten Ort D (VIII) sn mit SN gleichlaufend; dann ist $CDn = DCS = \phi$, und $EDC = EDA + ADC$ (welche Winkel EDA, ADC aus dem Manuale (§. 357.) bekannt sind), mithin hier $EDn = EDC - \phi$; woraus sich in dem rechtwinklichten Dreiecke EDn' , berechnen lassen Ee' und De' durch

$$\log. Ee' = \log. ED + \log. \sin. EDn$$

$$\log. De' = \log. ED + \log. \cos. EDn.$$

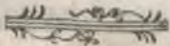
Daraus ergibt sich hier

$$Ee = ce + Ee' = Dd + Ee'$$

$$Ce = Cd - De'$$

wo Cd , Dd , schon für den vorhergehenden Ort D berechnet worden sind (VIII).

Weil

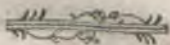


Weil sich solchergestalt, wegen des Zusammenhanges aller Dreiecke, und der in ihnen unmittelbar gemessenen Winkel, jedesmal der Winkel, wie z. E. $\angle VEN'$, den VE an einer durch E mit SN parallel gezogenen Linie $s'n'$ macht, berechnen läßt, und aus (§. 361.) übrigens auch der Logarithme einer jeden Standlinie bekannt ist, so läßt sich daraus immer eines zu bestimmenden Punktes V senkrechter Abstand von $s'n'$, nemlich Vv , so wie auch Ev berechnen, wo sich denn für den Ort V Ordinate und Abscisse finden, wenn man die Werthe von Vv , Ev , zu der bereits für den vorhergehenden Ort E bestimmten Ordinate und Abscisse addirt, oder sie davon abziehet, je nachdem es die Betrachtung der Figur anzeigt.

Weil aber die zu dieser Absicht anzustellende Betrachtung immer etwas Zeitverlust verursacht, so wird es nicht undienlich seyn, das bisherige auf allgemeinere Formeln zu bringen.

X. Es sey überhaupt V ein bereits bestimmter Punkt und die für ihn berechnete Abscisse $= v$, Ordinate $= u$.

Ordinaten, welche wie hier, für V , auf der westlichen Seite von NS liegen, werde ich als positiv betrachten, zum Unterschiede von denen, welche auf der östlichen



Seite liegen, und die ich als negativ ansehn will.

Abscissen, die von C aus nach Norden N zu gehen, will ich als positiv, und folglich die nach Süden hin, als negativ ansehn.

XI. Es sey nun W ein auf V unmittelbar folgender Ort — die Abscisse für ihn $= x$, Ordinate $= y$.

Man nenne VW, welches eine von den bereits berechneten Seiten des Dreiecks AVW ist $= m$; durch V gedente man sich gv mit SN parallel, und nenne den Winkel WVv , den WV mit dem nördlichen Theile Vv der Parallele gv macht $= \phi$; Er ist die Ergänzung desjenigen, den VW mit dem südlichen Theile Vg macht, zu 180° .

XII. In so ferne ich hier den Winkel WVv als nach Westen zu liegend betrachte, soll er positiv seyn. — Negativ, wenn er auf der östlichen Seite von Vv läge, wie z. B. der Winkel EVv .

Da nun auch für den bereits bestimmten Punkt E, welcher vermittelst des Dreiecks EAV mit V in Verbindung stehet, der Winkel VEN' den VE mit dem nördlichen Theile En' ,

En', der durch E mit SN parallel gezogenen s'n' macht, als bekannt angenommen werden kan, so setze ich solchen $= \downarrow$, und den Winkel WVE, (welcher die Summe oder der Unterschied, der in beiden an einander hängenden Dreiecken AEV, AVW beobachteten Winkel (§. 357.) AVE, AVW seyn wird) $= \mu$.

XIII. So ist $EVv = 180^\circ - VEn' = 180^\circ - \downarrow$ und folglich

$$WVv = WVE - EVv$$

$$\text{Oder } \Phi = \mu + \downarrow - 180^\circ$$

Fället man also von W auf Ev , die Ww senkrecht, so hat man

$$Ww = m \sin. \Phi = m \sin. (\mu + \downarrow - 180^\circ)$$

$$Vw = m \cos. \Phi = m \cos. (\mu + \downarrow - 180^\circ).$$

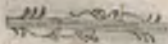
Hieraus wird also für den Punkt W

$$x = v + m \cos. \Phi (X.)$$

$$y = u + m \sin. \Phi$$

wodurch des Orts Lage gegen SN bestimmt ist.

XIV. In diesen Formeln kan nun $\mu + \downarrow$ grösser oder kleiner als 180° seyn. In beiden Fällen wird die Trigonometrie entscheiden, wie die Sinusse und Cosinusse von Φ positiv oder negativ werden.



Dabei wird es denn gut seyn, zu bemerken, daß, wenn $\mu + \varphi < 180^\circ$, also φ ein negativer Winkel (XII) wird, der Sinus davon negativ, der Kosinus aber positiv gesetzt werden müsse, oder es ist überhaupt $\sin. -\varphi = -\sin. \varphi$; und $\cos. -\varphi = \cos. \varphi$, wo, im Falle daß φ stumpf wäre, $\cos. \varphi$ an sich wieder negativ wird.

Ueberhaupt wird man bey dem Gebrauche der trigonometrischen Formeln keine Betrachtung der Figur nöthig haben, um zu entscheiden, wie die Grössen in $\sin. \varphi$, in $\cos. \varphi$ zu v , oder u addirt oder davon abgezogen werden müssen, um x , y zu erhalten. — Dies entscheidet jedesmal schon die Beschaffenheit des Winkels φ , und des zugehörigen Sinus oder Kosinus.

Findet sich solchergestalt x positiv, so wird diese Abscisse von C aus nach Norden zu abgetragen, und hingegen nach Süden zu, wenn sie negativ herauskäme (X).

Von dem Endpunkte der Abscisse, wird hierauf die Ordinate y , nach Westen oder Osten zu getragen, je nachdem sie bey der Berechnung positiv oder negativ wird.

XV. In (XIII) ist stillschweigend zum vorausgesetzt, daß die beyden Winkel $VE n'$, WVE auf einerley Seite von VE liegen,

Lägen aber beyde, wie in (Fig. LXXIX.) auf entgegen gesetzten Seiten von VE , so muß man bey der Berechnung des Winkels Φ , eigentlich den Winkel $WVE = \mu$ in Rücksicht des $VE n' = \downarrow$, als entgegen gesetzt ansehen, und folglich wenn $\downarrow$ positiv wäre, μ negativ setzen, und wenn $\downarrow$ negativ wäre, μ als positiv betrachten; oder wenn man in die Richtung (XIII.) Winkel hineinbringen will, welche über 180° halten, also erhabene Winkel (angulos gibbos sive convexos) so muß man statt des Winkels WVE seine Ergänzung zu 360° , oder die Grade und Minuten 2c. 2c. die der in der Figur punktirte Bogen hält, nehmen, und diesen statt μ in der Formel (XIII).

$$\Phi = \mu + \downarrow - 180^\circ$$
 gebrauchen.

Zu mehrerer Erläuterung kan folgendes Beispiel dienen (Fig. LXXIX).

Es sey 3. E. der Winkel $VE n' = 40^\circ = \downarrow$ welcher, weil hier V auf der westlichen Seite von $E n'$ liegt, als positiv angesehen wird (XII), und $WVE = 120^\circ = \mu$ so ist $EV v =$

Es 5

180°



$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$; diesen Winkel ziehe man ab, von $EVV + VVW = 360^\circ - WVE = 240^\circ$, so kommt der Winkel $WVv = 100^\circ = \Phi$.

Wollte man die Rechnung nach (XII) bewerkstelligen so daß man in ihr den Winkel $\mu = 120^\circ$, in Rücksicht des $\downarrow = 40^\circ$ als negativ ansähe, so erhielte man $\Phi = -120^\circ + 40^\circ - 180^\circ = -260^\circ$.

Φ also negativ, welches demnach den Winkel andeutete, den WV mit Vv nach Osten zu machte (X), also den erhabenen Winkel WVv , dessen Ergänzung zu 360° den eigentlichen Winkel WVv , wie vorhin, $= 100^\circ$ giebt.

Es ist nemlich offenbar einerley, ob man die Lage von WV gegen Vv dadurch angiebt, daß man sagt, WV mache mit Vv nach Westen zu einen Winkel von 100° , oder nach Osten zu einen erhabenen Winkel von 260° , so wie denn auch

$$\begin{aligned} \sin \Phi \text{ oder } \sin -260^\circ &= -\sin 260^\circ \text{ (XIV.)} \\ &= -(-\sin 100^\circ) \\ &= +\sin 100^\circ. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Und } \cos \Phi \text{ oder } \cos -260^\circ &= \cos 260^\circ \text{ (XIV.)} \\ &= +\cos 100^\circ. \end{aligned}$$

Daß

Daß es also auch in Rücksicht der trigonometrischen Linien, die man in der Berechnung der Werthe von x, y , (XII.) braucht, einzerlen ist, statt $\emptyset$ zu setzen $+1000$ oder -2600 .

Ueberhaupt kan man immer statt eines negativen Winkels seine Ergänzung zu 360° , positiv genommen, setzen. Man wird ihn aber sehr oft weit bequemer als negativ in Rechnungen gebrauchen können.

XVI. Bedeutet SN durch den Ort C eine Mittagslinie, für welche man als Abscissenlinie, die den Orten D, E, V, W *ic. ic.* zugehörigen Ordinaten und Abscissen berechnen soll, und setzet man den Winkel DCN, den DC mit CN, dem nördlichen Theile von NS, macht $= \epsilon$, und nun nach der Ordnung, die, vermöge des Zusammenhanges der Dreiecke CDA, ADE, AEV *ic. ic.* bekannten Winkel

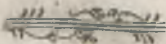
$$CDE = \alpha$$

$$DEV = \beta$$

$$EVW = \gamma$$

u. s. w.

Bedeutен ferner Dn, En', Vv *ic. ic.* die Nördlichen Theile der durch D, E, V, *ic. ic.* mit SN parallel gezogenen Linien, so sind der Ordnung nach, die Winkel der nacheinander



ander folgenden Seiten DC, ED, VE 2c. 2c.
mit den erwähnten CN, Dn, En' 2c. 2c.

$$DCN = \gamma$$

$$EDn = \alpha + \gamma - 180^\circ \text{ (XIII.)}$$

$$VEn' = \beta + EDn - 180^\circ = \beta + \alpha + \gamma - 2 \cdot 180^\circ$$

$$WVv = \gamma + VEn' - 180^\circ = \gamma + \beta + \alpha + \gamma - 3 \cdot 180^\circ$$

u. s. w.

Dieses dienet in den Formeln (XII.) jeden Winkel ϕ gleich unmittelbar zu berechnen, ohne den vorhergehenden ähnlichen $\angle$ dazu nöthig zu haben.

Daben ist übrigens zu bemerken daß man ein Paar nächst auf einander folgende Winkel, wie z. E. γ, β , im Falle sie auf unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden EV fielen, als einander entgegen gesetzt ansehen müsse; d. h. wenn β positiv wäre, müste man γ negativ setzen, und so umgekehrt, oder man könnte auch, anstatt γ negativ zu nehmen, den positiven Werth $360^\circ - \gamma$ gebrauchen (XIV).

Es wird nicht undienlich seyn, das bisherige mit einem Beispiele zu erläutern.

XVII. Gesezt, a, b, c, d, e, f, (Fig. LXXX.) seyen Oerter aus dem ersten Systeme der Dreiecke (von denen überhaupt bisher immer die Rede war), und folglich ab, bc 2c. 2c. Haupt-

Hauptstandlinien; SN die Mittagslinie des Orts a, und wie bisher, die Abscissenlinie für die Entwerfung der Punkte b, c, *ic.* *ic.* Da nun aus dem rohen Entwurfe des Systems sich die Art beurtheilen läßt, wie die Drehecke, von denen ab, bc, cd *ic.* *ic.* Seiten seyn werden, unter einander zusammenhängen, so kan man dadurch leicht wissen, welche Winkel dieser Drehecke man aus dem Manuale nehmen, und wie man sie zusammen rechnen müsse, um nach der Ordnung die abc, bcd, cde, *ic.* *ic.* zu erhalten.

Den Winkel, den die erste Seite ba mit SN nach Norden zu macht, also baN nehme ich auch als bekannt an, und sehe, man habe alles auf folgende Art gefunden:

$$baN = 146^{\circ}. 4'. 15''$$

$$abc = 113. 2. 20$$

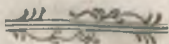
$$bcd = 53. 10. 30$$

$$cde = 65. 0. 0$$

$$def = 75. 0. 30$$

$$efg = 86. 0. 0$$

Hier überlege man nun gleich, daß, wenn man den Winkel baN als positiv (XII) betrachtet, abc negativ seyn müsse, weil beyde baN, abc, auf entgegengesetzten Seiten von ba liegen. Nun würde aus eben dem Grunde bcd wieder positiv; cde bleibt positiv, aber def wird wieder negativ, efg wieder positiv.



XVIII. Man ordne also die gefundenen Winkel auf folgende Art, und finde ihre Summe

—	+
113°. 2'. 20"	146°. 4'. 15"
75 . 0 . 30	53 . 10 . 30
	65 . 0 . 0
	86 . 0 . 0
188 . 2 . 50	350 . 14 . 45
	188 . 2 . 50
Summe +	162 11. 55

Hievon muß man nun abziehen 5mal 180°, weil man von a bis g, 6 Winkel hat, (XVI.), und so erhält man den Winkel, welchen g f mit dem nördlichen Theile einer durch f mit SN parallel gezogenen fn macht, also

$$\begin{aligned} g f n \text{ oder } \varphi &= +162^{\circ}.11'.55'' - 900^{\circ} \\ &= -737^{\circ}.48'.5'' \end{aligned}$$

Da man aber bekanntlich Winkel die 360° halten, mit 0° für einerley hält, so werfe man von dem gefundenen Werthe, 360° so oft weg als es angehet, hier 2mal, so findet sich der eigentliche Winkel

$$\varphi = -737^{\circ}.48'.5'' + 2.360^{\circ} = -17^{\circ}.48'.5''$$

also nach Osten zu, weil er negativ ist.

Geseht

Gesetzt nun, die Ordinate fr von f auf SN, die hier auf der westlichen Seite von SN liegt, und also positiv ist (X.), hätte man schon durch Rechnung gefunden, so wie auch die Abscisse ar, welche hier negativ ist. Also z. E.

$$fr = + 5280 \text{ Ruth.} = u$$

$$ar = - 1300 \text{ Ruth.} = v.$$

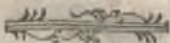
Die Seite gf aus dem Manuale (§. 361.) will ich setzen $= 2400 \text{ Ruth.} = m.$

Weil nun für den zu bestimmenden Punkt g der Winkel gfn $= \phi = - 17^\circ. 48'. 5''$, so wird nach (XIII.) seine

$$\begin{aligned} \text{Abscisse } x &= -1300 + 2400 \cos -17^\circ. 48'. 5'' \\ &= -1300 + 2400 \cos 17. 48. 5. \\ &= -1300 + 2285 \\ &= + 985 \text{ Ruth.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ordinate } y &= + 5280 + 2400 \sin -17^\circ. 48'. 5'' \\ &= + 5280 - 2400 \sin 17. 48. 5 \\ &= + 5280 - 734 \\ &= + 4546 \text{ Ruth.} \end{aligned}$$

Man nehme also nach Norden zu von a nach p, 985 R. und nach Westen zu senkrecht p g $= 4546 \text{ R.}$ so ist der Ort g bestimmt.



XIX. Wäre für den Ort i der Winkel $igf = 60^\circ$; so müßte man ihn hier positiv nehmen, weil gfn negativ ist (XVIII) und beide auf entgegen gesetzten Seiten von gf liegen; ist also gn' mit SN parallel, so ist der Winkel ign' oder für das zu bestimmende Objekt i , der Winkel $\phi = -17^\circ.48'.5'' + 60^\circ = 180^\circ$ (XIII) $= -137^\circ.48'.5''$ Auch auf der östlichen Seite von gn' . Und für i wäre nun (XIII. XVIII).

$$\text{Abcisse} = + 985 + ig. \cos 137^\circ.48'.5''$$

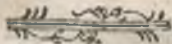
$$\text{Ordinate} = + 4546 - ig. \sin 137^\circ.48'.5''.$$

u. f. w.

XX. Hat man nun nach und nach für alle Hauptstandpunkte wie a, b, c, d u. f. w. Abcissen und Ordinaten berechnet, und sie, mit gehöriger Bemerkung des positiven und negativen in ein Manual getragen, so läßt sich alsdann der Auftrag eines jeden Ortes am bequemsten auf folgende Art bewerkstelligen.

Durch a , als denjenigen Ort von welchem man den Auftrag anfangen will, ziehe man auf der zu verfertigenden Karte erstlich SN , und trage auf sie von a nach N , und von a nach S Abtheilungen, z. E. von 1000 zu 1000 Ruthen. Die in der Figur neben die Abtheilungen hingeschriebenen Ziffern, sollen diese tausende von Ruthen bezeichnen.

Durch



Durch a ziehe man ferner WO auf SN senkrecht, und setze gleichfalls von a gegen W, und von a gegen O tausende von Ruthen.

Endlich ziehe man durch alle Theilpunkte auf SN Parallelen mit WO, und so durch alle Punkte auf WO Parallelen mit SN, wodurch denn gleichsam ein Netz von lauter Quadraten entsteht, welches das Auftragen eines jeden Orts z. E. f, aus dessen Abscisse und Ordinate man leicht beurtheilt, in welches Quadrat f fallen muß, gar sehr erleichtert.

Für f war oben die Abscisse $= -1300$ Ruthen, Ordinate $= 5280$ Ruthen.

h ist der Winkelpunkt eines Quadrats, welchem die negative Abscisse $= 1000$; und positive Ordinate $= 5000$ zukömmt. Man setze also von h nach Süden zu, 300 Ruth. und von dem Endpunkte dieser 300 Ruthen, nach Westen zu 280 Ruth. so ist f in seinem Quadrate gehöriger maassen verzeichnet.

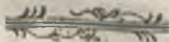
Begreiflich muß man hiebei noch einen besondern Maasstab haben, um die Menge von Ruthen auftragen zu können, die nicht völlig 1000 ausmachen.

Das Netz von Quadraten wird nur mit zarten Bleistiftlinien gezeichnet, die sich nach ge-

Dritter Theil.

S f

sches



schehenem Auftrag aller Dertter wieder weg-
reiben lassen.

Noch einige Bemertungen, über die
Werthe eines jeden Winkels Φ (§. 262.
XVI) in so ferne man ihn aus unterschies-
denen Reihen von Dreyecken folgern
könnte, nebst den Vorthellen
davon.

§. 363. I. Man kan den Winkel $W V v$
 $= \Phi$ (Fig. LXXVI.) und so jeden ähnlichen,
auf verschiedene Art bestimmen, je nachdem
man ihn entweder durch den Zusammenhang
der Standlinien, CDEVW oder CBADEVW
oder CAEVW 1c. 1c. suchen wollte.

Der Zusammenhang CDEVW müste
geben

$$WVv = NCD + CDE + DEV + EVW - 3.180^\circ$$

(§. 362. XVI).

Aus CBADEVW müste eben so folgen

$$WVv = NCB - CBA - BAD + ADE + DEV + EVW$$

$- 5.180^\circ$.

Und so aus CAEVW

$$WVv = NCA - CAE + AEV + EVW - 3.180^\circ$$

u. f. w.

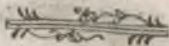
II. Die

II. Die Zeichen + — in jeder Reihe von Winkeln, wodurch man WV_v findet, bestimmen sich jedesmal aus der Art, wie ein Paar nächst auf einander folgende Winkel auf einerley oder unterschiedenen Seiten der dazwischen liegenden Weite fallen (§. 362. XV. XVII.).

III. Die Winkel selbst in jeder Reihe, ergeben sich aus denen in den Dreyecken gemessenen. Z. E. CAE in dem letztern Ausdrucke für WV_v ist $\equiv CAD + DAE$, worunter man aber die bereits centrirten Winkel und zwar aus der Vten Rubrik (§. 357.) versteht.

IV. Wenn nun die auf verschiedene Art gefundenen Werthe von WV_v (I.) mit einander übereinkommen, so ist dieses ein sicheres Merkmal von der Richtigkeit der in dem System der Dreyecke gemessenen Winkel. Finden sich aber kleine Unterschiede, so kan man aus allen ein Mittel nehmen, und so WV_v zur nachherigen Berechnung der zu W gehörigen Ordinate und Abscisse sehr genau finden.

Es ist eine Probe der Arbeit, wenn man solchergestalt wenigstens für einige Oerter die Werthe ϕ aus unterschiedenen Reihen von Winkeln herleitet.



Verzeichnung der Verter welche zu den
kleinern Systemen der Dreyecke
gehören.

§. 364. Das bisherige betrifft den Auftrag solcher Verter, welche zu Hauptstandpunkten angenommen worden sind, und so das erste größte Dreyecken-System bilden.

Für andere Verter z. E. a, b, c (Fig. LXXVI.) zu deren Bestimmung eine Linie AB aus dem ersten Systeme, zur Standlinie angenommen wird, die also nun zum zweiten System der Dreyecke gehören, ist es nicht nöthig die Ordinaten und Abscissen in Rücksicht der Mittagslinie SN zu berechnen. Man darf nur ihre Lage gegen AB bestimmen, indem man AB zur Abscissenlinie annimmt, und eines jeden Punktes a, den man aus den Standpunkten A, B, visirir hat, senkrechte Ordinate ay und Abscisse Ay berechnet und aufträgt. Nennt man nun die bekannten Winkel (unter welchen man aber die centrirten verstehen muß) $aAB = \alpha$; $aBA = \beta$, und folglich $AaB = 180^\circ - \alpha - \beta = \gamma$ so ist $Aa = \frac{AB \sin \beta}{\sin \gamma}$

$$\text{und folglich } ay = Aa \sin \alpha = \frac{AB \sin \beta \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$Ay = Aa \cos \alpha = \frac{AB \sin \beta \cos \alpha}{\sin \gamma}$$

wel-

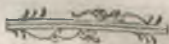
welches man alles durch Logarithmen leicht berechnen kan; wo denn Ay negativ wird, wenn α stumpf ist. In Rücksicht der Winkel α, β , und ihrer richtigen Bestimmung aus dem Vermessungsregister, muß man die Bemerkungen in dem (239§. Zus. I. u. f.) in Erwägung ziehen.

Wenn die Weiten Aa, Ba nicht zu groß werden, so daß man sie bequem mit einem Zirkel fassen und abtragen kan, so könnte man auch bequemer, a durch den Durchschnitt zweener Kreisbogen bestimmen.

Dies wird bey den Drehecken des dritten Systems wie z. E. $Aa\alpha, Aa\beta$ fast allemal angehen.

Eine Mittagslinie SN (Fig. LXXVI.) durch einen gegebenen Ort C genauer zu ziehen, als es nach (§. 118. (2)) geschehen kan.

§. 365. I. Dies wird nach (§. 362. III.) erfordert, wenn man den Winkel den eine gewisse Seite eines Drehecks z. E. DC mit CN , oder CS macht, also $DCN = \varphi$ (§. 362. XVI.) oder $DCS = 180^\circ - \varphi$ mit der gehörigen Schärfe will messen, und daraus die richtige Lage aller übrigen Orter auf der



Karte gegen die 4 Weltgegenden herleiten können.

Hat man nemlich 3. E. für E, die Abscisse Ce, und Ordinate Ee berechneter, und aufgetragen, so ist der Ort E zugleich gehöriger maassen in Rücksicht des ersten C orientirt, wenn SN durch C eine wahre Mittagslinie ist, d. h. die Perpendikel Ce, eE drücken genau aus, wie E südlicher oder nördlicher, und westlicher oder östlicher liegt, als C.

II. Die Mittagslinie SN durch C so genau zu ziehen als es zur Orientirung einer guten Karte erforderlich ist, giebt es mehr als ein Mittel. — Will man die Schatten eines auf einer Horizontalebene bey C lothrecht errichteten Stiftes dazu gebrauchen, so bediene man sich nicht wie in §. 118. der Längen des Schattens, sondern vielmehr seiner Lagen bey gleichen Höhen der Sonne. Man beobachte Vormittags eine gewisse Höhe der Sonne, und verfare dabey nach (§. 345. XIII). In dem Augenblicke da sie eine gewisse Höhe erreicht, gebe man einem Gehülfen ein Zeichen, die Lage des Schattens Cz den der Stift wirft, zu bemerken, wozu genug ist, einen einzigen Punkt in ihm zu bezeichnen, um hernach Cz ziehen zu können. Eben das geschehe Nachmittags bey derselben Sonne

Sonnenhöhe, so hat man zwei Lagen des Schattens, Cz , $C\zeta$ die gleichen oder übereinstimmenden Sonnenhöhen zugehören, zwischen deren Winkel $zC\zeta$ also die Mittagslinie CN in die Mitte fallen muß.

Da bey diesem Verfahren nicht sowohl die Längen der Schatten, als vielmehr ihre Lagen in Betracht kommen, und letztere sich weit schärfer, als die Längen beobachten lassen, so wird diese Art eine Mittagslinie zu ziehen, ungleich richtiger seyn, als das Verfahren (§. 118.) wiewohl etwas umständlicher, weil man zweien Beobachter, und ein Werkzeug, zu übereinstimmenden Sonnenhöhen dazu braucht.

Die Astronomie lehrt übrigens auch, daß man solche Bestimmungen der Mittagslinie vorzüglich um die Zeit der Sonnenwenden herum anstellen müsse, wenn man einige Verbesserungen wegen der eigenen Bewegung der Sonne, dabey soll außer Acht lassen dürfen.

III. Hat man eine gute Pendeluhr, so kan man die Lage der Mittagsfläche auch auf folgende Art finden. Man nehme an einem gewissen Abende übereinstimmende Höhen eines Sternes (§. 345.) und berechne daraus den Augenblick an der Uhr, wenn den folgenden Abend der Stern durch die Mittagsfläche gehen wird.



Wenn man nun den andern Abend um die bestimmte Zeit durch gehörige Erhöhung des Fernrohres und Herumdrehung der vertical gestellten Ebene des Winkelmessers um den Zapfen pq (344. IX.) den Stern verfolgt, so wird es einem einigermaßen Geübten nicht schwer seyn, den Stern gerade zu der Minute und Secunde, da er fulminirt, in die Arc des Fernrohres oder auch nur in den verticalen Strich im Brennpunkte desselben zu bekommen. In dem Augenblicke, da also dieses geschieht, stehet die verticale Ebene des Werkzeugs, und folglich auch das mit ihr parallele Fernrohr, in der Mittagsflache. Man lasse das Werkzeug unverrückt stehen, und erniedrige den andern Tag darauf das Fernrohr (welches jedoch mit aller Vorsicht geschehen muß, damit sich die Ebene des Werkzeugs nicht aus der Mittagsflache verrücke), so daß man längst der Arc des Fernrohres, Stäbe vertical abstecken lassen kan, welche denn die Lage der Mittagsfläche durch den Punkt, über welchen die Ebene des Werkzeugs stehet, sehr genau geben.

IV. Bey diesem Verfahren wird aber vorausgesetzt, daß sich das Fernrohr genau mit der Ebene des Werkzeugs parallel drehe, und letztere in dem Augenblick, da der Stern fulminirt, vertical stand. Da aber diese Erforder-

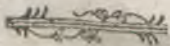


fordernisse sich nicht immer mit der nöthigen Schärfe erhalten lassen, so habe ich mich sicherer folgenden Verfahrens bedienet.

Ich ließ mir ein Stativ ohngefähr, wie (Fig. LXXXI.) ausweist, verfertigen. Der obere Theil ist wie ein senkrechttes Kreuz gestaltet, längst dessen Theile *ba*, eine Dioptr *c*, wie in einer Nuth, hin und her geschoben werden kan. Es braucht *ba* höchstens nur einen halben Schuh lang zu seyn. Das dreyeckigte Brett *A* des Stativs muß etwas dick seyn, damit sich das Werkzeug durch seine Schwere fest genug auf dem Boden halte. Die Höhe des Stativs mag etwa $2\frac{1}{2}$ Schuh betragen.

Man lasse nun an einem Fenster, oder wo man es sonst für gut befindet, bey *h* ein Loth an einem Faden herabhängen, und damit es durch eine Bewegung der Luft nicht leicht erschüttert werde, so lasse man es in ein Gefäß mit Wasser hineinhängen.

Einige Minuten vorher, ehe nun der Stern kulminiren wird, rüste man sich zur Beobachtung, und stelle das Stativ in einiger Entfernung von dem Lothe dergestalt, daß man durch die Dioptr *c* den Stern von dem Faden *hl* bedeckt siehet. So wie nun der Stern den Faden wieder verläßt, so folge man ihm



mer mit der Diopter nach, indem man sie längst ba sanft hin und her schiebt, so wird man dadurch den Stern beständig hinter dem Faden hl erhalten können. In dem Augenblicke, da nun ein Gehülfe an der Uhr die Minute und Secunde zählt, da nach der Berechnung der Stern kulminiren müste, lasse man die Diopter unverrückt stehen, und so ist der Stern hinter dem Faden in der Mittagsfläche, oder vielmehr eine Ebene, welche man sich durch hl, und den Visirpunkt c in der Diopter einbildet, ist die Mittagsfläche.

V. Man kan nun alles unverrückt stehen lassen, und den andern Tag längst der Richtung cm Stäbe abstecken lassen, die von dem Faden hl bedeckt werden, und solchergestalt die Mittagsfläche nach Gefallen erweitern.

Anmerkung. Auf ba lassen sich Abtheilungen anbringen, über welche sich ein Weiser mit der Diopter zugleich verschiebt. Hätte man nun die Stellung des Weisers bey eines gewissen Sternes Durchgang durch die Mittagsfläche genau bemerkt, so könnte man hierauf vermittelst eines andern Sternes, dessen Durchgang durch die Mittagsfläche man aus des erstern seinem leicht findet (§. 345. XII) abermals die Lage der Mittagsfläche bestimmen, und den Ort des Weisers bemerken, der denn mit der erstern Stelle desselben zusam-

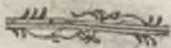


zusammen treffen muß, wenn nicht kleine Fehler in den Beobachtungen vorgefallen sind. Auf diese Art läßt sich durch mehrere Sterne an einem und denselben Abend, die Lage der Mittagsfläche angeben, und aus den unterschiedenen Stellungen des Weisers beurtheilen, wie genau die Bestimmungen durch jeden Stern mit einander zusammentreffen, und selbst, wo man den Weiser, und folglich die Diopter hinrücken müßte, um ein gewisses, der Wahrheit sehr nahe kommendes Mittel aus allen Beobachtungen zu erhalten.

Während der ganzen Arbeit darf aber begreiflich das Werkzeug A selbst keine Verletzung leiden. Auch liesse sich leicht eine Vorrichtung erdenken, daß man der Diopter aufer der gröbern Bewegung auch eine sanfte durch Hülfe einer angebrachten Micrometerschraube geben könnte.

Wenn es übrigens zu der Zeit, da man die Sterne hinter dem Faden h¹ beobachtet, so dunkel ist, daß man den Faden nicht deutlich sehen kan, so muß man ihn in einiger Ferne durch ein Licht mäßig erleuchten lassen. Es darf aber das Licht nicht unmittelbar in das Auge scheinen, und dasselbe blenden. Der Faden selbst mag ein gemeiner weisser Zwirnsfaden seyn, jedoch so viel als möglich ohne Knötgen und Fasern.

Ein



Ein Kurzsichtiger muß, sowohl den Faden als den Stern desto deutlicher zu sehen, allenfalls ein Augenglas zunächst hinter die Diopter halten.

Vorausgesetzt wird bey dem bisherigen Verfahren immer, daß man des ersten Sterns Durchgangszeit durch die M. aus übereinstimmenden Höhen desselben, mit der gehörigen Zuverlässigkeit weiß. Man könnte übrigens auch aus übereinstimmenden Sonnenhöhen den Augenblick an der Uhr suchen, wenn die Sonne durch die Mittagsfläche gieng, und daraus nach (§. 345. XIII.) finden, wenn dieser oder jener Stern Abends fulminirte.

Hat man nun durch den Ort C einmal die Lage der Mittagsfläche SCN bestimmt und abgesteckt, so ist es leicht den Winkel $DCN = \varphi$ zu messen, und daraus für die übrigen Orter D, E, V, W ic. ic. die erforderlichen Bestimmungen herzuleiten, und ihnen die gehörige Lage gegen die Mittagslinie SN, als Abscissenlinie, zu geben.

VII. Wenn man sich durch die Objekte C, D, eine Verticalebene einbildet, und nun das Instrument A (Fig. LXXXI.) bey C (Fig. LXXVI.) so stellt, daß man durch die Diopter c das Objekt D von dem verticalen Faden

hl

hl bedeckt siehet, so kan man des Abends die Zeiten aufschreiben, wenn mehrere Sterne nach einander von dem Verticalfaden hl bedeckt werden, und hieraus, aus der Polhöhe des Orts C, und den Declinationen und Rectascensionen der Sterne, den Winkel berechnen, den die Verticalebene DC mit der Mittagsfläche CN macht (Rästners astronomische Abhandlungen 1 Sammlung S. 230. u. f.)

Wer überhaupt Astronomie versteht, dem bieten sich mehrere Mittel an, den Winkel, den eine Verticalebene durch ein Paar Sterte auf dem Felde, mit der Mittagsfläche durch einen von diesen beyden Stertern macht, zu berechnen. Daben ersparte man sich also die Mühe die Mittagsfläche selbst abzustechen, und den erwähnten Winkel zu messen. Aber meistens werden zur Berechnung dieses Winkels mehrere Data erfordert als zur unmittelbaren Bestimmung und Absteckung einer Mittagsfläche nach (II. IV), und die Rechnung selbst verursacht doch auch Zeitverlust, wenn man den Winkel nicht nur aus einer Reihe von gegebenen Dingen herleiten will, sondern aus mehreren Bestimmungen ein Mittel verlangt.

Hierher gehört auch das Verfahren Herrn Bauers in seiner Abhandlung de Orientatione et expositione situs regionis in plano respe-



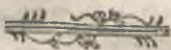
respectu plagiarum mundi; die man auch in der Sammlung von den Schriften der ehemaligen kosmographischen Gesellschaft in Nürnberg antrifft.

Ich halte aber in allen Fällen das Verfahren (IV—VI), wo man den Winkel wie DCN unmittelbar messen kan, für richtiger und brauchbarer.

Die Hauptrichtungen der Flüsse, Straßen, Waldungen, die merkwürdigsten Gränzen einzelner Bezirke u. s. w. also das Detail oder das Topographische eines Landes auf die Karte zu tragen.

§. 366. I. Diese Arbeit wird vorzüglich mit dem Meßtische bewerkstelligt. Man trägt einige Orter von der Karte auf den Meßtisch, richtet ihn auf dem Felde nach diesen Ortern, und sucht sowohl aus angenommenen Standlinien, als auch nach andern Messungsarten, alles auf dem Meßtische zu entwerfen, was nach der geringen Größe des verjüngten Maasstabes noch ausgedruckt werden kan, und nach der Aufschrift dieses des angemerkt zu werden verdient.

Damit



Damit die Arbeit desto geschwinder von Statten gehe, so kan man sie unter mehrere Feldmesser oder Ingenieurs vertheilen, und hernach die einzelnen topographischen Entwürfe an die Seiten der Dreheckensysteme anknüpfen, und auf die Karte tragen.

II. Gränzvermessungen u. dgl. kan man bey diesem Geschäfte auch vorzüglich mit der Boussole vornehmen; die kleinen Fehler welche bey diesem Werkzeuge unvermeidlich sind, darf man auf der Karte eines Landes, worauf der Maasstab so klein ist, sicher ausser Acht lassen, besonders wenn man an den beträchtlichsten Wendungen der Gränzen, die Winkel unterweilen mit dem Astrolabio misset, und übrigens die Messung so vornimmt, daß sich die Fehler so wenig als möglich häufen können.

Da ich im Vorhergehenden die Entwurfsart mit der Boussole noch nicht beygebracht habe, so will ich hier das Wesentliche davon erzählen.

Es sey ABCF (Fig. LXII.) ein Stück einer auf zu nehmenden Gränze.

Man bringe die Boussole über A, und wende sie so lange bis die Dioptern nach dem Winkelpunkt B gerichtet sind.

Man schreibe die Grade und Minuten auf, die bey dieser Stellung der Dioptern die



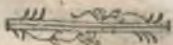
die Magnetnadel weist; so hat man den Winkel, den AB mit der Richtung der Magnetnadel machet.

Eben so verfähre man bey B, C, u. s. w. um die Winkel zu erhalten, welche BC, CF u. s. w. mit der Richtung der Magnetnadel machen. Messe übrigens auch zugleich die Weiten AB, BC, CF u. s. w. wozu Schritte, wenn die Entfernungen nicht zu groß sind, zulänglich seyn können.

Um nun den Auftrag zu Hause bewerkstelligen zu können, so muß man ein Blatt Papier auf einer unbeweglichen Ebene befestigen, die Boussole darauf legen, und sie drehen, bis die Nadel wieder die Grade und Minuten weist, die sie auf dem Felde bey A wiese. Man ziehet hierauf längst des Diopterlineals auf dem Papiere eine gerade Linie, und trägt auf sie die gemessene Weite AB.

In den Punkt B schlage man eine feine Nadel ein, lege an sie das Diopterlineal, und drehe die Boussole, bis die Magnetnadel auf die Grade und Minuten weist, die sie auf dem Felde angab, da die Dioptern bey B nach C gerichtet waren. Längst des Lineals ziehe man hierauf die gerade Linie BC, und trage BC auf.

Und



Und so verfähre man weiter, bis man mit der ganzen Gränze fertig ist.

Diese auf einem Blatt Papier besonders entworfene Gränze kan man nun, nach dem verjüngten Maasstab der Karte an den gehörigen Ort auf die Karte tragen. Hat man anfänglich die Weiten AB, BC, gleich nach dem verjüngten Maasstab der Karte genommen, so darf man die entworfene Gränze nur vermittlest einer Kopiernadel auf die Karte abstechen.

Zur Richtigkeit der ganzen Arbeit, muß man immer vorher schon mehrere Hauptgränzpunkte z. E. A, F, vermittlest eines Astrolabit bestimmt, und auf die Karte getragen haben. Diefes sind demnach gleichsam feste und vollkommen richtig entworfene Punkte, zwischen denen man den vermittlest der Bouffole entworfenen Theil ABCF auszeichnen kan, ohne befürchten zu dürfen, daß die zwischen den festen Punkten A, F begangenen Fehler, sich auf einen nächst folgenden Theil der Gränze fortpflanzen können.

Hat man von einem Lande, das man vermessen soll, bereits hin und wieder von einzelnen Theilen brauchbare Flurrisse, so wird ein kleines Nachdenken leicht zeigen, wie man diejenigen Gegenstände, die auf der Karte angemerkt zu werden verdienen, von diesen

Dritter Theil.

Gg

Flur



Flurrisen ab, und auf die Karte selbst tragen könne.

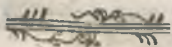
Viele Gegenstände auf dem Felde kan man unterweilen auch schon zureichend genau durch eine blossе Schätzung nach dem Ausgenmaße auf die Karte verzeichnen.

Kurz man wird alle brauchbaren Hülfsmittel auffuchen, die Karte zu ergänzen, ohne überall Messungen mit dem Meßstische u.dgl. anstellen zu dürfen, und ihr dabey den möglichsten Grad der Vollkommenheit zu geben trachten.

Wenn endlich alles vollendet ist, so wird man über die Karte auch ein geographisches Netz (§.349. 1c.) verzeichnen, und sie so zu allerley andern Absichten brauchbar machen, wozu es denn erforderlich ist, wenigstens von einem Orte die Polhöhe, und geographische Länge zu wissen.

Ben dem Einschreiben der Namen der Dörter, muß man eine gewisse Wahl treffen, daß dadurch die Karte nicht verunziert, und durch die Menge derselben undeutlich gemacht werde.

Zur Bezeichnung der Städte, Flecken, Dörfer, Höfe, Schlösser, Klöster und anderer Gebäude, lassen sich leicht schickliche Zeichen angeben, so wie auch für die unter:



unterschiedenen Arten von Gränzen, Wegen u. dgl. Man muß sie aber sämtlich so klein und so sauber als möglich verzeichnen, und die Bedeutung der gebrauchten Zeichen an den Rand der Karte bemerken.

Die Art, einzelne Bezirke und Herrschaften durch Farben von einander zu unterscheiden, kan man aus den gewöhnlichen Landkarten ansehen. Man muß sich aber vor allzustarcker Auftragung der Farben hüten, und noch besser ist es, wenn nur die Gränzen illuminirt werden, und das übrige weiß bleibt. Die Bedeutung der Farben in Rücksicht auf einen jeden Bezirk kan man zu mehrerer Deutlichkeit auch an dem Rand der Karte bemerken.

Zum Beschluß des gegenwärtigen Kapitels will ich noch ein Paar Aufgaben über die Messung sehr grosser Weiten, beibringen, weil deren Auflösung mit dem bisherigen sehr genau zusammenhängt.

Aufgabe.

§. 367. Die Weite zweener Orter A und B (Fig. LXXXII.) die so groß ist, daß man sie nicht bequem aus einer einzigen Standlinie wie im 183§. bestimmen kan, zu messen, vorausgesetzt, daß man doch noch von A nach B hinschauen kan.



Aufl. I. Man wähle auf dem Felde schickliche Standpunkte C, D, E, F, G, so daß die Dreiecke ACD, DCE, CEF, FGB, wor durch beyde Orter A, B unter einander zusammen hängen müssen, weder zu spitze noch auch zu stumpfe Winkel bekommen. Auch wird es gut seyn, die Standpunkte so angenommen zu haben, daß die Linie AB, die Seiten der Dreiecke, nemlich CD, CE, FE, FG wirklich schneidet.

II. Man messe in jedem Dreiecke, wenn es nöthig seyn sollte, alle drey Winkel, damit man von der Genauigkeit der Messung ein sichereres Urtheil fallen könne. Geht es aber nicht an, so müssen wenigstens zween Winkel in jedem gemessen werden; Unter den gemessenen Winkeln, verstehe ich zugleich die centrirtten.

Ausserdem messe man z. E. in dem ersten Dreiecke ACD, die Seite AD.

III. So kan man daraus und vermittelst des Zusammenhangs der Dreiecke alle übrigen Seiten, CD, AC, CE, CF u. s. w. trigonometrisch herleiten.

IV. Daraus lassen sich nun ferner alle Dreiecke in ihren richtigen Zusammenhänge auf das Papier tragen; und wenn man nun die Figur ACFBGEDA mit möglichster Genau-



Genauigkeit verzeichnet hat, so ziehe man durch A und B auf dem Risse eine gerade Linie und messe sie, so hat man die gesuchte Weite AB durch Zeichnung, selbst wenn man nicht einmal von A nach B unmittelbar hätte hinsehen können.

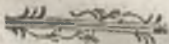
V. Wollte man aber sich gar keiner Zeichnung bedienen, und setzt man, es ließe sich wirklich von A nach B hinsehen, so messe man überdem auch die Winkel CAB, FBA.

VI. So kan man erstlich in dem Dreyecke ACD, aus den bekannten Seiten AC, AD, und den Winkeln CAM, und DAM = $CAD - CAM$; die Linien Cm, Dm und Am berechnen, wozu sich leicht eine Formel finden laßt.

VII. Da nun auch der Winkel Cmn = $CAM + ACD$ bekannt ist, ferner in dem Dreyecke Cmn, die Seite Cm, und der Winkel mCn = DCE, so kan man daraus ferner mn, und Cn berechnen.

VIII. In dem Dreyecke Eno ist ferner bekannt, der Winkel Eno = $Cnm = 180^\circ - mCn - Cmn$ (VII), der Winkel nEo = CEF, und die Seite En = $CE - Cn$ (VII.) daraus finden sich denn no und Eo.

Und so kan man nach und nach in den Dreyecken Fop, GpB, ferner op und pB finden.



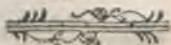
IX. Die Summe aller gefundenen Stücke $Am + mn + no + op + pB$ ist demnach der gesuchten Weite AB gleich.

X. Um sich in der Ordnung nach welcher man nach und nach die einzelne Stücke Am , mn ic. ic. sucht, nicht zu irren, so wird es allemal gut seyn, vorher eine roh entworfenene Zeichnung (IV.) von dem Zusammenhange aller Dreiecke gemacht zu haben.

XI. Will man seine Arbeit berichtigen, so kan man auch in dem letzten Dreiecke FBG eine Standlinie FB und den Winkel FBA gemessen haben, und nun rückwärts von B gegen A , eine ähnliche Rechnung führen, und die Stücke Bp , po , on u. s. w. finden deren Summe denn mit der Rechnung von A aus, übereinstimmen muß.

XII. Daß übrigens in allen Dreiecken, die Winkel horizontal gemessen seyn müssen, bedarf kaum einer Erinnerung.

XIII. Zus Wenn auch die Standpunkte C , D , E , ic. ic. nicht so liegen, daß AB , wirklich in die Seiten CD , CE , FE u. s. w. einschneidet, so wird man doch nach einiger Ueberlegung und durch Hülfe eines rohen Entwurfs, aus den bekannten Seiten und Winkeln aller Dreiecke CAD , DEC u. s. w. und aus dem gemessenen Winkel CAB Mittel finden,

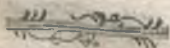


finden, die ganze Weite AB stückweise trigonometrisch zu berechnen. Es können dabei auch Perpendicularlinien zu Hülfe genommen werden, die man sich von den Punkten C, D, E, F u. u. auf AB herabgefällt gedenkt; man kan die Stücken auf AB berechnen, die zwischen jedem Paare nächstaufeinander folgenden Perpendicularlinien fallen, und so durch deren Summe oder Abzug AB auch stückweise finden. Doch ich will die weitere Ausführung davon dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, da die Sache keine Schwierigkeit hat, so bald man alles was besonders im gegenwärtigen Kapitel bereits vorgetragen worden ist, gehörig inne hat.

Aufgabe.

§. 368. Wenn man auch gleich nicht von A nach B wirklich hindursiren kan, um einen Winkel wie CAB zu messen, dem ohnerachtet die Weite AB , durch Hülfe des Zusammenhangs aller Dreiecke CAD, CDE u. u. zu finden.

Aufl. I. Man siehet leicht, daß diese Aufgabe darauf hinausläuft, eine vorgegebene Diagonallinie eines Polygons, dessen Winkel und Seiten bekannt sind, zu finden. Denn wenn man sich das Vieleck $ACFBGEDA$ vorstellt, so ist AB eine gewisse Diagonallinie



linie desselben, welche durch die beiden gegebenen Punkte A, B gehet. Da nun wegen des Zusammenhangs aller Dreiecke alle Winkel und Seiten am Umfange des Vielecks als gegeben angesehen werden können, so muß begreiflich die Diagonallinie AB durch diese Dinge können gefunden werden. Allein eine allgemeine Auflösung davon wird allerdings ziemlich Weitläufigkeiten unterworfen seyn, und hier also Formeln dazu suchen, würde eine Rechnung seyn, davon ich eben nicht den Nutzen einsehe, da man im vorkommenden Fall durch einige Betrachtung der Figur oft leichter zum Endzweck gelangt.

So könnte man z. E. bey dem Polygon (Fig. LXXXII) leicht durch folgende Rechnungen die Diagonale AB finden.

Man stelle sich AC und BF verlängert vor. Sie durchschneiden sich bey M, und in dem Dreiecke CMF hat man die Seite CF, und die beiden Winkel $MCF = 180^\circ - ACF = 180^\circ - ACD - DCE - ECF$, und $MFC = 180^\circ - CFE - EFG - GFB$; daraus finden sich trigonometrisch CM und FM, und in dem Dreiecke AMB, sind nun bekannt der Winkel M, und die Seiten $AM = AC + CM$; $BM = BF + FM$; woraus sich denn AB finden läßt.

Man

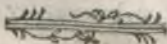
Man könnte eben so z. E. AD und BG verlängert haben, und wenn man sich nun DG gezogen vorstellte, so könnte man in dem Dreiecke DEG, aus den bekannten Seiten DE, EG, und dem Winkel DEG, die Linie DG, und die Winkel EDG, EGD berechnen. — Daraus hätte man nun ferner in dem Dreiecke DGN, die Winkel $GDN = 180^\circ - ADC - CDE - EDG$; und eben so auch den Winkel DGN. Daraus fanden sich DN und GN, und der Winkel N, und um AB zu finden, verführe man nun mit dem Dreiecke ANB, wie vorhin mit AMB.

Man siehet also leicht, wie bei einer jeden andern vorgegebenen Reihe von an einander hängenden Dreiecken zu verfahren wäre. In einem jeden besondern Falle werden sich durch Betrachtung der Figur, und durch einiges Nachdenken, immer schon die leichtesten Wege finden lassen, wodurch man die gesuchte Diagonale AB bestimmen könnte.

Aufgabe.

§. 369. Zu finden, wie lang ein gegebener Bogen eines gewissen Mittagskreises auf der Erdoberfläche ist.

Aufl. I. Es sey Fig. LXXVI. SCN ein Mittagskreis durch den Ort C, und ADC,
 Gg 5 CAB,



CAB, CBG, BGZ u. s. w. eine Reihe von zusammenhängenden grossen Dreiecken, die man längst der Mittagslinie so nahe als möglich genommen, und deren Seiten, man aus einer gemessenen Grundlinie FP, und den Winkeln aller Dreiecke, nach (§. 361.) mit möglichster Schärfe trigonometrisch berechnet hat. Auch sey der Winkel $DCS = \varphi$, den die Mittagslinie durch C, mit der Seite DC eines von den abgesteckten Dreiecken macht nach (§. 365.) mit möglichster Genauigkeit bestimmt worden.

II. So lassen sich daraus, und aus den bekannten Winkeln und Seiten aller Dreiecke, sowohl die von den Punkten D, A, B, G, Z u. s. w. auf die Mittagslinie SN herab fallenden Perpendikel Dd, Aa, Zx ic. ic. berechnen, nach (§. 362.) als auch deren Entfernungen Cd, Ca, . . . Cx u. s. w. von dem angenommenen Orte C.

III. Wenn nun ADC, BGZ die beyden äussersten Dreiecke längst der Mittagslinie vorstellen, so findet man nach (II.) den Abstand, $xd = Cd + Cx$, der von den beyden äussersten Punkten D, Z, herabgefällten Perpendikularlinien Dd, Zx.

IV. Aber diese Perpendikel drücken Stücke von Parallelsreifen aus, die man sich auf

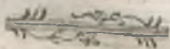
auf der Erdkugel durch die beyden Derter D, Z, gedenkt.

V. Also hat man den Bogen des Mittagskreises zwischen zween bekannten Parallelen, und es kommt nun darauf an, diesen Bogen $x d$ des Mittagskreises, in Graden, Minuten und Secunden zu finden.

VI. Dieses zu bestimmen, ist eigentlich ein Geschäft der Astronomie. — Indessen kan zum allgemeinen Begriff davon folgendes dienen.

VII. Jeder Parallel Zx , Dd , hat einen gewissen Abstand vom Pole, deren Ergänzungen zu 90° , dem Abstand der Parallelkreise Zx , Dd , vom Aequator, oder den Breiten oder Polhöhen der Derter Z, D, gleich sind. Es ist also $x d$ der Unterschied der Polhöhen der beyden Derter D, Z, den man folglich in Graden *ic. ic.* weiß, wenn man der beyden Derter Z, D, Polhöhen nach (§. 345.) bestimmt hat.

VIII. Diese Polhöhen bis auf einzelne Secunden zu messen, werden aber wohl Winckelmesser von beträchtlicher Grösse dazu erforderlich seyn — und damit die Refractionen in unserm Luftkreis dabey keine Irrungen verursachen, so wird man sich solcher
Ster



Sterne dazu bedienen müssen, die sehr nahe durch den Scheitel eines jeden Orts gehen.

Auch wird man, um alles in der größten Schärfe zu erhalten, allerley kleine Verbesserungen anbringen müssen, in die ich mich aber hier nicht einlassen darf. Z. E. in Rücksicht auf die Parallelkreise ZN , Dd , die eigentlich mit geraden Perpendikularlinien auf SN , in völliger Schärfe nicht einerley sind, ferner in Betracht dessen, daß man die Punkten Z und D nothwendig ansehen muß, als lägen sie in einerley Weite vom Mittelpunkt der Erde, oder Z in der erweiterten Oberfläche der Erde durch D u. dgl.

IX. Werkzeuge und Methoden, die Polhöhen, bis auf wenige Secunden genau zu messen, findet man in den Schriften, welche von den Messungen eines Meridiangrades handeln. Vorzüglich empfehle ich hiebei Condamine *Mesure des trois premiers degrés du Meridien dans l'hémisphère austral*, a Paris 1751. Bouguer *Figure de la Terre* Paris 1749; und Herrn Maupertuis *Fig. de la Terre*. 1738. Liesganig *dimensio graduum* etc. etc. in welchen Schriften man zugleich alle mögliche Vorsichten, die bei einer so wichtigen Aufgabe erwogen werden müssen, Fehler, die dabei vorkommen können u. dgl. mit einer Genauigkeit und Beurtheilung

aus

ausgeführt findet, die das Lesen solcher Schriften, denen, die sich überhaupt mit Messungen, die ins Grosse gehen, abgeben, auferst interessant macht.

X. Es sey nun die Entfernung x d überhaupt $= m$; der Unterschied der Breiten der beiden Orter Z, D , in Graden, Minuten und Sec. $= \mu$; so hat man nach der Regel de Tri $\mu : 1^\circ = m : x$, die Länge eines Grades auf dem Mittagskreise SN .

XXXIII. Kapitel.

Das Nivelliren oder Wasserröden.

§. 370. Wir haben bereits im Vorhergehenden einige Arten kennen gelernt, die Erhöhung eines Orts auf dem Felde über der Horizontalfläche eines andern zu bestimmen.

Bediente man sich dazu blos der Maassstäbe, nach (§. 42.), so würden wohl beyde Punkte auf dem Felde nicht zu weit von einander liegen dürfen, wenn das Verfahren anders nicht sehr beschwerlich seyn soll.

Ist die Erhöhung eines Orts auf eine nicht allzugrosse Entfernung von einem gewissen Standpunkte, so beträchtlich, daß man bequem einen Elevationswinkel mit dem Astrolabio oder auch durch Hülfe eines Micrometers in einem Fernrohre messen kan, so läßt sich die Höhe nach (Kap. XVI.) trigonometrisch berechnen.

Den Gebrauch des Barometers zu Höhenmessungen habe ich im 1978. u.f. gezeigt, ich werde aber in der Folge noch einiges davon erwähnen.

Diesen Methoden kan man, besonders wenn man das abwechselnde Steigen und Fallen bergigter Gegenden angeben, und in einen Riß bringen will, auch noch mit Vortheil die

Kochische Bergwaage

beifügen, deren Einrichtung und Gebrauch im Wesentlichen aus (Fig. LXXXIII.) zu sehen ist.

I. Daselbst ist ah ein Richtscheid, welches mit zween gleichen Füßen, at, hu, die unten mit Eisen beschlagen sind, versehen ist.

Die Entfernung tu soll genau 10 Fuß betragen.

Aus

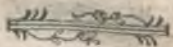


Aus der Mitte des Richtscheides erhebt sich ein daran befestigter Arm $p n$, etwa drei Schuh lang, mit welchem ein viereckiges, etwa 16 Zoll langes und 8 Zoll breites rechtwinklichtes Brett dergestalt verbunden ist, daß die Seite cd desselben genau mit tu oder ha parallel läuft.

Aus i , der Mitte von cd , ist auf dem Brette, ein Halbkreis cnd beschrieben, welcher von d an, längst dnc genau in seine 180 Grade getheilt seyn muß.

Aus dem Mittelpunkte i hängt an einem wohlpollerten stählernen Stifte ein Perpendikel, oder Loth im herunter, welches man aus Messingbleche verfertigen, und unten mit einem Zeiger, der die Gradabtheilungen weist, versehen lassen kan.

Aus dieser Einrichtung wird nun erhellen, daß, so wie man ah um die Spitze u erhöht oder erniedriget, das Perpendikel im auf dem eingetheilten Halbkreise immer einen andern und andern Grad weisen müsse, und zwar dergestalt, daß bey einer gegebenen Neigung des Werkzeugs, der gewiesene Winkel din , allemal $= utk = 90^\circ - tuk = 90^\circ -$ dem Erhöhungswinkel des Punktes t , über der durch u gehenden Horizontallinie uk seyn müsse, weil nemlich, wenn tk eine Verticallinie vorstellet, tk mit der Richtung des Lothes



Lothes im, und vermöge der Einrichtung des Werkzeugs auch tu mit cd parallel läuft.

Es versteht sich, daß die Ebene des Bretzes cnd vertical gehalten werden, und übrigs das Loth im frey, und ohne an dem Brette zu streifen, herabhängen muß.

II. Weil nun die Entfernung $tu = 10f$. so ist der Horizontalabstand der beyden Punkte t, u oder

$$ku = tu. \sin dim = 10 \sin dim.$$

und die Erhöhung des Punktes t über u

$$tk = tu. \cos dim = 10 \cos dim.$$

den Sinus totus $= 1$ gesetzt.

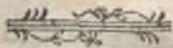
Nimmt man ihn aber zu 10000000 wie in den Tafeln, so wird in Füssen

$$ku = \frac{10 \sin dim}{10000000} = \frac{\sin dim}{1000000}$$

$$\text{und eben so } tk = \frac{\cos dim}{1000000}$$

Man darf also nur von jedem Sinus und Cosinus der Tafeln, 6 Decimalstellen abschneiden, um uk, tk , in Füssen, für jeden beobachteten Winkel dim zu finden.

Man hat folglich keine Rechnung durch Logarithmen, wie beyhm Hr H. Bohm in seiner Anleitung zur Messkunst auf dem Felde §. 114. geschieht, vonnöthen, auch keine beson-



sondern Tafeln, für die jedem Winkel $\dim$ zukommenden Werthe von tk , uk , sondern die blossen Sinustafeln, geben hier sogleich ohne weitere Rechnung das Gesuchte, und zwar durch alle einzelne Grade und Minuten.

Ein Paar Sinustafeln wird doch wohl ein jeder Feldmesser besitzen.

III. So lange $\dim$ unter 90° ist, liegt u niedriger als t ; für $\dim = 90$, liegen beide t , u , in einer Horizontalfläche; wäre aber $\dim$ stumpf, so müste u höher liegen als t , welches denn auch tk negativ gäbe, weil es der Cosinus von $\dim$ seyn würde.

Gebrauch dieses Werkzeugs.

IV. Will man nun das Steigen und Fallen einer unebenen Fläche $abc \dots fg$ finden (Fig. LXXXIV.), so stelle man den Fuß t der Bergwaage (I.) über a ; und bemerke die Grade und Minuten (welche letztere aber man wohl nur nach dem Augenmaasse schätzen kan), welche von d (Fig. LXXXIII.) angerechnet, das Perpendikel im abschneidet, und schreibe sie auf. Wenn nun bey dieser erstern Station der andere Fuß u der Bergwaage bis b reichte, so bezeichne man erstlich b gehörig, und bringe nun die Bergwaage über bc , und so ferner über cd , de , ef u. s. w. und schreibe jedesmal die Grade und Minuten auf, die

Dritter Theil. H h das



das Perpendikel weist; so hat man allemal von 10 zu 10 Fussen, oder von a nach b, von b nach c, von c nach d u. s. w. das abwechselnde Fallen und Steigen; und zugleich den Horizontalabstand, von einer Station zur andern.

Brempt. Gesezt,

über ab habe das Perpendik. gemessen 65° . 10'

bc	"	"	"	65 . 10
cd	"	"	"	82 . 30
de	"	"	"	82 . 40
ef	"	"	"	104 . 0
fg	"	"	"	112 . 0

so giebt dieses aus den Sinustafeln nach (II.) folgende Tiefen und Höhen:

Tiefen nach Fussen. | Horizontalabst. in F.

b unter a = 4,199	9,075
c " b = 4,199	9,075
d " c = 1,305	9,914
e " d = 1,276	9,918

Summe d. Tief. = 10,979

Höhen.

f über c = 2,419	9,702
g über f = 3,746	9,272

Summe d. Höh. = 6,165

Hier

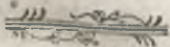
Hieraus findet sich nun die Tiefe von g unter a $= + 10,979 - 6,165 = + 4,814$ Fuß $= gm$, wo gm eine Verticallinie, und am eine Horizontale bedeuten.

V. Um blos zu wissen, wie hoch oder tief ein Punkt g unter einem andern a liege, ist es nicht nöthig, die Bergwaage an den einzelnen Stationen so zu stellen, daß die Punkte a, b, c, d u. u. g, sämtlich in einer und derselben Verticalebene liegen.

Das wird aber nöthig seyn, wenn man zwischen a und g zugleich den richtigen Horizontalabstand am, durch blosse Summirung der horizontalen Weiten von a nach b, von b nach c u. s. w. verlangt.

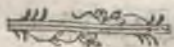
Unter dieser Voraussetzung wäre also (IV)
 $am = 9,075 + 9,075 + 9,914$ u. u.
 $= ai + ik + kl$ u. u.
 $= 56,956$ Fuß.

VI. Wollte man den Zug abc...g auf dem Papiere verzeichnen, so nehme man am für eine Abscissenlinie an, und setze auf sie die Horizontalweiten der einzelnen Stationen von a nach i, von i nach k u. s. w. oder noch besser, die Abscissen ai; $ak = ai + ik$; $al = ai + ik + kl$; u. u. und nun von i nach b, von k nach c u. s. w. als Ordinaten, die Tiefen von b unter a; c unter a; d unter a



2c. 2c. Für Punkte, die über am zu liegen kämen, werden die Ordinaten auf die entgegengesetzte Seite von am getragen. Die Punkte a, b, c u. s. w. alsdann zusammengehängt, geben einen Profilriß von a nach g.

VII. Anmerkung. Wenn der Halbmesser des eingetheilten Kreises auf der Bergwaage, weniger als einen Schuh beträgt, so werden sich nach dem blossen Augenmaasse die Minuten eines Grades nicht leicht genauer als bis ohngefähr $\frac{1}{2}^{\circ}$ angeben lassen. Man könnte indessen wohl eine Einrichtung treffen, daß das herabhängende Perpendikel etwa einen hängenden Vernier vorstellte, oder daß man sonst auf andere Arten die Winkel genauer erhielte. Allein theils würde durch solche Einrichtungen die Bergwaage zusammengesetzter, theils ist es auch zu ihrer gewöhnlichen Absicht immer zureichend, die Winkel bis auf ein $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{2}$ eines Grades genau zu wissen. Selbst bey der übrigen Einrichtung dieses Werkzeugs wäre eine größere Genauigkeit lächerlich, da z. E. selbst beim Einsetzen der Füße at, hu, über jeder Station, beträchtliche Fehler vorfallen können u. dgl. Der Erfinder dieser Bergwaage, Georg Korte, hat sie in einer kleinen Schrift: (Beschreibung einer neuen Bergwaage 2c. 2c. Leipz. 1758.) bekannt gemacht.



So brauchbar sie indessen in Fällen, wo es bey Höhen auf einige Schuhe mehr oder weniger nicht ankömmt, und so bequem sie zur Verfertigung des Profils einer unebenen Gegend seyn mag, so darf man doch weder von ihr, noch von andern Methoden (1.) erwarten, daß sie solche Erhöhungen oder Gefälle, die vielleicht auf eine Entfernung von 1000 und mehreren Ruthen nur wenige Fusse betragen, mit einiger Genauigkeit geben werden, und da doch diese Fälle bey Wasserleitungen und ähnlichen Geschäften häufig vorkommen, so wird man auf ganz andere Methoden und Werkzeuge bedacht seyn müssen, und von diesen sollen nun im gegenwärtigen Kapitel die nöthigen Begriffe gegeben werden.

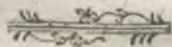
Man versteht nun zwar überhaupt unter dem Nivelliren oder Wasserwägen jedes Verfahren, von einem Orte zu einem andern den Abhang und die Ungleichheiten des Bodens zu bestimmen. Hier wird aber besonders nur von solchen Fällen die Rede seyn, wo das Steigen und Fallen auf eine grosse Strecke nur wenig beträgt, und solches doch nur mit sehr grosser Schärfe verlangt wird.



Nähere Bestimmung dieses Ges- schaftes.

§. 371. Man setze (Fig. LXXXV.), es sey C der Mittelpunkt der Erde, A ein Ort auf der Erdoberfläche, AE ein Kreisbogen mit dem Halbmesser AC beschrieben, AB eine Tangente an A, so heißt AB die scheinbare Horizontallinie, hingegen der Bogen AE die wahre Horizontallinie durch A.

Auf diese wahre Horizontallinie und deren Bestimmung wird es beim Wassermägen, vorzüglich ankommen. — Denn stellt man sich den Theil AE mit Wasser bedeckt vor, so wird es, weil jede Stelle auf AE gleich weit vom Mittelpunkt der Erde entfernt ist, über AE in vollkommener Ruhe bleiben, und weder von A nach E, noch von E nach A fließen können. Gedenkt man sich aber einen Theil der wirklichen Erdoberfläche z. B. von A nach e, und liegt der Ort e unter der durch A gehenden wahren Horizontallinie AE, so muß nothwendig das Wasser von A nach e einen Zug haben, und folglich nach e geleitet werden können. — Liegt e über AE, so muß hingegen das Wasser von e nach A geführt werden können, und man begreift daher, daß es beim Wassermägen hauptsächlich darauf komme, zu bestimmen, wie hoch oder tief ein gewisser Ort



Ort e über oder unter der durch einen andern Ort A eingebildeten wahren Horizontallinie AE liege, und daraus läßt sich alsdann beurtheilen, ob von dem einen Ort zu dem andern Wasser geleitet werden könne. Zieheth man also durch e eine gerade Linie CeB , vom Mittelpunkt der Erde, so wird das Nivelliren von A nach e darauf ankommen, die Grösse Ee , um wie viel nemlich e näher oder entfernter als A vom Mittelpunkt der Erde liegt, zu bestimmen, welches ich künftig den **Abhang** oder das **Fallen** von A nach e , oder wenn e über AE läge, das **Steigen** der Erdofläche von A nach e nennen werde.

Es schneide die scheinbare Horizontallinie AB die verlängerte Ce bey B , so drückt BE aus, um wie viel sich auf die Entfernung AE , die wahre Horizontallinie unter der scheinbaren senket, und diese Grösse BE heist eigentlich das **Gefälle** welches für jede Entfernung AE zu berechnen, im 199§. VII. gewiesen worden ist.

Zus. 1. Weis man also nur wie tief der Ort e unter der scheinbaren Horizontallinie des Orts A , oder auch wie hoch e darüber liegt, so hat man auch den **Abhang** oder das **Steigen** von A nach e ;

Liegt nämlich e unterhalb AB , und fände sich Be grösser als das **Gefälle** BE , so ist der **Abhang** von A nach $e = Be - BE$.



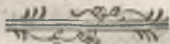
Läge aber zwar e noch unter AB , z. E. bey e' aber doch so, daß Be' sich kleiner fände als BE , so ist $Be' - BE$ negativ, und man hat also ein Steigen von A nach $e' = BE - Be'$.

Wenn aber e über AB läge z. E. bey e'' , so ist von A nach e'' in allen Fällen ein Steigen $= BE + Be''$.

Zus. II. Wenn sich von A nach e unmittelbar visiren, und der scheinbare Elevations- oder Depressionswinkel BAe messen ließe, so könnte man daraus, und aus der bekannten Entfernung Ae , die Grösse Be (Zus. I.) berechnen, woben man denn ohne merklichen Irrthum Be als senkrecht auf Ae annehmen dürfte.

Allein selten wird sich von A nach e wirklich hinvisiren lassen, und in den Fällen wo übrigens auch Be in Vergleichung mit Ae sehr klein wäre, würde auch der Winkel BAe so klein seyn, daß man nicht erwarten dürfte, eine so genaue Bestimmung der Höhe Be durch ihn zu erhalten, als es beim Nivelliren, wo es oft auf einige Fusse ankommt, erforderlich ist.

Zus. III. Am besten wäre es, wenn man Be unmittelbar messen könnte, wie, wenn man z. E. bey e einen Stab ee'' vertical aufrichtete, auf ihm den Punkt B bemerkte,
wo



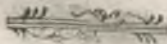
wo von A aus, die scheinbare Horizontallinie in ihn einträfe, und nun die Menge von Füssen, Zollen &c. &c. zwischen B und e mässe.

Alein wenn Ae einiger maassen groß ist, so dürfte leicht die scheinbare Horizontallinie AB, über einen bey e aufgerichteten verticalen Stab hinweg gehen, und also sich auf ihm der Punkt B nicht angeben lassen.

Zus. IV. Indessen könnte man, wenn die Entfernung Ae sehr groß ist, Stationen zwischen A und e, z. E. m, n u. s. w. annehmen, jede so nahe bey der andern, daß sich (Zus. III.) anwenden liese.

Man bemerkte nemlich erstlich auf dem Stabe bey m den Punkt b, wo die durch A gehende scheinbare Horizontallinie in ihn einträfe, mässe die Höhe bm, über dem Boden, berechnete nun das Gefälle für die Entfernung Am, und verbande es nach (Zus. II.) mit der gemessenen Höhe bm, so hätte man erstlich den Abhang (oder das Steigen) von A bis m.

Nun bestimmte man ferner, wo die scheinbare Horizontallinie an der Station m, in den bey n aufgerichteten Stab einschnitte, und verführe nun eben so, um den Abhang von m nach n zu finden, und so ferner von n nach e u. s. w.



Diese Senkungen des Bodens von einer Station zur andern, gehörig zusammen gerechnet, gäben denn endlich den Abhang des ganzen A.c.

Zus. V. Man siehet leicht, daß es bey diesem Geschäfte in der Hauptsache darauf ankomme, an jeder Station, wie A, m, n 1c. 1c. auf das genaueste die Richtung der scheinbaren Horizontallinie anzugeben, und dann den Punkt bemerken zu können, wo jede Richtung in den über der nächst folgenden Station vertical aufgerichteten Stab einschneiden würde.

Allein nach einigem Nachdenken, wird man dennoch bey dieser Art, stationen: weise eine grosse Entfernung zu nivelliren, einige Unbequemlichkeiten wahrnehmen.

1) Ist das schon weitläufig, daß man die Entfernungen Am, mn, 1c. 1c. von einer Station zur nächsten wissen muß, um das Gefälle von einer zur andern daraus zu berechnen (§. 199.). Wenn es also nicht zugleich darum zu thun wäre, auch die ganze Entfernung, auf die man nivellirt hat, zu wissen, so könnte man wohl auf Mittel denken, den Abhang von A nach e zu finden, ohne die Entfernungen von einer Station zur andern dabey nöthig zu haben, wodurch allerdings viele Arbeit erspart würde.

2) Muß

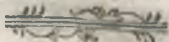
2) Muß man sich die Mühe geben, für jede Station das Gefälle nach (§. 199.) zu berechnen — welches auch eine Arbeit ist, der man gerne überhoben seyn möchte.

3) Da man über jeder Station nicht unmittelbar auf dem Boden die scheinbare Horizontallinie visiren kan, sondern die dazu gehörigen Werkzeuge immer schon selbst einige Höhe über dem Boden haben, so muß man sich jedesmal die Mühe geben, auch diese zu messen, und in Betrachtung zu ziehen, woben denn mancherley Fehler in der genauen Stellung des Werkzeugs über jeden Punkt, in der Messung der Höhe desselben über dem Boden u. s. w. vorkommen können.

Zus. VI. Einigen von diesen Unbequemlichkeiten kan man dadurch abhelfen, daß man die Stationen A, m, n u. c. nicht zu weit von einander nimmt.

Denn man nehme z. E. Am, oder die Grösse a in der Formel (§. 199. VIII.) $= 1000$ pariser Fuß, so wird das Gefälle von A nach m $= 0,025$ p. F. Also nur wenige pariser Linien — eine Grösse, für die man auch bey dem schärfsten Werkzeuge, in einer solchen Entfernung Am nicht gut stehen kan, die man folglich als $= 0$ betrachten darf.

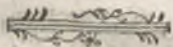
Denn



Denn wenn man sich z. E. auf dem Stabe *mb* eine Länge von 2 pariser Linien denkt, so ist die zugehörige scheinbare Grösse bey *A*, für die Entfernung $Am = 1000'$ oder 144000 Linien, $= \frac{2}{144000} \cdot 206264 \text{ Sec.}$
 $= 2,4 \text{ Sec.}$ Das Werkzeug bey *A* müßte also in der Lage der scheinbaren Horizontal-Linie nicht um $2,4$ Secunden fehlen dürfen, wenn man in der Bestimmung des Abhanges von *A* nach *m* bis auf 2 paris. Linien sicher seyn wollte.

Wie wird man aber wohl bey irgend einem Werkzeuge für einen solchen Fehler vollständig gut stehen können. Wenn auch gleich Hr Brander versichert, daß er Glasröhren zu Libellen so gerade auszuschleifen Mittel gefunden hätte, daß sie auf einen Winkel von einer einzigen Secunde einen Ausschlag gäben, so muß ich doch gestehen, daß mir 1" ein so geringer Winkel ist, für den man, wenn ihn auch die Libelle anzugeben im Stande wäre, (wiewohl dieses wegen des Anhängens der Luft und des flüssigen Wesens an die Glasröhre, immer sehr mißlich ist), doch aus mannichfaltigen andern Ursachen gewiß nicht gut stehen kan.

Es scheint also überflüssig, das Gefälle von einer Station zu einer andern, die von der erstern nur 1000 paris. Fuß, oder gar
 noch



noch weniger entfernt wäre, in Betrachtung zu ziehen. Man kan es ohne beträchtlichen Fehler weglassen, und so fielen also für kurze Stationen, die Unbequemlichkeiten ((1) (2) Zus. V.) weg. — Allein alsdann werden die (das. (3)) erwähnten Unrichtigkeiten desto öfter zu besorgen seyn, weil man mehrere Stationen bekommt, wenn sie kurz sind, und folglich das Werkzeug zur Bestimmung der scheinbaren Horizontallinien, desto öfter stellen muß.

Um also sämtlichen Unbequemlichkeiten abzuhelpfen, so wird das Nivelliren von einer Station zur andern nach folgender Methode geschehen müssen.

Bestimmung des Abhangs von einer Station zur andern, ohne dabey die Entfernung beyder Stationen, die Höhe des Werkzeugs, das Gefälle u. s. w. erwägen zu dürfen.

§. 372. I. Es sey wieder (Fig. LXXXVI.) c der Mittelpunkt der Erde, ai ein Stück der würllichen Erdsfläche, von einer Station a zur nächsten i. Der Kreisbogen ac die wahre Horizontallinie durch a.

Man soll also die Tiefe oder den Abhang von a nach i, also die Grösse ei finden, wo
an,



an, ik ein Paar bey a, i, vertical aufgerichtete Stäbe, mit Abtheilungen in Füsse, Zolle u. s. w. bedeuten sollen.

Man stelle das zur Bestimmung der scheinbaren Horizontallinien gehörige Werkzeug, in die Mitte zwischen beyden Abwägungspunkten a, i, bey l.

tu bedeute auf dem Instrumente die Richtung der scheinbaren Horizontallinie, in der Höhe rl über dem Boden.

Kann man nun auf den Stäben an, ik, die Punkte n, m, angeben, wo die Verlängerung von tu, in sie einschneidet, mithin die Höhen über der Erdoberfläche, an, im, messen, so wird der Unterschied im—an, so gleich den Abhang des Bodens von a nach i geben, ohne daß man nöthig hat, die Entfernung ai zu wissen, das zugehörige Gefälle zu berechnen, und die Höhe des Werkzeugs rl in Betrachtung zu ziehen.

Denn weil r über l, also in der Mitte zwischen n und m liegt, folglich in den beyden Dreyecken nrc, mrc; $nr = rm$ $rc = rc$, ferner $nrc = mrc = 90^\circ$ (indem der Halbmesser cr auf der scheinbaren Horizontallinie nm senkrecht steht), so ist auch $cn = cm$, und folglich wegen $ca = ce$, auch $an = em$,
mit

mithin der Abhang des Bodens von a nach i
oder $ei=im=cm=im=an$.

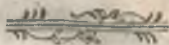
Dieses Verfahren das Werkzeug allemal
in die Mitte zwischen zween Stationen zu
stellen, und dadurch den Abhang von einer
zur andern anzugeben, hat unstreitig viele
Vorzüge.

II. Indessen scheint es doch, daß man da-
bey die Weite ai in so ferne wissen müsse,
daß man das Instrument tul, in die Mitte
zwischen a und i stellen kan.

Allein ich werde sogleich zeigen, daß man
nicht nöthig hat, ai sehr genau zu wissen.
Das bloße Augenmaas, oder auch Schritte
werden zureichen, die Mitte zwischen a und i
so genau zu treffen, daß der Fehler als un-
beträchtlich weggelassen werden kan.

Den Fehler zu berechnen, wenn man
 $im=an$ für den Abhang von a nach i
annimmt, in der Voraussetzung, daß das
Werkzeug nicht genau in der Mitte l, son-
dern 3. E. bey v stehet, so aber, daß doch
v von l nicht weit wegliege.

§. 373. I. Man setze überhaupt den Win-
kel $acl=\beta$, $icl=\alpha$; $an=h$; $im=H$;
 $ca=z$; $ci=x$;



so ist $er = (z+h) \cos. \beta = (x+H) \cos. \alpha$.

$$\text{also } z+h = \frac{(x+H) \cos. \alpha}{\cos. \beta}$$

II. Hieraus siehet man gleich den bereits erwiesenen Satz, daß, wenn $\beta = \alpha$, also i in der Mitte zwischen a und i liegt:

$z+h = x+H$, und folglich

$$z-x = H-h$$

seyn müsse, wo $z-x$ ausdrückt, um wie viel i näher bey'm Mittelpunk't der Erde c liege als a .

III. Steht aber das Werkzeug nicht in der Mitte, so ist β nicht $= \alpha$.

Es sey also $\beta = \alpha + \gamma$, und γ in Vergleichung mit α klein;

so hat man

$$(z+h) \cos. (\alpha + \gamma) = (x+H) \cos. \alpha$$

Nun ist aber ohne merklichen Irrthum

$$\cos. (\alpha + \gamma) = \cos. \alpha - \gamma \sin. \alpha$$

Mithin nach gehöriger Substitution und Rechnung

$$(z+h-H-h) \cos. \alpha = \gamma (z+h) \sin. \alpha$$

$$\text{oder } z-x = H-h + \gamma (z+h) \tan. \alpha,$$

wo

wo man statt $z+h$ ohne beträchtlichen Fehler den Halbmesser der Erde, den ich $=r$ nennen will, setzen darf, und folglich erhält

$$z-x = H-h + \gamma r \tan \alpha;$$

Nun ist aber beim Nivelliren die Entfernung von einer Station zur andern nie so groß, daß man nicht $\tan \alpha = \alpha$ setzen dürfte, und so wird

$$z-x = H-h + \gamma r \alpha.$$

Setzt man nun ferner $\alpha = m \cdot \gamma$, oder $\gamma = \frac{\alpha}{m}$, so wird

$$z-x = H-h + r m \gamma^2$$

IV. Es ist also nicht mehr $z-x = H-h$ wie in (II.), sondern um die Grösse $r m \gamma^2$ davon unterschieden.

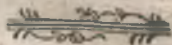
Es wird indessen diese Grösse immer äußerst gering seyn, wenn 1) die beiden Stationen a, i , nicht gar zu weit von einander wegliegen, und dann 2) γ gegen α nicht sehr groß ist, d. h. das Werkzeug nicht zu sehr von der Mitte zwischen beiden Stationen entfernt.

Man nenne das dem ganzen Bogen $ai = \phi$ zugehörige Gefälle $= g$, so ist $g = \frac{r \phi^2}{2}$ (§. 199. VII.)

Dritter Theil.

3 i

Aber



Aber $\phi = \beta + \alpha = 2\alpha + \gamma = (2m+1)\gamma$,
 also $\gamma = \frac{\phi}{2m+1}$; und folglich

$$g = \frac{r(2m+1)^2 \gamma^2}{2}.$$

Mithin

$$z - x = H - h + \frac{2gm}{(2m+1)^2}$$

V. Exemp. Man setze die Weite ai (die man ohne Fehler = dem Bogen ae setzen kan) = 2000 parif. Fuß; das Instrument stehe bey v um die Weite vl = 100 Fuß von der Mitte l weg; so ist

$$\gamma : \phi = 100 : 2000 = 1 : 20$$

also $\gamma = \frac{\phi}{20}$; mithin $2m+1 = 20$;

$$\text{und } m = \frac{19}{2} = 9,5.$$

Das Gefälle für die Weite ai = 2000⁴ ist (§. 199. VIII.)

$$g = 0,00000002545 \cdot 4000000 \\ = 0,1018 \text{ parif. F.}$$

Dies giebt ferner

$$\frac{2gm}{(2m+1)^2} = \frac{19 \cdot 0,1018}{400} = 0,0048$$

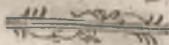
also ohngefähr 0,7 einer Linie.

Der

Der Fehler, den man also begehet, wenn zwischen den beyden um 2000 paris. Fuß von einander entfernten Abwägungspunkten, das Werkzeug nicht genau in der Mitte bey l, sondern bey v um 100 Fuß, oder um den 20sten Theil der ganzen Länge ai entfernt steht, beträgt 0,7 einer Linie, im Falle man geradezu annähme $z - x = H - h$.

Wenn man sich diese Grösse 0,7 z. E. auf dem verticalen Stabe ik vorstellt, und die ihr zugehörige scheinbare Grösse bey v berechnet, so wird man für sie ohngefähr 1 Sekunde finden. Da ich nun sicher überzeugt bin, daß man mit keinem Werkzeuge im Stande seyn wird, die scheinbare Horizontallinie bis auf 1'' genau anzugeben, so wird daraus begreiflich, daß es auch eine sehr überflüssige Genauigkeit seyn würde, im gegenwärtigen Beispiele den Fehler in Betrachtung zu ziehen, den man begienge, den Abhang $z - x = H - h$ zu setzen, und doch das Werkzeug nicht genau in der Mitte bey l, sondern bey v stehen zu haben.

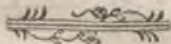
Da es nun wohl die Beschaffenheit des Bodens selten erlauben wird, die beyden Abwägungspunkte oder Stationen a, i über 2000 Schuh von einander zu entfernen, und dieses auch wohl wegen anderer Ursachen z. E. wegen der Undeutlichkeit, mit der man ohne



Zweifel keine Abtheilungen, oder sonst Bezeichnungen bey m und n auf den Stäben i k, a n, wahrnehmen würde, wenn man sie zu weit von dem Instrumente l hinwegsetze, nicht rathsam wäre, da man ferner auf eine Entfernung von 2000 Schuhen immer schon so genau durch das Augenmaas oder durch Schritte, die Mitte l treffen wird, daß man nicht um den 20sten Theil der ganzen Weite ai fehlet, so wird man immer den Abhang von a nach i, der Grösse im — an gleich setzen dürfen, ohne einen bemerkbaren Fehler zu begehen, oder es für nachtheilig zu halten, das Werkzeug nicht völlig genau in der Mitte l stehen zu haben. Und so fällt die scheinbare Bedingung weg, daß man die Entfernung ai wissen müsse, um das Werkzeug in die Mitte zwischen a und i stellen zu können.

Man braucht begreiflich von ai keine andere Kenntniss zu haben, als nur daß sie nicht weit über 2000 Fuß gehe, damit das Augenmaas in deren Halbirung nicht zu sehr trüge.

Und so wäre also das Verfahren (§. 372.) den Abhang des Bodens zwischen zweyen Stationen zu finden, immer das brauchbarste, und hätte keine von den Unbequemlichkeiten, deren §. 371. im Vten Zusatz Erwähnung geschähen



schehen ist. Wir werden uns also dessen künftighum zum Nivelliren bedienen. — Jetzt werde ich aber vor allen Dingen eine Beschreibung der dazu gehörigen Werkzeuge vorausschicken müssen.

Werkzeuge zum Wasserwägen.

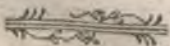
§. 374. Daß es bey diesen hauptsächlich darauf ankomme, über einem gewissen Punkt l auf dem Boden, die Richtung der scheinbaren Horizontallinie tu mit der gehörigen Scharfe anzugeben, und längst solcher sowohl vor- als rückwärts, nemlich von t nach m, als auch von u nach n visiren zu können, wird aus allen, was bisher gesagt worden, ohne weitere Erläuterung, klar sehn.

Da es nun der Vorrichtungen hierzu sehr viele giebt, so werde ich von einigen der bekanntesten die allgemeinsten Begriffe beybringen.

Man kan füglich alle bisher angegebenen Wasserwaagen unter drey Klassen bringen.

I. Werkzeuge, auf denen man durch Hülfe der freyen Oberfläche des Wassers, die Lage der scheinbaren Horizontallinie angiebt.

II. Werkzeuge, wo man durch eine auf der Oberfläche des Wassers schwimmende



Luftblase, den horizontalen Stand einer geraden Linie erfährt; dergleichen eines wir bereits im vorhergehenden (§. 152.) unter dem Namen der Libelle kennen gelernt haben.

III. Werkzeuge, auf denen man durch Hülfe eines Loths, auf dessen Richtung man sich eine Perpendikulärlinie gedenkt, die scheinbare Horizontallinie angiebt.

Indessen wollen wir auch nicht entgegen sehn, wenn es etwa gefiele, die Werkzeuge (II.) mit den erstern (I.) unter eine Klasse zu bringen.

Werkzeuge der erstern Art.

§. 375. I. Diese sind meistens aus ihrem Gebrauch gekommen. Eines der ältesten hiesher gehörigen beschreibt Vitruv im 6ten Kapitel des VIIIten Buches seiner Architektur, und nennt es Chorobates.

An beyden Enden eines 20 Schuh langen Parallelepiped, oder Latte, giengen zween Arme, oder ein Paar andere gleich lange kürzere Latten herunter, auf denen ein Paar Linien genau mit einander parallel gezogen, auf einer dritten, längst des Parallelepiped gezogenen Linie, senkrecht standen.

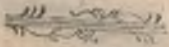
Lies man nun längst diesen beyden Linien Lothe herab hängen und verrückte man
das

das Parallelepipedum so lange bis die parallelen Arme genau vertical gestellt waren, so hatte man erstlich längst des Parallelepipedi eine Horizontallinie, und so weit gehörte das Werkzeug zur dritten Art im vorhergehenden §.

Weil man aber, besonders bey windigem Wetter, kein Senkbley gebrauchen konnte, so wurde längst der obern Fläche des erwähnten Parallelepipedi, eine überall gleich tiefe Rinne eingeschnitten, in die man Wasser goß, und nun das Werkzeug so lange rückte, bis das Wasser in der Rinne überall gleich hoch stand, ohne an einer Seite überzulaufen, woraus man denn ebenfalls die horizontale Stellung des Parallelepipedi und folglich die verticale Stellung der beyden herabgehenden Arme beurtheilte.

Beym Gebrauche, wurde nun erstlich das Parallelepipedum horizontal gestellt. Nun maasß man, wie hoch beyde Enden der verticalen Latten über dem Boden standen, und fand durch den Abzug beyder Höhen, um wie viel der eine Punkt des Bodens über dem andern lag. So maasß man also von 20 zu 20 Schuhen, das Steigen oder Fallen des Bodens.

Dieses Werkzeug mußte begreifflich, in Rücksicht seiner Stellung, und der Bemerkung,



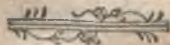
ob die Oberfläche des Wassers genau der Längst des Parallelepipedes gezogenen geraden Linie entsprach u. dgl. manchen Fehlern unterworfen seyn.

Indessen lobt es doch Vitruv vor manchen andern damals gebräuchlichen, und es ist immer zu verwundern, daß die Alten mit so schlechten Werkzeugen doch beträchtliche Wasserleitungen geführt haben.

II. Mariotte im *Traité du Nivellement* erzählt mehrere Unbequemlichkeiten dieser Wassermasse, und anderer die Ähnlichkeit damit haben, zeigt aber auch ein anderes Mittel nemlich durch Hilfe zurückgeworfener Strahlen von der Oberfläche des Wassers in einem Gefäße, eine horizontale Richtung zu erhalten.

Man setze Fig. LXXXVII. *ab* sey die Oberfläche eines in einem Gefäße ruhig stehenden Wassers, also eine Horizontallinie, deren Verlängerung *ben h* auf einem entfernten vertical abgesteckten Signale *vi* ausgegeben werden soll.

Es sey *A* ein Brett worauf parallel mit einander ein Paar schwarze Linien *kx*, *hy* gezogen sind; dieses Brett lasse sich an dem Stabe *vi* vertical auf und nieder schieben, so daß die Linien *kx*, *hy* immer horizontal bleiben,



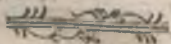
ben; k, h, an dem Stabe vi, sollen die erwähnten Linien kx, hy, vorstellen. Ben n wird man nun längst np den zurückgeworfenen Strahl kp ins Auge bekommen, und dadurch den Punkt k ben i wahrnehmen, wo i das Bild des Zeichens k in der Oberfläche des Wassers.

Ist nun vi vertical, so läßt sich aus den Gesetzen der Reflexion leicht darthun, daß die Mitte zwischen dem wahren Zeichen k, und dessen Bilde i, in der Verlängerung der Wasserfläche ab liegen müsse.

Gesetzt nun, man schätze nach dem Augenmaasse das Zeichen h, welches man ben n auch beobachten kan, in der Mitte zwischen k und dessen Bilde i, so wird sogleich h in der Verlängerung von ab liegen.

Findet sich aber nach dem Augenmaasse nicht $hk = hi$, so läßt man das Brett A an dem Stabe vi so lange auf und nieder rutschen, bis der erwähnten Bedingung ein Gelingen geschieht, also k, i, in gleicher Weite von h erscheinen. In dem Augenblicke liegt h in der Verlängerung der Wasserfläche ab, und man hat also eine scheinbare Horizontallinie von a nach h.

Herr Mariotte verspricht sich von dieser Art, die scheinbare Horizontallinie anzugeben,

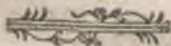


ben, und zu verlängern, viele Genauigkeit, zeigt auch, wie man durch angebrachte Vorrichtungen, die von der Bewegung der Luft herrührenden Ungleichheiten auf der Oberfläche des Wassers heben könne, wie viel das Augenmaaß in der Bemerkung ob $kh = hi$ sey, trüge, wie man ferner ein Fernrohr mit dem Werkzeuge verbinden könnte u. dgl.

Indessen bleiben doch meines Erachtens bey Hrn M. Wasserwaage manche Unbequemlichkeiten, worunter ich die unvermeidlichen, auch durch die geringste Erschütterung des Bodens, worauf das Stativ des Werkzeugs stehet, entstehenden kleinen, aber allerdings dem zurück werfen der Lichtstralen äußerst nachtheiligen Wellen auf der Oberfläche des Wassers; das Heraufziehen desselben längst den Seitenflächen des Gefäßes, wodurch einige Krümmung auf der Oberfläche des Wassers veranlaßt wird, die Fehler des Augenmaaßes u. dgl. rechnen darf.

III. Noch eine andere Einrichtung, vermittelst der Oberfläche des Wassers, eine wagrechte Linie zu ziehen, ist nachstehende.

Man lasse (Fig. LXXXVIII.) mit einem metallenen Rohre wq senkrecht ein Paar gläserne Röhren wm , op verbinden, und alles so verkütten, daß Wasser in diese Ge-
mein-



meinschaft habende Röhren gegossen, nirgends einen Ausgang finde.

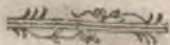
Das Wasser wird sich in beiden Röhren *w m*, *q p*, allemal in einen horizontalen Stand setzen, so daß bei *n*, *o*, beyde Wasserflächen in einer einzigen wagerechten Linie *n o* liegen.

Längst den Glasröhren lasse man Dioptern auf und nieder beweglich seyn.

Schiebt man sie also beyde so weit herunter, daß deren Visirpunkte den Wasserflächen bei *n* und *o* entsprechen, oder mit dem Wasserpfaß in beiden Glasröhren zusammentreffen, so ist eine gerade Linie durch beyde Visirpunkte horizontal, und man kan demnach solche durch das Visiren sich verlängert gedanken.

In der Objectiv-dioptr kan der Visirpunkt allemal ein Durchschnitt zwener Kreuzfäden seyn. — In der Oculardioptr soll er aber nur aus einer ganz kleinen Oefnung bestehen, und man kan leicht eine solche Vorrichtung treffen, daß man längst des Wasserpfaßes vor und rückwärts visiren kan.

Diese Nivellirwaage hat die Unbequemlichkeit, daß sich das Wasser längst den Glasröhren auch etwas in die Höhe zieht, wodurch die Wasserflächen bei *n* und *o* eine
Vers



Vertiefung bekommen, und sich der Wasserpapß nicht recht genau angeben läßt.

Die Schwankung des Wassers bey einiger Erschütterung fällt hier freylich weg, weil man die Glasröhren nicht leicht über $\frac{1}{4}$ Zoll im Lichten nimmt, und auch Bewegungen der Luft können auf den Wasserflächen bey n und o nicht merkliche Ungleichheiten verursachen.

Auch liesse sich vielleicht statt des Wassers noch sicherer Quecksilber gebrauchen, und wenn sich eine Vorrichtung anbringen liesse, statt der blossen Dioptern Fernröhre zu gebrauchen, wenn man ferner auch die Länge des Werkzeugs wenigstens 4 Schuh nähme u. s. w. so liesse sich vielleicht diese Wasserwaage zu einem ansehnlichen Grade der Vollkommenheit bringen.

IV. Herrn de la Hirens Wasserwaage gehört auch zu der erstern Art, und die Vorrichtung bestehet darinnen, daß zween Kästen durch eine Leitrohre in Gemeinschaft mit einander stehen, wodurch hinein gegossenes Wasser sich in beyden Kästen auf einerley Horizontalfläche setzt.

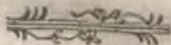
Nun werden ein Paar Dioptern so zu gerichtet, daß sie auf der Oberfläche des Wassers in beyden Kästen selbst schwimmen.
Sic

Sie stehen auf ein Paar Cylindrischen hohlen Gefäßen oder Schisgen, in die man Quecksilber gießen kan, damit sie sich nur bis auf eine solche Tiefe eintauchen, daß die Visirlinie genau der Oberfläche des Wassers in den beyden Kästen parallel sey. Daben ist eine solche Einrichtung angebracht, daß die Dioptern auf ihren Schisgen nicht seitwärts wanden, sondern sich nur vertical über der Oberfläche des Wassers erheben können.

Zu mehrerer Vollkommenheit, besteht die Objectiv: Diopter eigentlich aus einem Objectivglase. — Die Ocular: Diopter ist ein Fadenkreuz, welches im gemeinschaftlichen Brennpunkte des schwimmenden Objectivs, und eines vor dem Fadenkreuze in einer Röhre befindlichen Oculars steht. Und so stellt also de la Hires Wasserwaage, eigentlich ein auf der Oberfläche des Wassers schwimmendes Fernrohr vor, dessen Axe beständig der Oberfläche des Wassers parallel bleibt.

Die nähere Beschreibung davon findet man in Picards Abhandlung vom Wasserwägen, und in den *Mem. de l'Ac. de Paris* 1704.

Mich dünkt aber diese Wasserwaage habe sehr viel Beschwernlichkeiten; besonders müsse auch ihre Prüfung unbequem seyn. Ich habe indessen hier einen allgemeinen Begriff davon



davon geben wollen, weil die Einrichtung und der Gedanke eines schwimmenden Fernrohrs sinnreich ist, aber wohl nie im Ernste wird gebraucht werden.

V. Man kan sich, wenn der Abhang eines Stromes nicht sehr beträchtlich ist, des Wassers zum Nivelliren noch auf eine andere Art bedienen. Man lasse lederne Schläuche, dergleichen man sich zu Feuererspritzen bedient, stückweise an einander schrauben, so daß man den Schlauch nach Gefallen lang oder kurz haben kan. Man setze, ein solcher Schlauch sey 100 und mehrere Fuß lang, und habe an beyden Enden ein Paar aufwärts gehende gläserne Röhren, deren obere Mündung zugleich einen Trichter bilde, worinn man Wasser gießen kan, sowohl den Schlauch, als auch die damit Gemeinschaft habenden Röhren mit Wasser zu füllen.

So erhält man durch diese Vorrichtung den Wasserpaß in den gläsernen Röhren, auf eine solche Länge, als man dem Schlauche gegeben hat, und man kan so z. E. von 100 zu 100 Füssen in einem fort nivelliren, vorausgesetzt, daß der Boden nicht so abhängig ist, daß zur Beobachtung des Wasserpasses die beyden verticalen Röhren nicht zureichten.

Eingetheilte feige Maasstäbe längst den Glasröhren können zur Bemerkung der Wasserhöhe in beyden Röhren dienen, woraus sich denn der Abhang des Bodens von 100 zu 100 Fussen ergibt.

Dies ist im Wesentlichen die Wasserwaage, welche Hr Kühn in den Danziger Vers. 1 Th. beschrieben hat. Er zeigt zugleich wie man sich derselben zu bedienen habe, unmittelbar auf der Oberfläche eines Stromes zu nivelliren, und wie man zu der Absicht kleine Fahrzeuge mit ihr in Verbindung bringen könne u. s. w. die Genauigkeit mit der sich durch diese Vorrichtung nivelliren läßt, wäre freylich ansehnlich, wenn man wie Hr Kühn meldet, auf eine Entfernung von einer deutschen Meile nicht um 2 Schuhe in dem Abhang eines Stromes fehlen könne. Allein ausserdem daß es bey diesem Werkzeuge erst noch auf wirkliche Proben ankommen muß, woben sich vielleicht Anlässe zu Fehlern zeigen, die man wohl auf der Studierstube nicht immer vorhersehen konnte, glaube ich doch, daß die Beschwerclichkeiten im Fortbringen und Behandeln dieses Werkzeugs es niemals sehr empfehlen werden.

VI. Ich hoffe nun, von solchen Wasserwaagen, bey denen man sich zur Bestimmung der Horizontallinie, der unmittelbaren Oberfläche



fläche des Wassers bedient, genug hergebracht zu haben.

Jetzt werde ich von den weit brauchbarern der 1ten Gattung kürzlich einige Einrichtungen beschrieben.

Werkzeuge der zwoten Art.

§. 376. Ich werde hier vorzüglich nur die Liesganigische und Sissonische Wasserwaage beschreiben dürfen, um alle andere, die mit diesen Aehnlichkeit haben, verstehen zu können.

I. Die Liesganigische Wasserwaage

Ist Fig. LXXXIX. nach ihren wesentlichen Theilen abgebildet.

OP ist eine Röhre zu einem Fernrohre, ohngefähr 4 bis 5 Fuß lang.

Senkrecht auf der Ase desselben, sind ben mlik, rstu, ein Paar messingene Gehäuse, deren jedes die Fassung zu zweien 4 eckigten neben einander gelegten Rahmen inkq (Nro 1) und lmxy (Nro 2) abgiebt, dergestalt, daß die Ebenen inkq, lmxy, in jedem Gehäuse, auf PO senkrecht stehen.

Innerhalb diesen Rahmen inkq, lxmy sind ein Paar andere kleinere auf folgende Art beweglich.

Durch

Durch die Seitenstücke in, lx; ik, lm; gehen Stell-, Schrauben, λ , μ und jeder gegenüber befindet sich an den Seitenstücken nq, kq; xy, my eine entgegen drückende Stahlfeder.

Zwischen jedem Paare Schrauben λ , μ und den gegenüber stehenden Stahlfedern, wird nun jedes innere Viereck, in seinem zugehörigen Rahmen inkq, lxmy, festgehalten, und kan selbst durch Hülfe dieser Schrauben, und des Gegendrucks der Stahlfedern, eine sanfte Bewegung seitwärts parallel mit my, oder qk, und heraufwärts parallel mit ik oder lm erhalten.

Der kleine Rahmen innerhalb inkq führt ein rechtwinklichtes Fadenkreuz d;

Der andere innerhalb lxmy giebt die Fassung zu einem Objectivglase ab, dessen Brennweite ohngefähr der Länge der Röhre $\alpha\beta$ gleich ist.

Diese beyden Rahmen inkq, lxmy gedенke man sich nun parallel hinter einander senkrecht auf die Ase der Röhre $\alpha\beta$ angebracht, und lm, ik, bey α , stelle diese beyden Rahmen vor, wie sie sich, von dem sie umgebenden Gehäuse entblöst, und seitwärts angesehen, dem Auge darstellen würden.



Eben so stelle r s t u bey β die beyden übereinander liegenden Rahmen Nro 1. und Nro 2. vor.

So hat man also in dem Gehäuse bey α ein Objectivglas l m, und gleich dahinter ein Fadencruz i k.

Und so bey β ein Objectivglas t u, und Fadencruz r s.

Das erstere i k muß in dem Brennpunkte des Objectivs t u, und so r s in dem Brennpunkte des Objectivs l m stehen.

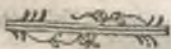
Beide Objective müssen also benläufig einerley Brennweite haben, wenn jede Rahmen wie t u, r s, dicht hinter einander stehen. — Kan man aber t u, r s, etwa durch eine Schraube auch längst des Fernrohres von einander entfernen, so ist solches nicht nöthig.

Bey O sowohl als auch bey P kan man in das Fernrohr eine Röhre mit einem Ocularglase hineinschieben, so daß ein Fadencruz jedesmal in dessen Brennpunkt stehe.

Hat man solchergestalt die Ocularröhre erstlich bey O, so kan man durch das Fernrohr längst O P visiren.

Nimmt man aber die Ocularröhre bey O weg, und steckt sie bey P ein, so kan man durch das Fernrohr rückwärts längst P O visiren.

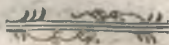
Durch



Durch die bisherige Einrichtung hat man also in einerley Röhre O P gleichsam ein doppeltes Fernrohr, welches beim Nivelliren an einer Stelle, die man zwischen den Abwägungspunkten annimmt, sehr vortheilhaft ist, weil man ohne das Fernrohr aus seiner Lage bringen zu dürfen, vor und rückwärts, sowohl nach dem einen als auch nach dem andern Abwägungspunkt hin visiren kan.

Der Beobachter bey O oder P, siehet nur allemal in dem Fernrohre das Fadenkreuz, welches im Brennpunkte des Oculars stehet. Das entferntere siehet er, wegen der zu grossen Weite von dem Brennpunkte des Oculars gar nicht, auch verursacht ihm solches keine bemerkbare Undeutlichkeit. Eben so wenig schaden die doppelten Objective, und die Wirkung ist nur die, daß das Objectiv, das jedesmal zunächst am Ocularglase stehet, den Brennpunkt des Oculars in etwas verkürzt, sonst aber weiter keine erhebliche Undeutlichkeit veranlasset.

Auf dem Fernrohre ist nun ferner bey a eine Libelle, so wie sie im 152 §. beschrieben worden, angebracht. — Sie ruhet auf einem kleinen messingenen Gestelle, das an dem Fernrohre befestigt ist, und durch Hülfe einer Schraube *u* läßt sie sich etwas erhöhen und erniedrigen. Die obere Seite der Libelle,



wo die Luftblase erscheint, muß beyläufig der Ase des Fernrohrs parallel seyn.

In der Folge werde ich zeigen, die Ase des Fernrohrs oder vielmehr die Visirlinie desselben, ihr völlig parallel zu machen.

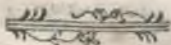
An der Röhre OP ist ferner eine Unterlage b befestigt, woran sich ein an seinem Umfang mit Schraubengewinden versehener Halbkreis befindet, der in eine Schraube g h eingreift, wodurch sich der Tubus mit der Libelle zugleich in einer Verticalebene auf und nieder treiben läßt.

Die Ase c um die sich der erwähnte Halbkreis drehet, ruhet auf beyden Seiten, auf einem verticalen messingenen Gestelle cb, welches auf einer horizontalen Scheibe w fest ist. Diese Scheibe w ist auch mit Schraubengewinden versehen, und läßt sich durch Hülfe der Schraube ohne Ende u herum treiben, wodurch also dem Fernrohre selbst eine horizontale Seitenbewegung ertheilt wird.

Die ganze Vorrichtung ruhet endlich auf einem Stative, das man mit Füßen, oder wie man sonst eine andere Einrichtung bequem fände, versehen lassen kan.

Von dem Gebrauche und der Berichtigung dieser allerdings sehr schönen Wasserwaage, werde ich in der Folge reden.

II. Die



II. Die Sissonische Wasserwaage

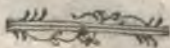
Ist nach ihren wesentlichen Theilen aus (Fig. XC.) zu erschen.

Das Fernrohr n o bestehet aus einer gegossenen und auf genaueste cylindrisch abgedrehten messingenen Röhre, wo sich bey n das Objectivglas und bey o die Ocularröhre befindet.

Durch Stellschrauben in der Fassung des Objectivs, läßt sich das Objectiv so stellen, daß dessen Axe, mit der Röhre n o Axe genau zusammen treffe.

Das Fernrohr ruhet auf dem Gestelle c d c wo man sich unter c, c ein Paar Stücke Messing, jedes mit einer Vertiefung, in die das Fernrohr zu liegen kömmt, und unter d eine Vorrichtung mit einem Scharniere bey s gedenken muß, die man samt dem Fernrohre, durch Hülfe einer Stellschraube k, und des Gegendrucks einer Stahlfeder f, oder eines Spiralgewindes, das auf dem Brette A befestigt ist, in einer Verticalebene auf und nieder treiben kan.

Mit dem Fernrohre ist eine Libelle v, verbunden, im Wesentlichen völlig so, wie es (S. 158.) gewiesen worden ist.



Die ganze Vorrichtung kan man nun auf einem Tische, oder sonst auf einem schicklichen Stativ ruhen lassen.

§. 377. Wasserraagen, welche mit der eben beschriebenen (die von ihrem Erfinder Sisson, einem berühmten englischen Künstler den Namen führt, und in dem englischen Baumeister: Lexicon, the Builders dictionary unter dem Worte Water abgebildet und beschrieben stehen), Ähnlichkeit haben, und im Wesentlichen fast völlig mit ihr einerley sind, sind die Branderische, von der man ausser einer besonders gedruckten Beschreibung auch in der Lambertischen Ausgabe von Picards Abhandlung vom Wasserraagen eine Nachricht findet, und die Ekströmische, die in den Abhandlungen der Schwedischen Ac. der Wiss. V B. beschrieben ist. Hr Brander hat nur das Fernrohr mit einem Glasmicrometer nach seiner Erfindung versehen, und Hr Ekström hat die Sissonische Wasserraage, so eingerichtet, daß man statt des Fernrohrs, auch Dioptern, wenn keine grosse Genauigkeit erfordert würde, gebrauchen, und das ganze Werkzeug dabey die Dienste eines Diopterlinials auf einem Meßtische vertreten kan.

Noch eine besondere Einrichtung einer Wasserraage mit einer Luftblase, beschreibt Hr

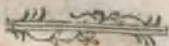
Hr Silberschlag im 1sten Theile seiner Hydrotechnik (Leipzig 1772.) pag. 201. Ihr Erfinder ist ein Künstler in Berlin, Herr Ring. Sie bestehet, um vor und rückwärts visiren zu können, aus zweyen parallel neben einander angebrachten Fernröhren, deren Aren man durch Hülfe einer in einem Cylindrischen mit Wasser gefüllten Gefäße wie (§. 113.) befindlichen Luftblase horizontal stellen kan. Daben ist denn eine Vorrichtung durch Hülfe einer Schraube ohne Ende, die beyden Fernröhre vertical auf und nieder zu treiben. Hr S. hält diese Wasserwaage für sehr bequem. — Meiner Meinung nach ist ihr aber wohl die Liesganigische und Sissonische vorzuziehen.

Wasserwaagen der dritten Art

(§. 374. III.)

§. 378. I. Von diesen darf ich vorzüglich die Picardische Wasserwaage beschreiben, um alle andern, die mit ihr Aehnlichkeit haben, und nur in zufälligen Stücken von ihr abweichen, in der Kürze mit ein Paar Worten berühren zu dürfen.

Diese Wasserwaage gründet sich auf der Eigenschaft, daß eine Linie, welche auf der verticalen Richtung eines Lothes senkrecht stehet, eine Horizontallinie vorstellet. Herr



Picard giebt also seiner Wasserwaage folgende Einrichtung:

(Fig. XCI.) EFGH ist eine viereckigte messingene Röhre zu einem Fernglase, bey EF befindet sich eine Einfassung mit einem Objectiv, in dessen Brennpunkte bey GH senkrecht auf die Axe des Objectivs ein Rahmen, mit einem in Ruthen durch Hülfe einer Schraube und des Gegendrucks einer Stahlfeder vertical auf und nieder beweglichen Fadencreuze, angebracht ist.

Bey D ist eine Ocularröhre beweglich, so daß man den Brennpunkt des Oculars an die Stelle des Fadencreuzes bringen kan.

Die Röhre des Fernglases ist mit einer andern Röhre AC rechtwinklicht verbunden, so daß eine ohne die andere nicht bewegt werden kan.

An letzterer AC sind zween gekrümmte Bogen M, N, welche dienen, das Fernrohr mit dem Gehäuse AG fest zusammen zu halten, und das ganze Instrument zugleich auf eine oder die andere Seite zu neigen. Diese beyden Bogen ruhen auf ein Paar starken Pföcken bey m, n, die man in zugehörige Löcher an das Stativ stecken kan, damit das bisher beschriebene Kreuz ABEG an dem Stativ fest hänge.

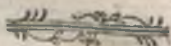
AB ist ein an einem feinen Silberfaden hängendes Loth, welches, ohne zu streifen, frey herunter hängen muß, wozu sich leicht eine Vorrichtung angeben läßt.

Dieser Faden AB muß bey B, wenn das Instrument seine rechte Stellung hat, über einen feinen Punkt herabhängen, der in einer kleinen silbernen Platte bey r, die nach Erfordern innerhalb messingenen Nuthen, von der rechten Hand gegen die linke beweglich seyn muß, eingestochen ist.

Dieser Punkt r muß die Eigenschaft haben, daß, wenn das Loth über ihm herabhängt, die Ase des Fernrohrs genau auf der Richtung des Lothes senkrecht stehe.

Das Stativ hat übrigens viele Aehnlichkeit mit einer Staffelen, deren sich die Maler bedienen. Noch sind die vordern Füße desselben bey p, q, mit eisernen Stäben versehen, die sich nach der Länge der hölzernen Füße verschieben, und mit Schrauben gehörig festhalten lassen, um auf unebenem Boden die Füße des Staffelets nach Belieben zu verlängern oder zu verkürzen.

Hinten an der Röhre AC befindet sich eine zulänglich starke eiserne Stange v gleichfalls, falls längst AC auf und nieder beweglich, damit, wenn sie bis auf den Boden herunter



gelassen wird, die Wasserraage in der gehörigen Stellung festgehalten, und durch keine Bewegung der Luft erschüttert werde.

Das ganze Kreuz A C E G läßt sich vorne mit einem Deckel verschliessen, damit keine Bewegung der Luft das Perpendikel erschüttere. Um aber den Silberfaden über dem Punkt r genau beobachten zu können, so ist der erwähnte Deckel in der Gegend von r, mit einem Fensterchen versehen. Am besten ist es, wenn der Deckel ganz längst AC aus einem Glase besteht; so kan man zuverlässiger wahrnehmen, daß der Faden des Lothes nirgends anstreife.

Die Grösse des Instruments hängt von der Genauigkeit ab, mit der man beobachten will. Doch ist nicht zu rathen, das Fernrohr ED unter 3 Fuß, und die Länge des Lothes unter 4 Fuß zu nehmen.

II. Luges Wasserraage unterscheidet sich von der Picardischen nur darinnen, daß sich die Ase eines frey hängenden Fernrohres unmittelbar durch ein Gewicht, welches man vom Schwerpunkte des Fernrohres herabhängen läßt, von selbst in eine horizontale Richtung versehen muß. Dieses Gewicht kan man aus einem mit Quecksilber oder Schrote angefüllten Gefasse bestehen lassen, das man bis auf eine gewisse Tiefe in Wasser hängen läßt,

läßt, um den Erschütterungen, die die Luft verursachen könnte, vorzubeugen.

Von dieser Wasserwaage findet man gleichfalls in oberrühnter Schrift des Herrn Picard eine nähere Beschreibung. Sie hat in mancher Rücksicht vor der Picardischen Vorzüge, wenn sie einmal gehörig berichtigt worden ist.

III. Eben daselbst ist auch Römers Wasserwaage beschrieben, die fast völlig die Picardische ist.

IV. Die Wasserwaage des Herrn le Febure stimmt auch im Wesentlichen mit der Picardischen überein. Man findet sie in seinem Buche *Nouveau traité du Nivellement* (Paris 1752. 4.) und mit einigen Abänderungen in Herrn G. H. R. Vöhms Anleitung zur Messkunst auf dem Felde (Neue Ausgabe 1779. S. 214.) sehr deutlich beschrieben.

V. Ausserdem findet man theils die bisher erzählten Wasserwaagen, theils noch einige andere in Joh. Christ. Meinigs Unterricht vom Niveliren (Leipz. 1724. 8.): In Sturms Traktat vom Niveliren: Leupolds *Theatro Machin. Hydrotechnic.* 53. u. f. f.: Bions *mathem. Werksschule* u. dgl. In Penthers Zugabe zur *Geometria*



tria practica ist auch eine neuverbesserte Wassertage beschrieben.

Kurz, wenn man aller besondern Einrichtungen solcher Werkzeuge erwähnen wollte, so ließe sich davon ein ganzes Theatrum schreiben. Der eigentliche Unterschied bestehet lediglich in der grössern oder geringern Bequemlichkeit im Gebrauche, in der mehr oder geringern Sicherheit, die Ase des Fernrohrs, oder die Absehenslinie, zu berichtigen, u. dgl. So viel wird man indessen einsehen, daß das Wanken des Perpendikels bei der Stellung der Werkzeuge der dritten Art dem Beobachter viel Zeit wegnimmt und daher wohl immer die Werkzeuge der zweiten Art, vor jenen den Vorzug verdienen. Ich hoffe von Allem das Wesentlichste erzählt zu haben.

Einrichtung der über den Stationspunkten vertical abzusteckenden Stäbe und Zeichen.

§. 379. I. Da über den Stationspunkten wie a, i (Fig. LXXXVI.) Stäbe an, ik aufgerichtet werden müssen, an denen sich die Punkte n, m, der visirten und verlängerten Horizontalrichtung tu, bemerken, und deren Erhöhungen über dem Boden messen lassen, so

so kan man sich dazu einer Vorrichtung wie (Fig. XCII.) bedienen.

Daselbst ist ab ein etwa 8 Schuh langer viereckigter prismatischer Stab, von gutem festen Holze, unten bey b mit einem eisernen Beschlage versehen, und von b nach a herauf, genau in Schuhe, Zolle und Linien eingetheilet.

cd ist ein anderer etwa eben so langer Stab, gleichfalls von c nach d herauf in Füsse, Zolle und Linien eingetheilet.

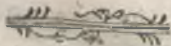
Dieser Stab cd muß sich vertical an dem ersten ba herauf und herab schieben lassen.

Es befinden sich daher an cd einige eiserne Bänder g, h, wodurch man ab stecken, und cd längst ab herauf und herab schieben kan.

Durch diese Bänder gehen bey g, h, ein Paar Schrauben, durch Hülse deren man den Stab cd, an ab, in jeder Erhöhung fest erhalten kan.

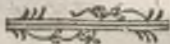
Der Stab cd ist bey l mit einem zureichend langen Brette versehen, worauf eine Linie mn parallel mit cd gezogen ist, über der man ein Sentbley hängen läßt, cd in eine verticale Stellung zu bringen.

Ben



Ben d ist eine viereckigte Tafel angebracht, die halb schwarz und halb weiß mit Oelfarbe angestrichen wird, so daß die Gränze dr zwischen Schwarz und Weiß, auf c d senkrecht stehe.

Diese Gränze dr kan man nun durch Erhöhung oder Erniedrigung des Stabes c d längst ba, in eine solche Höhe über dem Boden bringen, daß die Visierlinie der Wasserraage, oder die dadurch erhaltene horizontale Richtung, genau auf dr treffe. Weil sich aber die Tafel d nicht ganz auf den Boden bringen läßt, sondern, wenn das untere Ende des Stabes c d, den Boden berührt, die Tafel d noch um die ganze Höhe des Stabes c d über dem Boden erhoben ist, da ferner der Zielpunkt der Wasserraage weit tiefer treffen könnte, als die Tafel d über dem Boden alsdann erhöht wäre, so muß der Stab c d an seinem untern Ende noch mit einer ähnlichen Tafel ux versehen seyn, und dann wird man entweder die eine oder die andere Tafel, durch Verschiebung des Stabes c d in den Zielpunkt der Wasserraage bringen, und nun längst den Abtheilungen der Stäbe, die Entfernung von ux, oder dr, über dem Boden messen können. Die Abtheilungen auf dem Stabe ba, werden von b, wo der eiserne Beschlag zu Ende ist, angerechnet; die Abtheilungen auf c d, werden



den aber zwischen ux und dr angebracht, so daß der Linie ux , der Anfangspunkt der Abtheilungen entspreche, zwischen ux und dr aber genau eine ganze Anzahl von Schuhen, enthalten sey.

Diese bekannte Anzahl von Schuhen zwischen u und d , addire man jedesmal zu der Höhe des Punktes u über dem Boden, welche sich auf den Abtheilungen längst ba erhebt, so hat man die Höhe des Visirpunktes d über dem Boden.

Wäre aber der Visirpunkt auf die untere Tafel längst ux gefallen, so hat man die Höhe über dem Boden, sogleich längst den Abtheilungen des Stabes ba .

Die Tafeln d , u , werde ich Zeichen nennen, und zwar d das obere und u das untere.

Der Beobachter an der Wasserwaage, wird nun begreiflich mit den Gehülfsen welche über den Abwägungspunkten die Zeichen d , u erhöhen oder erniedrigen, eine Verabredung getroffen haben, in dem Falle, wenn sie der Entfernung wegen, einander nicht zurufen könnten, durch andere Hülfsmittel sich einander verständlich zu machen. — Die Hauptsache kommt darauf an, daß der Gehülfe auf Angaben des Beobachters an der Was-



Wasserraage jedesmal genau wisse, wie er eines von den beyden Zeichen u, oder d, durch allmähliche Erhöhung oder Herablassung des Stabes cd, in den Zielpunkt der Wasserraage zu bringen habe, und dann genau den Augenblick wisse, wenn die Zeichen d oder u ihre gehörige Erhöhung haben, und folglich die Schrauben g und h angezogen werden müssen. Welche Dinge der Beobachter an der Wasserraage leicht durch festgesetzte Zeichen mit dem Hute, mit der Hand, oder durch andere willkürliche Merkmale, seinen Gehülffen wird andeuten können.

II. Die bisherige Vorrichtung (Fig.XCII.) halte ich ihrer Absicht nach immer für die bequemste. Die Zeichen oder Tafeln dr, ux, in Nuthen, die in einem Stabe wie cd eingeschnitten wären, herauf oder herab zu schieben, oder gar eine solche Tafel an einen Bindfaden zu hängen, diesen über ein an dem obern Ende des Stabes befindliche Rolle zu führen, und so die Tafel zu erhöhen oder zu erniedrigen, kan ich nicht für brauchbar erklären, und wer sich nur etwas mit dem Wassermägen abgegeben hat, wird die Unbequemlichkeiten dabey gar bald empfunden haben, ohne daß ich nöthig hätte, sie anzuführen.

III. Statt

III. Statt einer halb schwarz und halb weiß angestrichenen Tafel, bedienen sich einige auch eines auf einer schwarzen Tafel gemahlten weißen Ringes, andere eines weißen Kreuzes auf einer schwarzen Tafel u. dgl. zur Bestimmung des Zielpunktes.

V. Eine Vorrichtung wie (I.) muß übrigens beim Nivelliren wenigstens doppelt vorhanden seyn, weil über beide Abwägungspunkte, zwischen denen jedesmal die Wasserwaage zu stehen kommt, solche Stäbe mit Zeichen vertical aufgerichtet werden müssen.

Prüfung der Wasserwaagen.

§. 380. Ehe man zum Nivelliren selbst schreiten kan, ist es erforderlich, die dazu gehörigen Werkzeuge zu berichtigen, d. h. sich zu versichern, ob die Richtung, nach der man ben gehöriger Stellung der Wasserwaage visiren würde, genau mit der scheinbaren Horizontallinie übereinkommt, und dazu sollen die Prüfungsmethoden nur an einigen Werkzeugen kürzlich gezeigt werden.

A. Prüfung der Vesganigischen Wasserwaage Fig. LXXXIX.

I. Durch die mit dem Fernrohre OP verbundene Libelle a soll man der Absicht des
 Dritter Theil. 21 Werk.



Werkzeugs gemäß, die scheinbare Horizontal-
linie angeben können, und zwar weil OP el-
gentlich ein doppeltes Fernrohr vorstellet, so
soll man sowohl nach der Richtung OP, als
auch rückwärts längst PO nach einer einzi-
gen Horizontallinie visiren können.

Es wird also dazu erforderlich seyn, daß
1) die Ase des Fernrohrs genau mit der
obern Seite der Libelle, in deren Mitte die
Luftblase erscheinen muß, parallel sey, da-
mit, wenn die Luftblase den horizontalen
Stand der Libelle andeuter, auch die mit ihr
parallele Ase des Fernrohrs eine horizontale
Lage habe, 2) daß die Durchschnitte der Kreuz-
linien oder der Fadenkreuze in den Brenn-
punkten der Objectivgläser, genau in der Ase
des Fernrohrs liegen.

II. Diese beyden Bedingungen zu erfül-
len, lassen sich mehrere Methoden angeben;
die bequemste ist aber folgende, woben ein
für allemal vorausgesetzt wird, daß die Röhre
 $\alpha\beta$, auf das vollkommenste cylindrisch ab-
gedrehet worden sey, welches weiter keine
Schwierigkeit hat.

III. Man lasse eine Röhre $\omega\pi$ (Fig. LXXXIX
Nro 3.) verfertigen, die etwas kürzer seyn kan,
als die Röhre OP des Liesganigischen Fern-
rohrs; man schneide den obern Theil weg,
damit

damit ein halber hohler Cylinder $\omega\pi$ übrig bleibe. Man schleife die innere Höhlung dieses halben Cylinders $\omega\pi$ dergestalt aus, daß die cylinderförmige Außenseite (II) des Fernrohrs OP aufs genaueste in sie hinein passe, und man also das Fernrohr OP, wenn man es von dem Stativ wegnimmt, und in die Höhlung $\omega\pi$ hinein legt, nach Gefallen um seine Axe drehen könne.

IV. Diese Röhre $\omega\pi$ sey auf einem Fußgestelle befestiget, das man auf einen Tisch setzen, und durch 4 Stellschrauben nach Erfordern erhöhen und erniedrigen, und beliebig horizontal stellen kan. Bey u sey ein Zirkelgewinde und bey K eine Stellschraube, wodurch man zugleich die Röhre $\omega\pi$ erhöhen oder erniedrigen, auch nach Erfordern unverrückt in ihrer Lage erhalten kan.

V. Um nun erstlich zu prüfen, ob die Durchschnitte der Kreuzlinien im Fernrohr OP, genau in die Axe desselben fallen, so nehme man das Fernrohr von dem Stativ herunter, und lege es ohne die Libelle, in die cylindrische Höhlung $\omega\pi$ (Nro 3.) dergestalt, daß 3. E. die Seiten in der mit dem Fernrohr verbundenen viereckigten Behältnisse in kq (Nro 1.) (§. 376.) unterwärts zu liegen kommen, visire nun 3. Er. nach der Richtung OP durch



durch das Fernrohr, und lasse den Durchschnitt d der Kreuzlinien innerhalb des Rahmens in k q (Nro 1.), in der Ferne ein gewisses Zeichen decken.

VI. Man drehe nun das Fernrohr innerhalb der Hölzung $\omega\pi$ um seine Ase, so daß in (V.) hinaufwärts zu liegen komme, visire abermals längst O P, und sehe zu, ob der erwähnte Durchschnitt der Kreuzlinien, noch das entfernte Zeichen genau decke.

VII. Geschiehet dieses, so ist sicher dieser Durchschnitt in der Ase des Fernrohres.

VIII. Verläßt aber der erwähnte Durchschnitt das entfernte Zeichen, so kan derselbe nicht in der Ase des Fernrohres liegen.

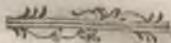
Man wird also sowohl durch Hülfe der Schrauben λ, μ womit sich das Fadenkreuz in dem Rahmen in k q verrücken läßt, als auch vermittelst der Schrauben, womit man das Objectivglas, in dessen Brennpunkte in k q steht, regieren kan, das Centrum des Objectivs und den Mittelpunkt des Kreuzes so lange verrücken müssen, bis man durch das Fernrohr, man mag es innerhalb $\omega\pi$ um seine Ase drehen, wie man will, das entfernte Zeichen beständig von dem erwähnten Durchschnittspunkte (V.VI.) bedeckt siehet. Alsdann ist

ist man versichert, daß der Mittelpunkt des Objectivs und der Durchschnitt der Kreuzlinien in des Objectivs Brennpunkte, genau in der Are des Fernrohrs liegen. So wird die Untersuchung mit einem jeden Objective und dem zugehörigen Fadencreuze in dem doppelten Liesganigischen Fernrohre vorgenommen. So bald nun diese Berichtigung geschehen ist, darf an der Stellung der Objective und der Fadencreuze weiter nichts mehr geändert werden.

IX. Nun kommt es darauf an, eine an das Fernrohr angebrachte Libelle, genau mit der Are des Fernrohrs parallel zu machen.

X. Bei dem bisherigen Verfahren (VIII.) mußte nemlich das Gestelle der Libelle von der Röhre des Fernrohrs herab genommen seyn, damit sich die Röhre $\alpha\beta$, ungehindert in dem halben Cylinder $\omega\pi$, um ihre Are drehen ließ. — Nachdem aber die Untersuchung (VIII.) vollendet ist, so wird das Gestelle samt der Libelle wieder an die Röhre des Fernrohrs angebracht, und durch gehörige Schrauben befestigt. Hierauf wird die zweite Untersuchung (IX.) auf folgende Art bewerkstelligt.

IX. In den benläufig horizontal gestellten halben Cylinder $\omega\pi$ lege man den Zue-
§ 13
bum



bum O P., samt der Libelle, so, daß die Libelle mit der Ase des Fernrohres ohngefähr in einer Verticalebene liege.

Nun bringe man die Libelle durch Hülfe ihrer Stellschraube μ' genau in eine horizontale Lage.

Nachdem das geschehen ist, hebe man, ohne die Röhre $\omega\pi$ zu verrücken, den Tubum aus der Röhre $\omega\pi$ heraus, und lege ihn umgewandt wieder ein, so daß das Objectinglas dahin zu liegen komme, wo vorher das Ocularglas war. — Setzt sich nun die Luftblase wieder in die Mitte der Libelle, so ist zuverlässig sowohl die Röhre $\omega\pi$ vollkommen horizontal, als auch die Libelle dem Fernrohre parallel.

Trift es aber nicht zu, so muß man sowohl durch Erhöhung oder Erniedrigung der Röhre $\omega\pi$ vermittelst ihrer Stellschraube K, als auch durch Hülfe der Stellschraube μ' der Libelle, (ohngefähr wie solches (§. 154. VIII. 11—14.) mit den dortigen Stellschrauben MK und k geschehen ist) die Lage der Röhre $\omega\pi$ und der Libelle, so lange verändern, bis die Luftblase immer in der Mitte der Libelle hängen bleibt, man mag das Fernrohr PO in die Vertiefung $\omega\pi$ legen, wie

wie man will. Wenn nun solches geschehet, so ist die Liesganigische Wasserwaage berichtigt, und man kan nun das Fernrohr samt der Libelle, wieder auf das Stativ (Fig. LXXXIX.) befestigen, und es nun zum Wasserwägen gebrauchen, woben man denn, um das Fernrohr OP in eine horizontale Lage zu bringen, nichts nothig hat, als es nur jedesmal vermittelst der Schraube gh zu erhöhen oder zu erniedrigen, bis die Luftblase a in der Mitte der Libelle erscheinet. In dem Augenblicke wird man die mit der Libelle ein für allemal parallel gemachte Axe des Fernrohrs auch horizontal haben, und, je nachdem man die Ocularröhre bey P oder O einsteckt, längst der Horizontallinie vor- und rückwärts visiren, und an Signalen, die man in der Ferne abgesteckt hat, die Punkte bemerken können, die von der Axe des Fernrohrs bedeckt werden, die folglich in der verlängerten horizontalen Axe des Fernrohrs liegen.

B. Berichtigung der Sissonischen Wasserwaage.

Diese ist im Wesentlichen völlig mit der Liesganigischen Prüfungsmethode einerley. — Nur daß man hier blos das Centrum eines einzigen Objectivglases in die Axe des Fernrohrs, oder vielmehr in die gerade Linie vom



Mittelpunkte des Oculars nach dem Mittelpunkte der Kreuzlinien, zu bringen hat, da hingegen in dem Liesganigischen Fernrohre, die Prüfung für beide Objective anzustellen ist. Was übrtgens bey der Liesganigischen Prüfung die Röhre $\omega\pi$ leistete, das vertreten bey der Cissonischen und Branderischen Wasserrwaage die Supports c, c, (Fig. XC.) worauf der Tubus zu liegen kommt. Man siehet übrigens leicht, daß das Fernrohr bey c, c, wo es aufliegt, auf das genaueste von gleicher Dicke seyn müsse, weil der Parallellinus seiner Ase mit den Auflegepunkten c, c, damit in genauester Verbindung stehe. Herr Brandel erhält dieses durch besonders dazu ausgefönnene Werkzeuge. — Das übrige kan man in Herren Lamberts Anhang zu der Picardischen Abhandlung vom Wasserrwägen mit mehreren nachlesen.

C. Prüfung der Picardischen Wasserrwaage (§. 378).

Bey dieser wird erfordert, erstlich das Centrum des Fadenkreuzes GH (Fig. XCI.) genau in die Ase des Fernrohres zu bringen, und dann zweitens zu machen, daß die Richtung des Lothes AB auf der Ase des Fernrohres genau senkrecht stehe. — Beide Bedingungen lassen sich durch Umkehrung des Instru-

Instruments ohngefähr auf eben die Art, wie bey den vorhergehenden beyden Wasserwaagen erhalten. — Weil aber sowohl diese Umkehrung bey der Picardischen Wasserwaage, mit der gehörigen Vorsicht und Richtigkeit anzustellen, wegen Ermangelung bequemer zu dieser Absicht angebrachter Vorrichtungen, immer etwas mühsam bleibt, auch die Picardische Wasserwaage selbst so sehr nicht mehr gebraucht wird, indem man fast eben so wohlfeil, eine weit bequemere Sisonische sich anschaffen kan, so will ich, nachdem einmal die Gründe dieser Prüfungsmethode schon im Vorhergehenden bey den beyden andern Wasserwaagen gezeigt worden sind, die Berichtigung derer Wasserwaagen, die überhaupt durch Hülfe eines Lotthes den horizontalen Stand des Fernrohres angeben sollen, dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen, und dabey die Leser auf das obervähnte Picardische Werk selbst verweisen, woselbst auch S. 45. u. f. mehrere, wiewohl meines Erachtens, mehr zur Theorie, als zur Ausübung dienliche Prüfungsmethoden vorkommen.

Von dem Wasserwägen selbst.

§. 381. Diese Aufgabe werde ich nun nach den bisherigen Vorbereitungen sehr in die Kürze fassen können.



I. Man siehet leicht, daß wenn die ganze Strecke, die man zu nivelliren hat, sich nicht auf einmal übersehen, und abwägen läßt, man das Fallen oder Steigen, Stationenweise bestimmen müsse, wozu die Gründe des § 372 hes die Aufgabe auf folgende Art bewerkstelligen lassen.

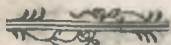
II. Es sey z. E. das Gefälle eines Flusses von A nach B zu finden (Fig. XCIII.).

III. Gleich bey A, fange man an, so nahe längst des Ufers als es angehet, eine gerade Linie ab abzustecken, die jedoch nicht viel über 2000 Fuß seyn soll, theils wegen (§. 373.) theils auch, weil man sonst Gehäusen bey a und b, bey einer zu grossen Entfernung nicht gehörig durch Zurufen, oder durch andere verabredete Zeichen bedeuten kan.

IV. Die Entfernung ab mag benläufig in Schritten bekannt seyn.

V. Bey a und b seyen Stäbe mit Zeichen wie (§. 379.) vertical aufgerichtet, al, bm.

VI. In der Mitte ohngefähr, zwischen a und b, stelle man die Wasserwaage auf, richte das Fernrohr derselben horizontal, und lasse nun die Zeichen an den Stäben al, bm, erhöhen oder erniedrigen, bis man sie von
der



der Are des Fernrohrs op , bey t und u bedeckt siehet.

Beim gebrauch der Liesganigischen Wasserwaage kan man längst po , und op , je nachdem man die Ocularröhre bey p oder o einsteckt, bey unverrücktem Fernrohr visiren. Bey der Sissonischen Wasserwaage, wird aber erfordert, daß man nach geschehenem Visiren längst po , das Fernrohr aus seinen Unterlagen herausnehme, und es in umgekehrter Lage wieder einlege, um rückwärts längst op visiren zu können.

VII. So bald die Zeichen t und u gehörig stehen, so misst man die Erhöhungen at , bu ; Ihr Unterschied giebt das Steigen oder Fallen des Bodens von a nach b .

VIII. Man lasse nun längst des Ufers eine neue Richtung bc abstecken. — Den Stab bm lasse man bey b stehen, und a bringe man nach c , hierauf wieder die Wasserwaage ohngefähr in die Mitte zwischen b und c , und bestimme auf ihr und durch Erhöhung und Erniedrigung der Zeichen an den Stäben über b und c , die Horizontalinie uy , messe alsdann wieder die Höhen über dem Boden, bx , cy , und ziehe sie von einander ab, so hat man ferner das Steigen oder Fallen von b nach c .

IX. Sol-



IX. Goldhergestalt gehet Stationenweise die Arbeit fort, bis man nach B kommt, wo denn die Summe des Steigens und Fallens aller einzelnen Stationen, das Steigen oder Fallen von A nach B gehen wird.

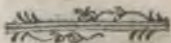
X. Ob man zwischen ein Paar Stationen z. E. a und b, von a nach b Steigen oder Fallen hat, beurtheilt man daraus, ob b u kleiner oder grösser als a ist u. s. w.

Anmerkungen über das bisherige.

§. 382. I. Die Stäbe mit den Zeichen (S. 379.) und (Fig. XCII.) müssen über den Stationspunkten a, b u. s. w. jederzeit durch Hülfe des Lothes mn (Fig. XCII.) so genau als möglich vertical gesteller werden, und die Mittellinie eines jeden Zeichens, z. E. dr oder ux muß aufs genaueste in der Axe des Fernrohres oder in dem Durchschnittspunkt des Fadentkreuzes erscheinen §. 381. VI. — Weil es sich indessen cräugnen konnte, daß wenn gleich die Axe des Fernrohres genau auf die Mittellinie des Zeichens dr oder ux wiese, dennoch der Stab bd nicht recht genau vertical stände, so muß der Gehülfe, welcher die Zeichen an dem Stabe erhöht oder erniedriget, den Stab ehe er ihn von seinem Orte wegnimmt, auf beyden Seiten, nach der rechten oder linken des Beobachters

achters an der Wasserwaage, merklich hin und her ziehen, indem letzterer beständig durch das Fernrohr siehet. Wenn alsdann die Ase des Fernrohres, beständig in der Linie dr oder ux bleibt, so hat der Stab bd seine gehörige Lage gehabt. Wenn aber die Ase des Fernrohres bei der erwähnten Seitenbewegung des Stabes scheint, etwas über oder unter dr zu kommen, so hat der Stab bd nicht gehörig vertical gestanden, und es ist daher die Stellung des Stabes db , und die Einrichtung der Zeichen dr oder ux von neuem vorzunehmen.

II. Der Stab bm (Fig. XCIII.) darf, indessen man den erstern a nach c bringt, nicht höher oder tiefer in den Boden gesteckt werden. — Er muß daher gleich anfangs zulänglich fest in den Boden gesteckt worden seyn, so daß man ihn nicht verrücken darf, als bis man auch mit dem Nivelliren der folgenden Station b c völlig fertig ist. Das ist deswegen erforderlich, weil man sonst das Steigen oder Fallen von b nach c , mit dem von a nach b nicht verbinden darf, wenn nicht der Anfangspunkt der Abtheilungen auf dem Stabe bm , während der Arbeit zwischen a und c , unverrückt an seiner Stelle blieb. Und so verfähre man an den folgenden Stationen auch.



III. Begreiflich wird ausser dem Steigen oder Fallen des Bodens von A nach B, auch noch die Höhe des Ufers beim Anfang A und Ende B in Erwägung zu ziehen seyn. — Ist sie an beyden Orten A und B eintzelen, so kommt sie nicht in Betrachtung. — Wäre sie aber z. E. bey B grösser als bey A, so wird der Unterschied, zu dem Fallen des Bodens von A nach B hinzu zu addiren seyn, um den wahren Abfall des Stromes von A nach B zu finden.

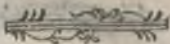
IV. Wenn man blos wissen will, um viel B höher oder tiefer als A liegt, so ist es nicht nöthig, daß die Stationspunkte a, b, c, e, f, u. s. w. sämlich in gerader Linie mit A und B liegen. — Man kan daher diese Punkte a, b, c, u. s. w. nach Gefallen annehmen, wodurch sich denn oft Hindernissen ausweichen läßt, die sonst das Visiren unterbrechen würden. Ohne Noth wird man aber freylich a, b, c u. s. w. nicht zu weit von der abzuwägenden Richtung AB entfernen.

V. Die Stationen ab, bc, u. s. w. wird man so viel sich thun läßt, einander gleich nehmen. Indessen wenn irgendwo der Boden sehr schnell steigt und fällt, wird man doch oft die Stationen näher neben einander nehmen müssen, weil sonst die horizontale Richtung des Fernrohrs leicht, über oder

oder unter die Stäbe mit den Zeichen, hinweggehen würde. Wenn indessen sich in dem Brennpunkte des Oculars ein Micrometer befindet, das etwa ein Paar Grade fast, so läßt sich durch Hülfe dessen etwa ein Elevations- oder Depressionswinkel messen, und die Höhe des abgesteckten Zeichens, über der Horizontallinie des Beobachters, aus dem erwähnten Winkel, und der gemessenen Weite vom Beobachter trigonometrisch herleiten. Kurz, es werden beim Nivelliren oft Fälle vorkommen, wo man die Vorschriften des XVI. Kapitels mit Vortheil wird anwenden können, welches ich denn dem eigenen Nachdenken eines jeden überlassen will.

VI. Die beiden Gehülfsen, von denen einer immer bei der hintern Station, der andere bei der vordern, die Zeichen an den Stäben gehörig in die Horizontallinie des Beobachters rückt, schreiben die gemessenen Erhöhungen über dem Boden, in ein Paar Kolumnen auf, so daß der hintere Gehülfe alle Höhen bekommt, welche die nach der Gegend A hingerichtete Ase des Fernrohrs wies, der vordere Gehülfe aber die, welche die nach der Gegend B hingerichtete Ase des Fernrohrs wies, d. h. der hintere Gehülfe schreibt die Höhen wie at , bx u. s. w. der vordere hingegen die Höhen wie bu , cy u. s. w. auf. Heissen also erstere nach der Ordnung m , n , o

ic. ic.



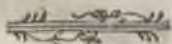
2c. 2c. letztere M, N, O 2c. 2c. ; so ist M—m der Abhang von a nach b ; (Wo M—m auch negativ seyn kan, welches denn ein Steigen bedeutet), N—n der Abhang von b nach c ; O—o der Abhang von c nach e u. s. w.

Folglich der sammeliche Abhang von A bis B = M—m + N—n + O—o u. s. w. = (M + N + O u. s. w.) — (m + n + o u. s. w.) d. h. die Summe der aufgezeichneten Höhen des vordern Gehülfsen vermindert um die Summe aller Höhen des hintern.

VII. Wenn $m+n+o$ u. s. w. $>$ M+N+O 2c. 2c. , so hat man ein Steigen von A nach B, oder B liegt über der durch A eingebildesten wahren Horizontalsfläche.

VIII. Ich könnte gegenwärtig noch über verschiedene Dinge die auf die Richtigkeit des Wasserwagens Einfluß zu haben scheinen, Betrachtungen anstellen, und deren Wirkungen berechnen. So z. E. könnte man fragen, was die Refractionen (§. 200.) für Irthümer im Wasserwagen hervor bringen, was die Ründung der Erde, in so ferne sie nicht vollkommen sphärisch ist, für Einfluß auf das Nivelliren habe, was die Verschiedenheit der Augen, der Fernröhre selbst, die man an den Wasserwaagen anbringt, was eine gewisse Parallaxe, die man in Rücksicht auf

auf die Kreuzlinien in dem Fernrohre, im Falle sich solche nicht genau in dem Brennpunkte des Objectivs befänden, wahrgenommen hat, (M. S. hievon Condamine mesure des trois premiers degrés du Merid. dans l'hémisphere austral II. P. Art. XIX. etc. Kästners astronomische Abhandl. II Th. VI Abb. 35), was endlich überhaupt die Natur eines jeden Werkzeugs selbst ic. für Fehler im Wassermägen hervorbringen könne? Allein alle diese Untersuchungen würden theils die Gränzen, die ich mir vorgeschrieben habe, überschreiten, theils auch auf Resultate führen, aus denen man doch nur sehen würde, daß bey gehöriger Vorsicht, Behandlung und vorhergegangener Prüfung der Werkzeuge, nur solche Fehler aus obigen Ursachen entstehen können, für die auch der behutsamste Beobachter nicht gut stehen kan, und die man folglich immer ausser Acht lassen darf, da sie ohnehin auf keine Weise bestimmt werden können, daß endlich viele von den erwähnten Fehlern auch schon dadurch wegfallen, daß man bey dem Wassermägen, das Instrument, allemal in die Mitte zwischen zweyen Stationen stellt, die Stationen nicht weiter als 2000, höchstens 3000 Fuß von einander nimmt u. dgl. Man kan überhaupt mehreres hievon in den bereits über das Nivelliren angeführten Schriften nachlesen.



IX. Noch habe ich im 379 §. zu erinnern vergessen, daß sowohl die vordere als hintere Seite der Tafeln dr, ux (Fig. XCII.) halb schwarz und halb weiß angestrichen seyn müssen, damit man nicht nöthig habe, das Zeichen das z. E. an dem Stabe b in Fig. XCIII. zuerst nach a hingekehrt war, nach c hinzuwenden, und dadurch den Stab b in zu verrücken (II.), wenn die Wasserwaage zwischen die folgenden beyden Stationen b, c, gestellt wird.

Jetzt will ich noch ein Paar Worte über den Gebrauch des Barometers zum Wassermägen anführen.

Das Barometer als Wasserwaage.

§. 383. In so ferne man aus dem 197 §. den Gebrauch dieses Werkzeugs zu Höhenmessungen schon kennen gelernt hat, läßt sich leicht einsehen, daß es wenigstens in solchen Fällen zum Wassermägen gebraucht werden könne, wo es auf keine grössere Genauigkeit ankommt, als diejenige ist, die auch das beste und empfindlichste Barometer noch anzugeben im Stande seyn kan. Da man nun wohl in den Unterschieden der Höhen des Barometers an zweyen Stationen, so wie man diese Höhen unmittelbar zu der Formel (§. 198. II.) braucht, leicht einen Fehler

ler von $\frac{1}{4}$ Linie begehen kan, die Korrekturen wegen der Wärme und anderer Ursachen, die man wohl sämtlich noch nicht einmal kennet, schon mit eingerechnet, so wird sich das Barometer zur Bestimmung der Höhe eines Orts über einem andern auch wohl in keinem Falle anders brauchen lassen, als wo es etwa auf 3 bis 4 Toisen nicht ankömmt, d. h. man wird sich wohl des Barometers bedienen können, die beträchtlichsten Ungleichheiten einer bergigten Gegend beyläufig zu nivelliren, wie solches auch schon durch Hrn de Luc 3. E. bey den Gebirgen in Faucigny und andern Orten geschehen ist, (M. S. dessen Recherches sur les Modif. de l'atmosph. II. P.) aber keineswegs Wassermärgen damit anstellen, bey denen es oft auf einige Füsse oder gar Fosse in der Höhe der einen Station über der andern ankömmt.

Messungen in dieser Rücksicht mit dem Barometer angestellt, findet man auch vorzüglich in Hrn G. F. Rosenthals Beyträgen zu der Verfertigung, der wissenschaftlichen Kennntnis, und dem Gebrauche meteorologischer Werkzeuge I B. S. 239. Wo in einem Beispiele an der freyen Reichsstadt Nordhausen der Gebrauch des Barometers zum Nivelliren, auch durch unmittelbare Messungen bestätigt, und die dadurch zu erhaltende Genauigkeit geprüft wird.



Hr Rosenthal hat ausserdem das Verdienst, in angeführter Schrift verschiedene wichtige Verbesserungen an dem Barometer, und der Methode damit Höhen zu messen, gezeigt zu haben. —

Desagulier in den Philosoph. Transactions N. 385. p. 165, hat auch ein Werkzeug zum Wassermägen, das mit dem Barometer auf einerley Gründen beruhet, angegeben.

Hr G. R. Böhm in seiner Messkunst auf dem Felde S. 240. hat eine kurze Beschreibung davon mitgetheilt. — Es liessen sich vielleicht an dem Werkzeuge solche Verbesserungen anbringen, daß im Wassermägen ihm kein gewöhnliches Barometer gleich käme.

Ende des dritten und letzten
Theiles.

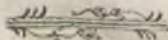


Noch einige Zusätze und Verbesserungen
in den vorhergehenden beyden
Theilen.

Im ersten Theile, §. 108 (9) ist die Dicke der Stellschraube *ze* (I. Th. Fig. LVI.) an dem Meßtische, zu $1\frac{1}{2}$ Zoll angegeben. — Man wird aber leicht sehen, daß, dieß ein Druckfehler sey, und statt Zoll, Linien gesetzt werden müsse. Man setze indessen der Stellschraube *ze* Dicke = $2\frac{1}{2}$ Linien.

Wenn man die (LVI. Fig. Tab. IV. 1. Theil) ferner ansiehet, so findet man, daß die Ruß *m* mit einem hohlen Cylinder versehen ist, in dessen Höhlung sich ein an der Platte *αα* befestigter Zapfen *n* drehen läßt, wenn man die Schraube *x* löset. Statt dessen hat man bey der Verfertigung eines solchen Meßtisches schicklicher befunden, lieber an die Platte *αα* einen hohlen Cylinder zu setzen, und solchen um einen an der Ruß *m* befindlichen Zapfen drehen zu lassen.

Statt der hölzernen Schraube *w* an dem Kreuze *M* Fig. LV. kan man ferner nur blos einen cylindrischen oder viereckigten Zapfen nehmen, der in



ein zugehöriges Loch im Cylinder H, paſſet. Da mit ſich aber alsdann das Kreuz auf dem Cylinder H nicht drehen könne, ſo kan man ſowohl dieſen Cylinder H, als auch den Zapfen w ſeitwärts durchbohren, und einen meſſingenen Stift durchgehen laſſen, den man nach Gefallen herausziehen kan, wenn man das Werkzeug zerlegen will.

Im zweiten Theile fehlt in Fig. XV. Tab. II. der Buchſtabe B, für den man leicht die gehörige Stelle findet.

S. 128. in der vorlehten Zeile ſtatt Tab. IX. lies: Tab. II.

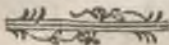
S. 153. iſt in dem daſ. Beyſpiele ein Rechnungsfehler vorgefallen, indem $CB = 2500$ Linien geſetzt worden, da doch CB (wegen $A = 60^\circ$) $= 5000$ ſeyn muß. Dies hat den Erfolg, daß

$dA = \left(\frac{1}{2755} \tan 30^\circ - \frac{1}{2755} \tan 30^\circ \right) 206264''$
geſetzt werden muß, wo alſo

1) $dA = 0$ wird, wenn alle Seiten CA , AB , CB , um eine Linie zu groß oder zu klein gemeſſen worden wären, alſo da , db zugleich poſitiv oder negativ wären.

2) $dA = 47'' + 47'' = +1'. 34''$ wenn db poſitiv und da negativ,

3) dA



3) $dA = -47'' - 47''$, wenn db negativ und da positiv wäre,

daß also der Fehler im Winkel A sich auf $-+1'.34''$ belaufen kan (2; 3), welches zwar nicht so beträchtlich ist, als was mit Benbehaltung des Rechnungsfehlers gefunden wurde, aber doch nicht verhindert, einerley Folgerungen daraus zu ziehen.

S. 337. Z. 23. statt ihr lies: in ihnen.

S. 393. Z. 19. statt Fig. XLVIII. lies: Fig. LXVIII.

Druckfehler im gegenwärtigen dritten Theile.

S. 197. Z. 11. statt §. 200. lies: §. 300.

— 261. — 23. statt $F E h$ lies: $F E m$

— 262. — 1. statt $E h$ lies: $E m$

— — — 3. statt $E h F$ lies: $E m F$

— — — 4. statt $E h : h F$ lies: $E m : F m$

— — — 5. statt $E F h$ lies: $E F m$

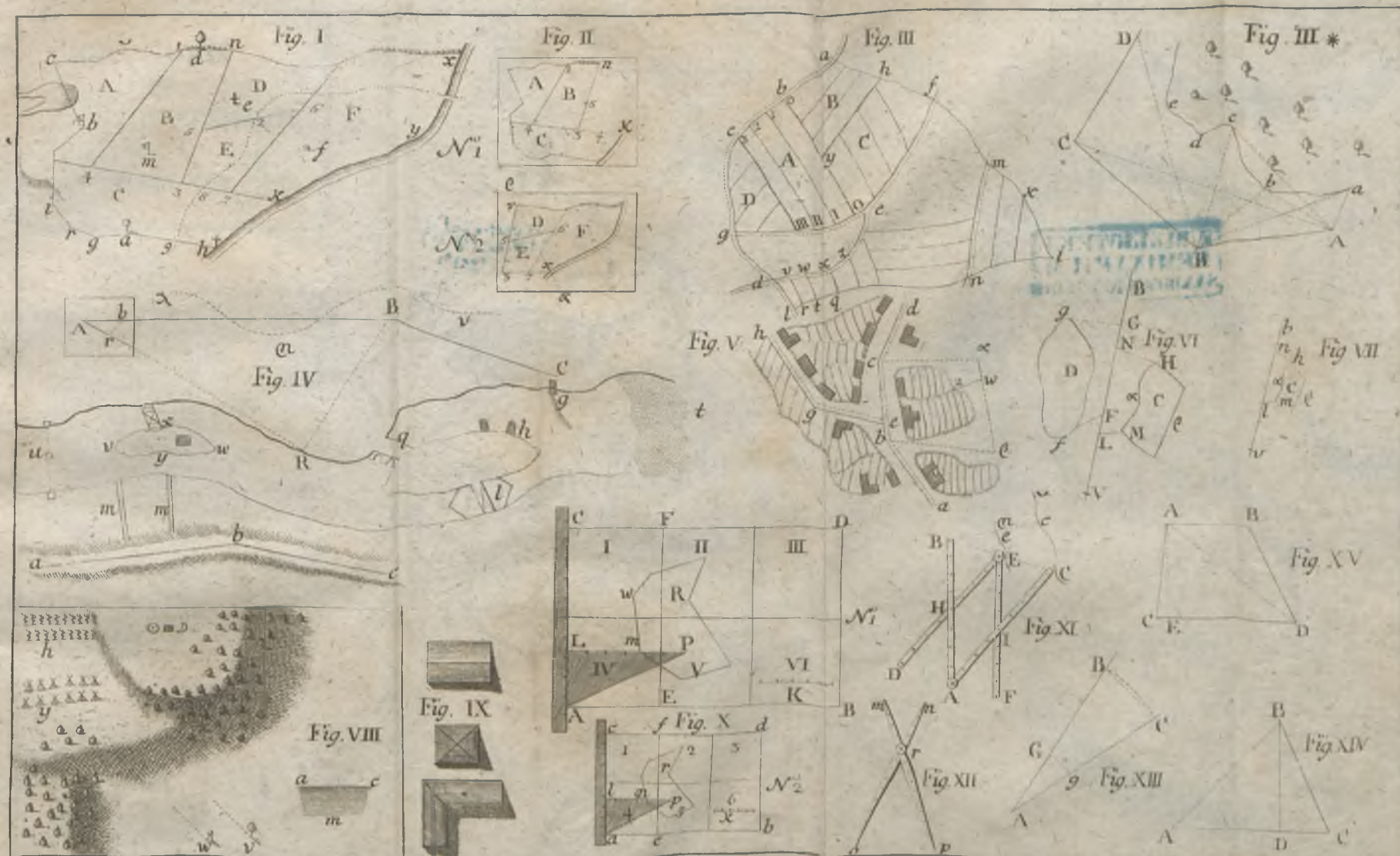
— 264. — 16. statt $\sin \lambda (\psi + \epsilon)$ lies: $\sin \lambda \sin(\psi + \epsilon)$

— 349. — 14. statt betragen, lies: betragen wird.

— 427. — 24. statt lassen, lies: ließen.







GRUNDRIS
des
Dorfes BAERENBACH
und
der zugehörigen Flur.

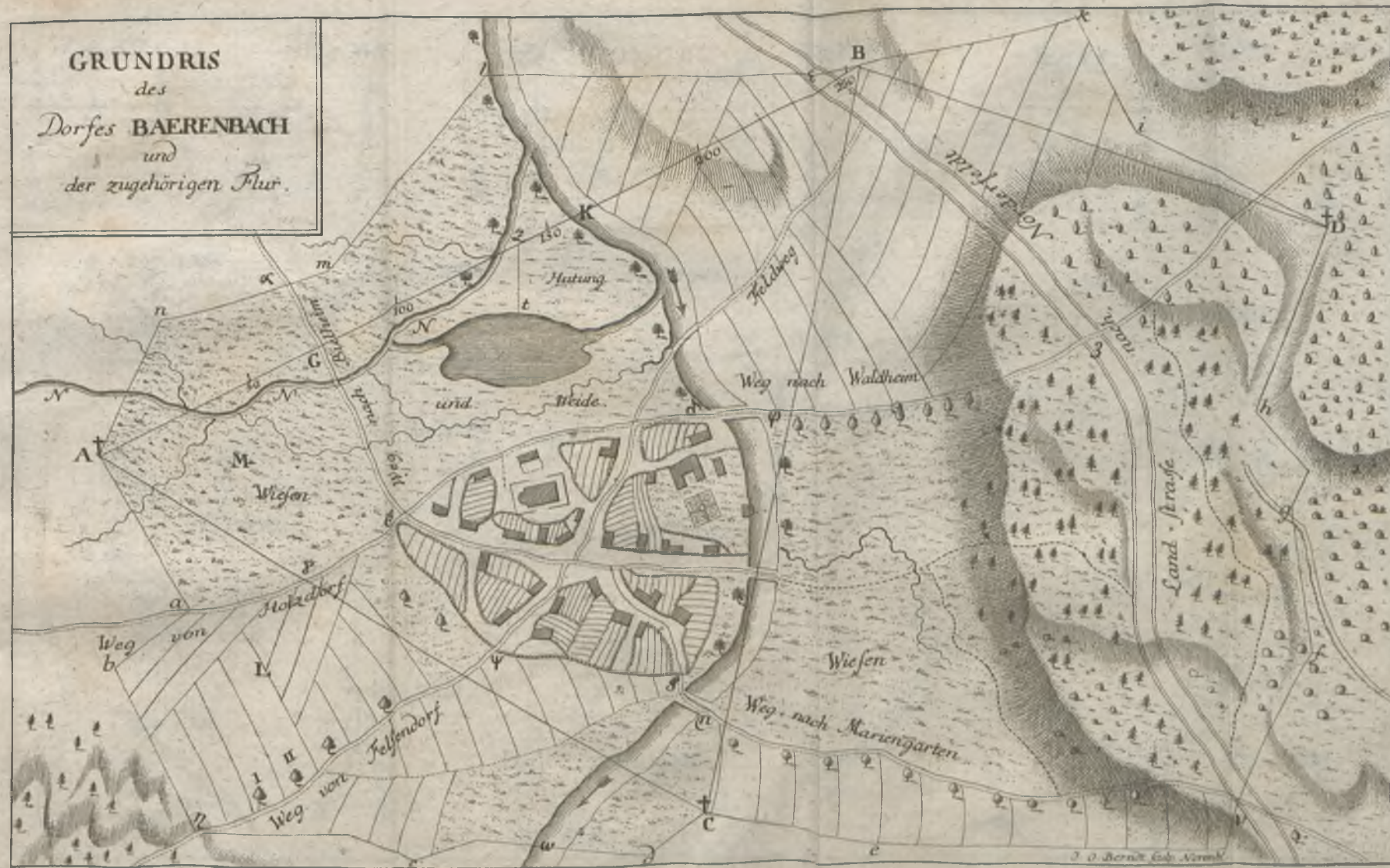


Fig. XVI.

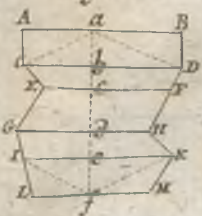


Fig. XVII.

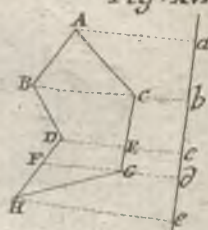


Fig. XVIII.



Fig. XIX.

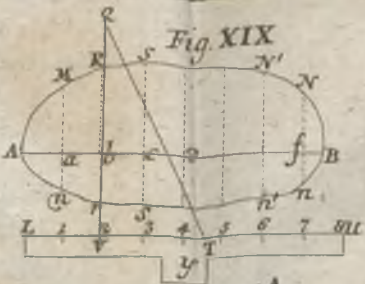


Fig. XX.

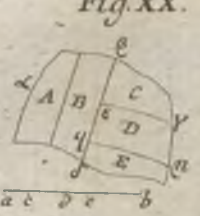


Fig. XXI.



Fig. XXIV.

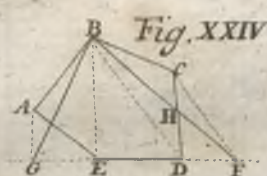


Fig. XXV.

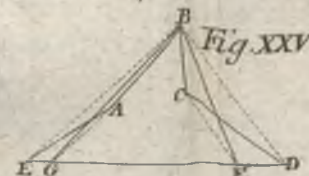


Fig. XXVI.



Fig. XXVIII.

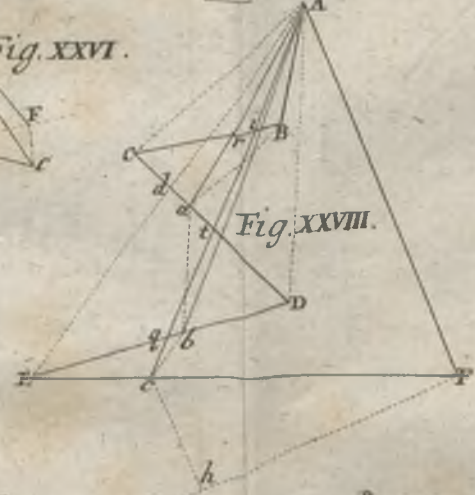


Fig. XXIX.



Fig. XXX.

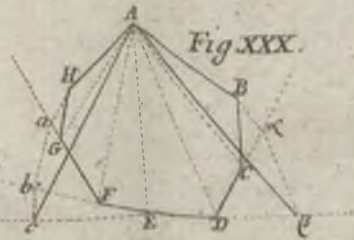


Fig. XXXI.



Fig. XXXII.



Fig. XXXIII.

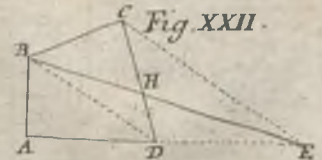


Fig. XXXIV.



Fig. XXXV.

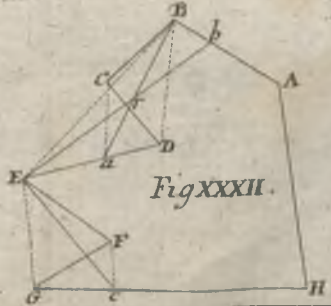


Fig. XXXVI.

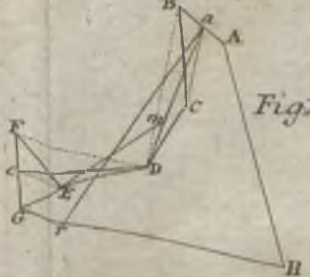


Fig. XXXVII.



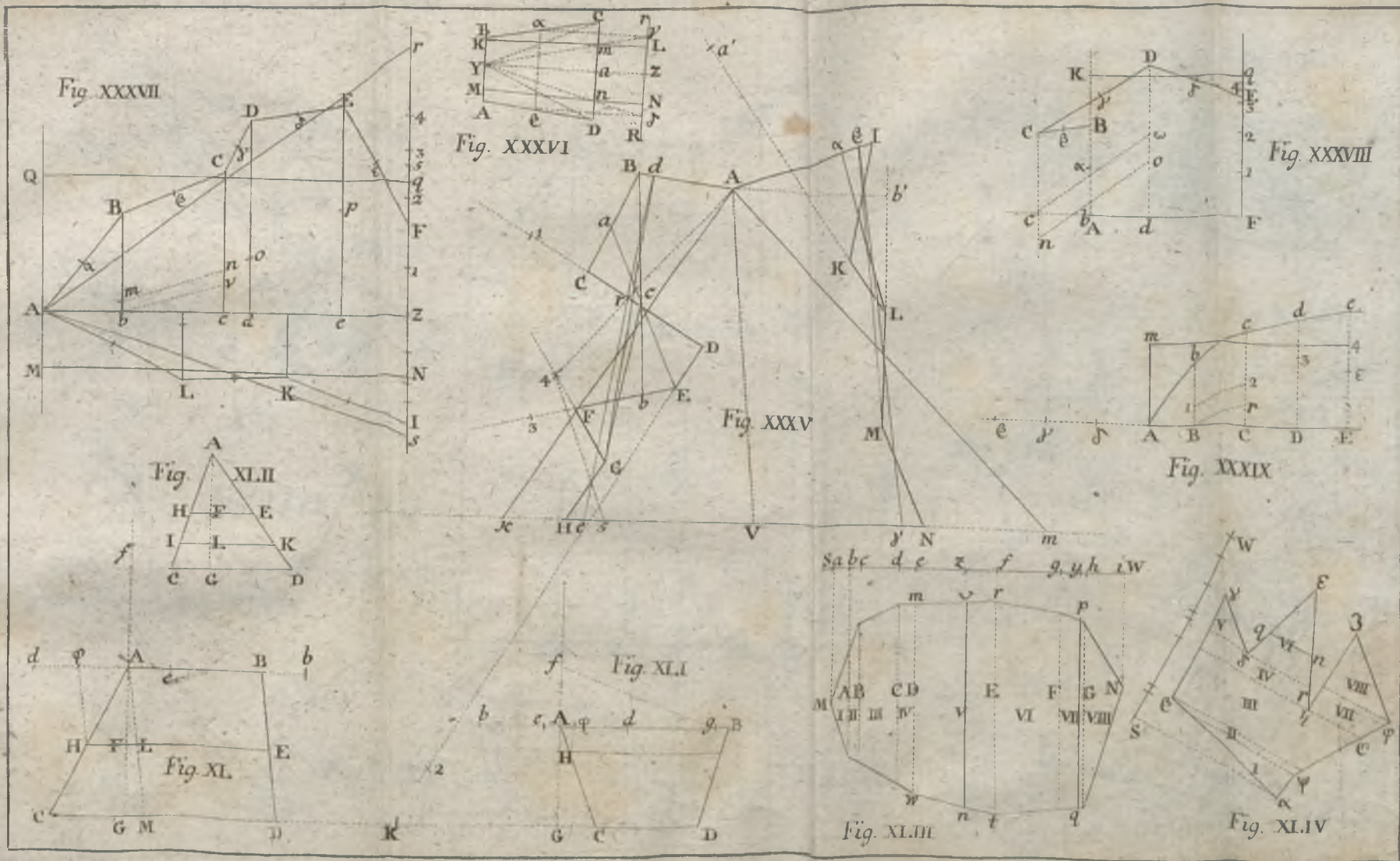




Fig. XLV.

Fig. XLVI.



Fig. XLVII.



Fig. XLIX.

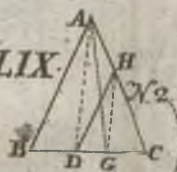


Fig. XLVIII.

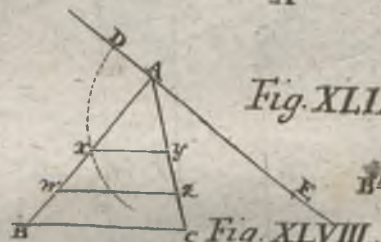


Fig. LIX.

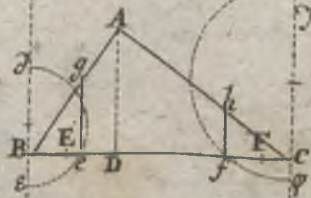


Fig. L.

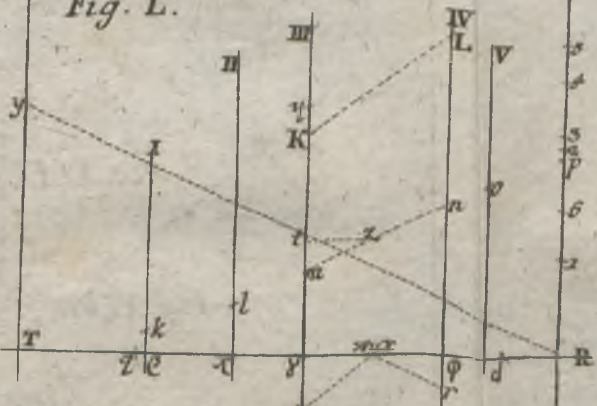


Fig. LXI.

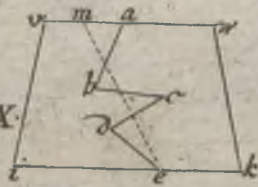


Fig. LIII.



Fig. LIV.



Fig. LVI.



Fig. LV.

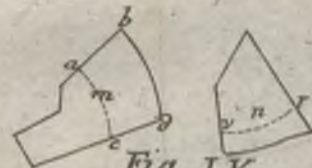


Fig. LVII.

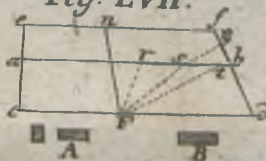


Fig. LVIII.

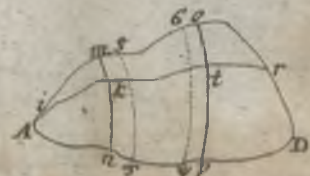


Fig. LX.



Fig. LI

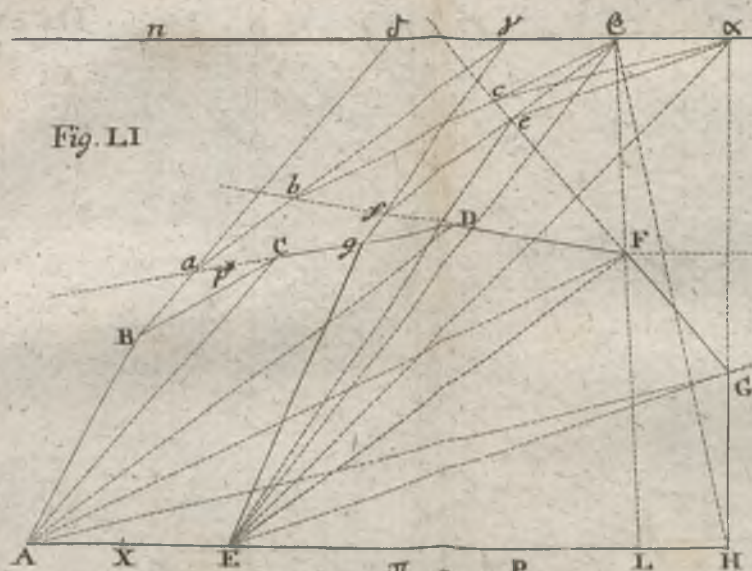


Fig. LXVIII

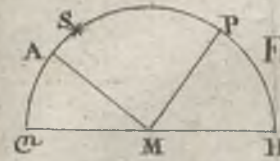
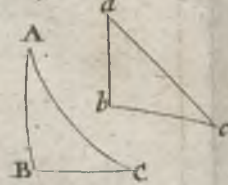


Fig. LXX

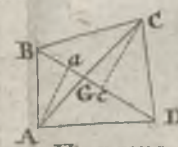


Fig. LXIV



Fig. LXXII

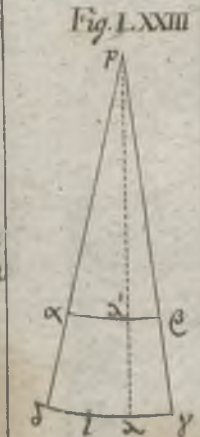


Fig. LXXIII

Fig. LIII

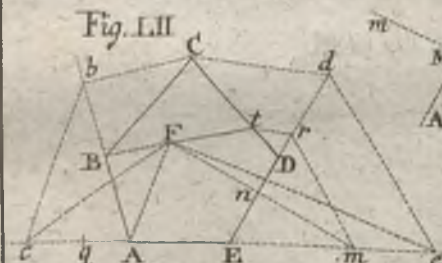


Fig. LXIX

Fig. LXII



Fig. LXVII

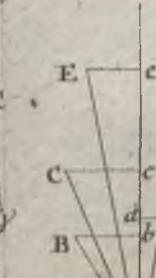


Fig. LXXV

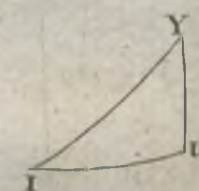


Fig. LXXIV



Fig. LXV.

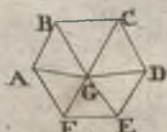


Fig. LXVI

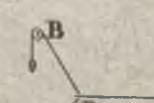


Fig. LXIII

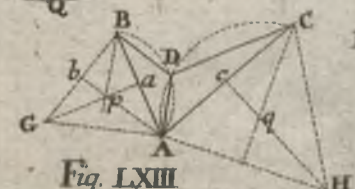


Fig. LXXI.

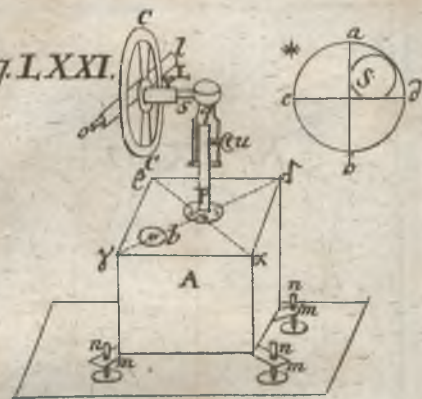


Fig. LXXVI.

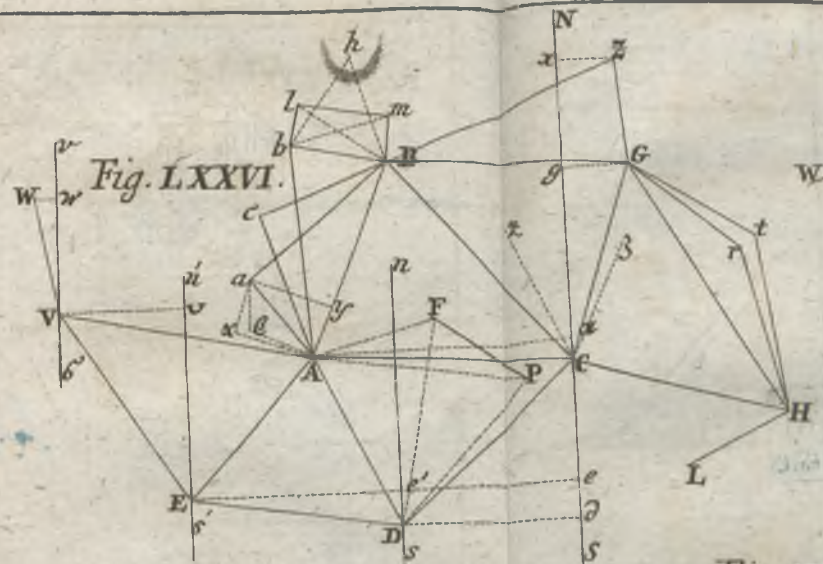


Fig. LXXIX.

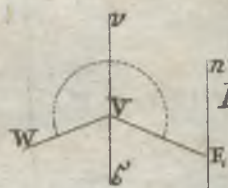


Fig. LXXVII.

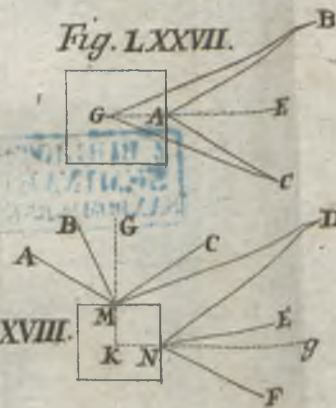


Fig. LXXVIII.

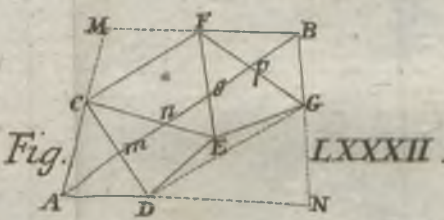


Fig. LXXXIII.

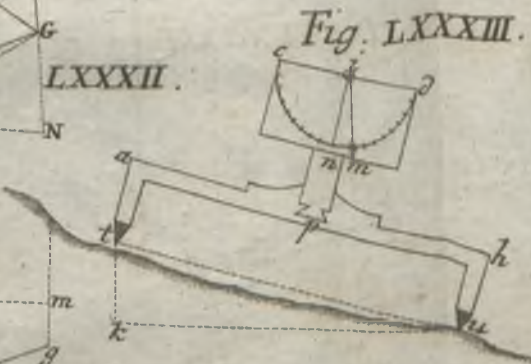


Fig. LXXX.

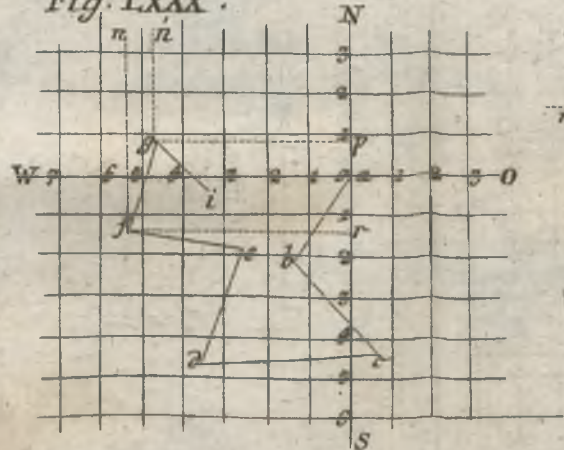


Fig. LXXXI.

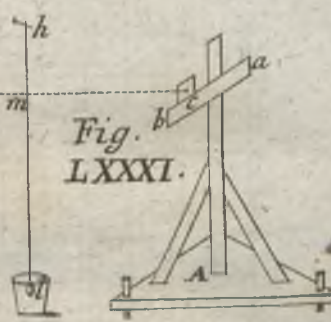


Fig. LXXXII.

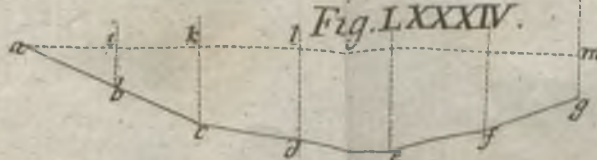
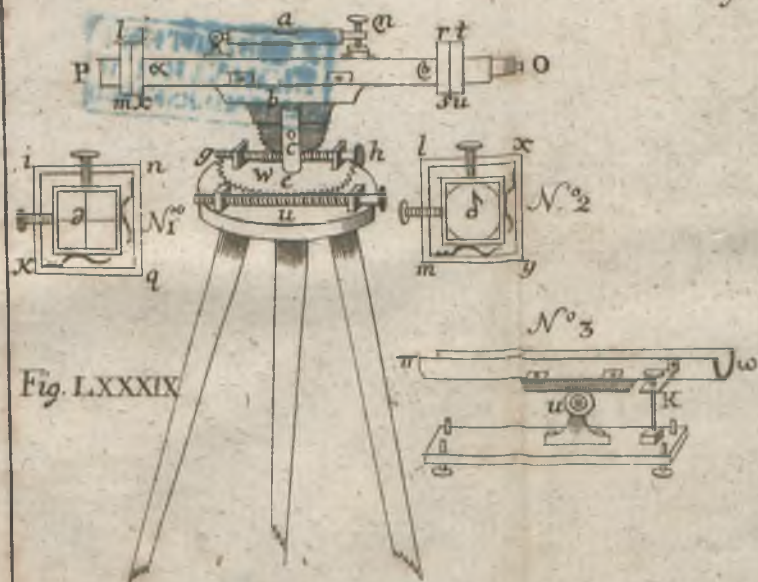
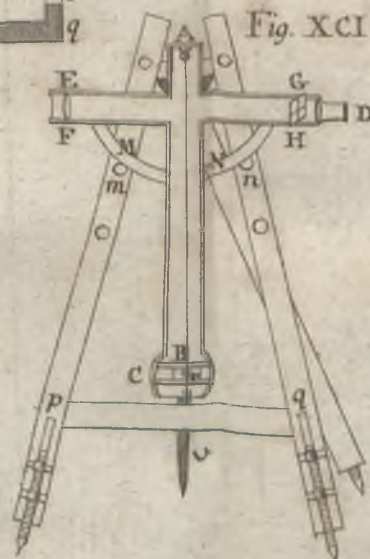
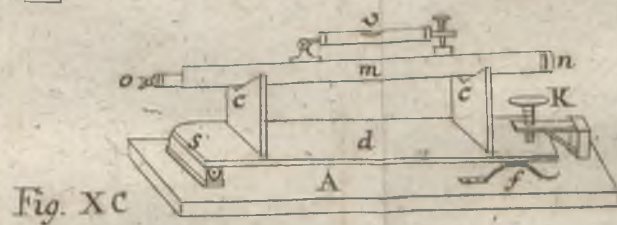
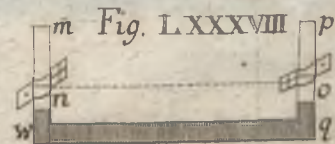
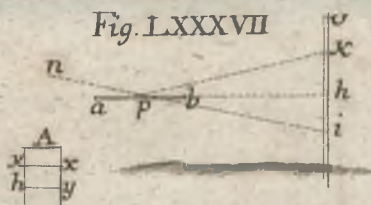
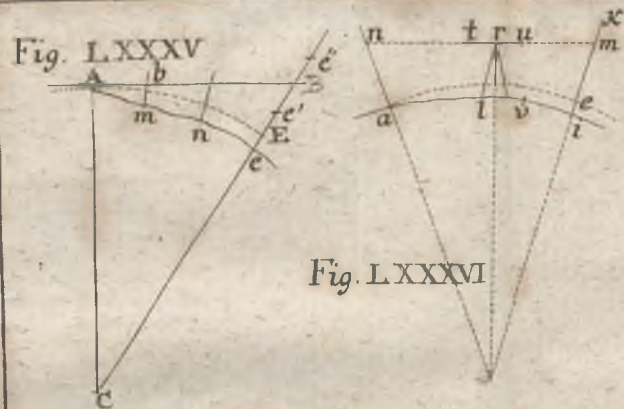
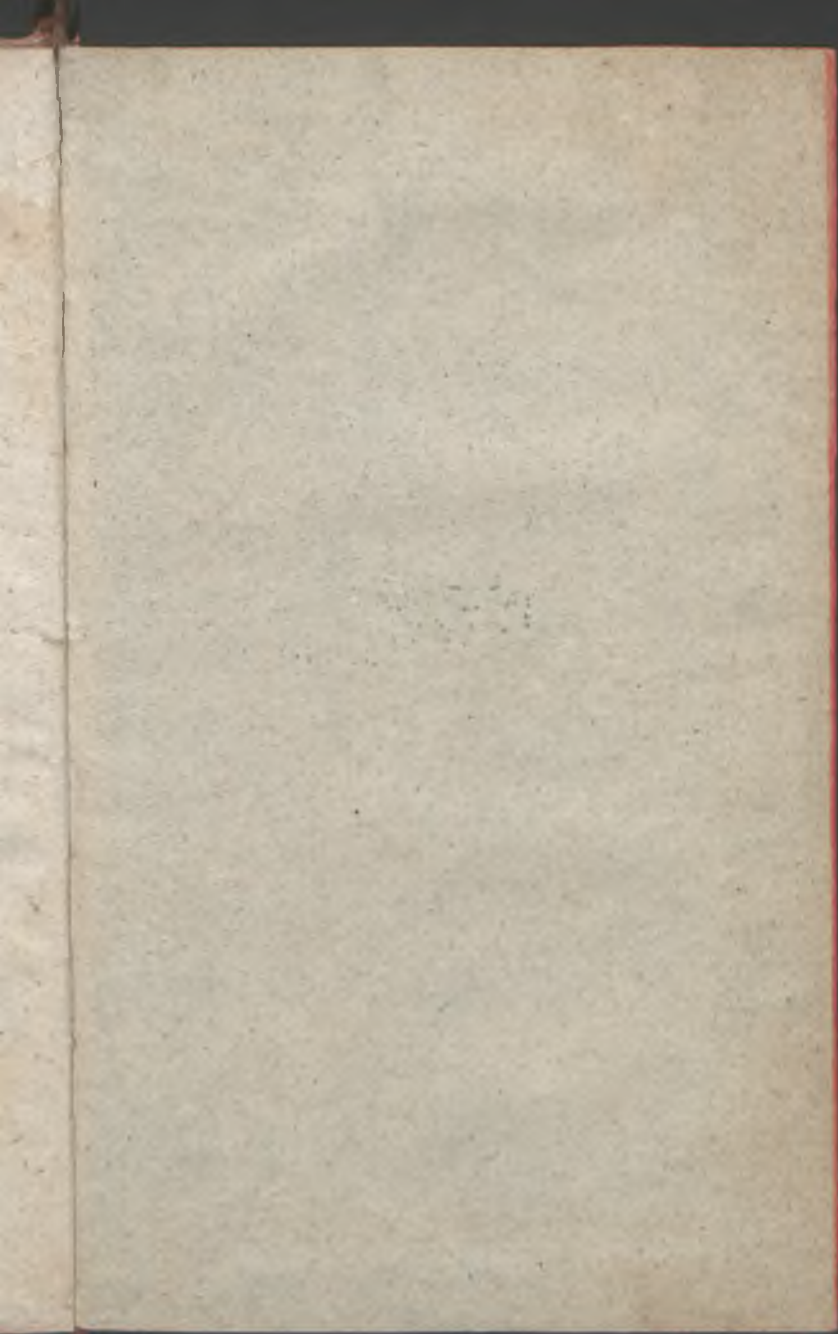
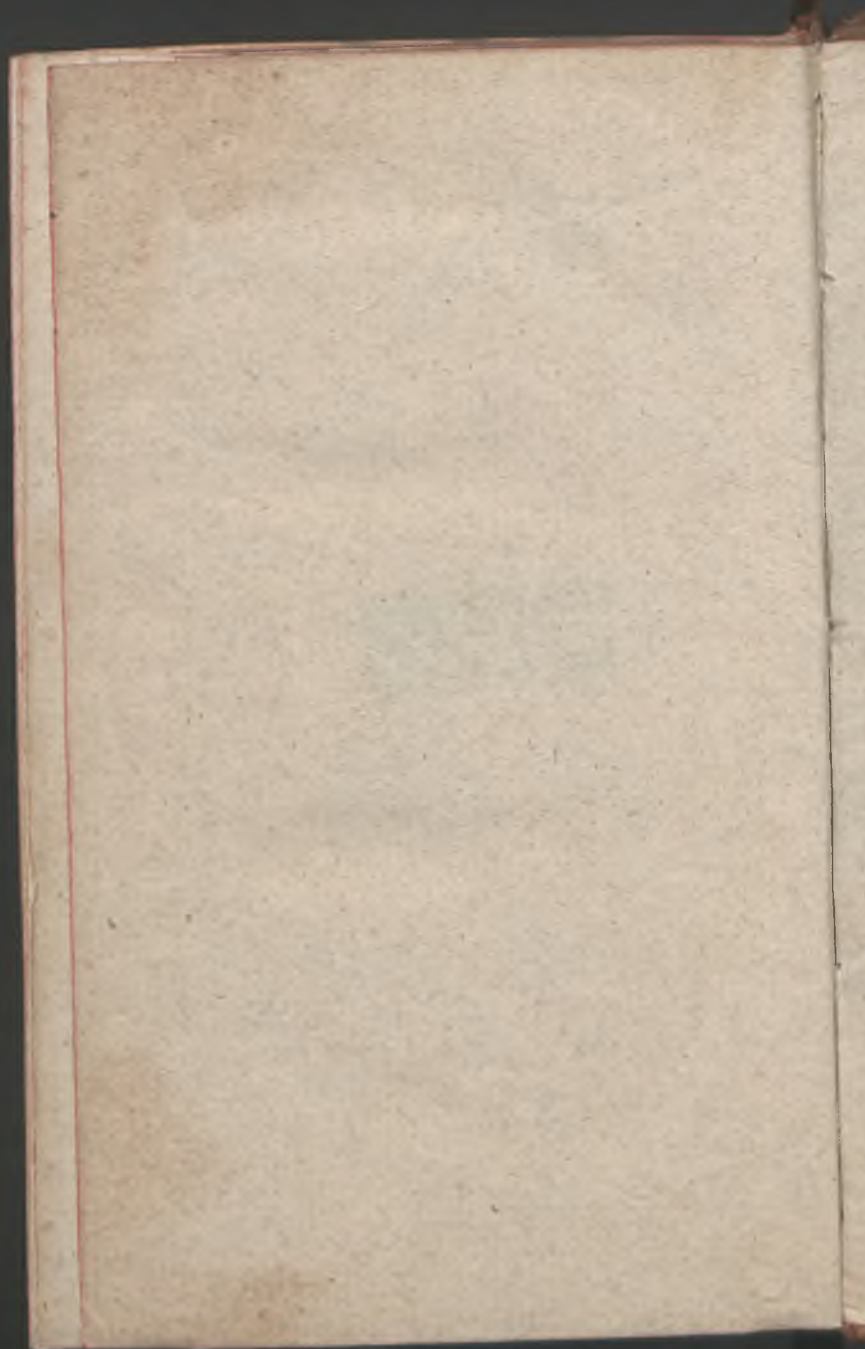


Fig. LXXXIV.



2 BIBLIOTEKI
SEMINARIUM
KATOLICKI







00042528

